

Model 1

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1. Considerau les matrius següents:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} k & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

on k és un paràmetre real.

- Calculau $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$, i determinau en funció dels valors reals de k si la matriu $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ té inversa. (4 punts)
- Estudiau el mateix que a l'apartat a) però ara amb la matriu $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$. (4 punts)
- Per a $k = -2$ calculau la matriu inversa de $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$. (2 punts)

2. Els beneficis (en milers d'euros) per la venda d'un producte en funció de la inversió realitzada en promoció (en milers d'euros) venen donats per:

$$B(x) = \begin{cases} 5x + 15, & \text{si } 0 \leq x \leq 3, \\ -(x - 3)^2 + 30, & \text{si } 3 < x \leq 8. \end{cases}$$

- És contínua la funció $B(x)$? (3 punts)
- És derivable? Donau el conjunt on és derivable la funció. (2 punts)
- Feu un dibuix de la funció en el seu domini. (3 punts)
- Determinau-ne el benefici màxim i el benefici mínim. (1 punt)
- Determinau els intervals de creixement i decreixement dels beneficis. (1 punt)

3. Un dau està carregat de manera que la probabilitat d'obtenir un 6 és de $\frac{1}{2}$ i les probabilitats d'obtenir cadascuna de les altres cares són iguals a p . Es llança aquest dau, calculau la probabilitat de cadascun dels successos següents:

- S'obté un dos. (4 punts)
- No s'obté un tres. (2 punts)
- S'obté un nombre parell. (2 punts)
- S'obté un nombre imparell. (2 punts)

4. En una fàbrica de piles se sap que la desviació típica de la durada d'un determinat tipus de pila és de 80 hores.



Model 1

- a) Si $\alpha = 0.2$ (nivell de significació), i en una mostra de 50 d'aquestes piles la durada mitjana és de 500 hores, determinau l'interval de confiança per a la durada mitjana poblacional. (5 punts)
- b) Si la durada d'aquest tipus de pila seguís una normal de mitjana 500 hores i desviació típica 80 hores, quina seria la probabilitat que la durada mitjana de 9 piles fos major que 520 hores? (5 punts)

Model 1

OPCIÓ B

1. El preu de l'estada diària en un hotel és de 50 € per persona. Els infants paguen el 50% d'aquest preu, i els jubilats paguen el 60% d'aquest preu. Determinau el nombre de persones que no són ni infants ni jubilats, el nombre d'infants i el de jubilats que hi havia un dia a l'hotel si se sap que: hi havia 200 persones, el nombre de jubilats era igual al 25% del nombre d'infants i varen recaptar un total de 5.680 € per l'estada de tots.

(10 punts)

2. Considerau la funció $f(x, y) = x - y$.

a) Representau el conjunt de punts del pla definit per:

$$A = \{(x, y) : 3x + y \geq 15, y - x \leq -5, 2x + 3y \leq 60, y \geq 0\}$$

i calculau el valor màxim de $f(x, y)$ a A . Es podria eliminar alguna de les desigualtats que defineixen el conjunt A de manera que encara fos el mateix conjunt? (5 punts)

b) Digau si la funció $f(x, y)$ assoleix el valor màxim en el conjunt: (5 punts)

$$B = \{(x, y) : 3x + y \leq 15, x - y \geq 5, x \geq 0\}$$

3. Considerau la funció

$$h(x) = x^2 e^{x^3}.$$

a) Calculau una primitiva d'aquesta funció. (4 punts)

b) Calculau la següent integral definida: (6 punts)

$$\int_{\sqrt[3]{\ln 2}}^{\sqrt[3]{\ln 3}} x^2 e^{x^3} dx,$$

i comprovau que el seu valor és $\frac{1}{3}$.

4. En una universitat en la qual no hi ha més que estudiants d'enginyeria, de ciències i de lletres, acaben la carrera el 5% d'enginyeria, el 10% de ciències i el 20% de lletres. Se sap que el 20% estudien enginyeria, el 30%, ciències i el 50%, lletres. Pres un estudiant a l'atzar, es demana:

a) Probabilitat que hagi acabat la carrera i sigui d'enginyeria. (6 punts)

b) Ens diu que ha acabat la carrera, probabilitat que sigui d'enginyeria. (4 punts)

Model 1

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Taula 1: Taula de la distribució normal $N(0, 1)$.