

Model 3

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1. Calculeu una matriu X que satisfaci: (6 punts)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 9 & 3 & -3 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Calculeu, si és possible, la matriu inversa de \mathbf{X} . (4 punts)

2. El rendiment dels treballadors d'una fàbrica (valorat en una escala de 0 a 100), durant una jornada de 8 hores, ve donat per la funció:

$$r(t) = \begin{cases} -10t^2 + 60t, & \text{si } 0 \leq t < 4, \\ 80, & \text{si } 4 \leq t < 6, \\ 170 - 15t, & \text{si } 6 \leq t \leq 8, \end{cases}$$

on t és el temps en hores.

- a) Determineu els intervals de creixement i decreixement. Quin és el rendiment màxim? (6 punts)
- b) En quins instants de la jornada laboral el rendiment se situa a la meitat de l'escala? (4 punts)

3. Una urna conté 6 boles vermelles i 2 de negres. Es disposa, a més, d'una baralla espanyola¹ de 48 cartes i d'una baralla de pòquer (o baralla francesa)² de 52 cartes. S'extreu una bola a l'atzar. Si és vermella, s'extreu a l'atzar una carta de la baralla espanyola. Si és negra s'extreu a l'atzar una carta de la baralla de pòquer.

- a) Calculeu la probabilitat que la carta extreta sigui figura. (6 punts)
- b) Si la carta extreta ha estat figura, quina és la probabilitat que la bola extreta sigui vermella? (4 punts)

¹la baralla espanyola té 48 naips, repartits entre quatre pals: ors, copes, espases i bastos. La baralla de 48 cartes està numerada de l'1 (as) al 9, sent les figures el 10 (sota), l'11 (cavall) i el 12 (rei)

²la baralla francesa consta de 52 cartes distribuïdes entre 4 pals (cors, diamants, piques i trèvols), i numerades de l'1 (o as) al 10, seguides per les figures, que porten la J (de la veu anglesa *jack* o patge), la Q (de *queen* o reina) i la K (de *king* o rei).



Model 3

4. Al llarg de les diferents proves d'accés a la Universitat (PAU) s'ha observat que la distribució de les qualificacions de l'assignatura MACSII segueix una llei normal de mitjana 5.3 punts i desviació típica 0.8.

- a) Quina és la probabilitat que una mostra de 49 alumnes tingui una mitjana superior a 5.7? (5 punts)
- b) Quina és la probabilitat que un alumne escollit a l'atzar suspengui l'assignatura MACSII, entenent per suspendre obtenir una qualificació menor que 5 punts? (5 punts)

Model 3

OPCIÓ B

1. L'administrador de la comunitat de veïns vol saber què cobra a l'hora un electricista, un lampista i un paleta. Per a això, sap que:

- Al 4t B, l'electricista hi va estar 1 hora i el paleta 2 hores, i varen haver de pagar 78 € de mà d'obra.
- Al 3r A, varen pagar 85 € per les 2 hores que hi va ser el lampista i l'hora que hi va ser el paleta.
- Al 1r A, casa meva, hi va ser 1 hora el lampista, 1 hora l'electricista i 3 hores el paleta, i ens varen cobrar 133 €.

Quant cobra per hora cada professional? (10 punts)

2. Dos grups diferents, G_1 i G_2 , de la mateixa empresa poden dur a terme un projecte de jardineria. Es tracta d'enjardinar tres zones: A , B i C . A la taula següent es recull el nombre d'unitats que pot enjardinar cada grup durant una setmana:

	Zona A	Zona B	Zona C
Grup G_1	4	10	7
Grup G_2	10	5	7

Han d'enjardinar un mínim de 40 unitats a la zona A , 50 unitats a la zona B i 49 unitats a la zona C , i el cost setmanal s'estima en 3.300 € per al grup G_1 i en 4.000 € per al grup G_2 .

Quantes setmanes haurà de treballar cada grup per acabar el projecte amb el cost mínim? (10 punts)

S'ha de plantejar el problema com un problema de programació lineal, dibuixant la regió factible de solucions i determinant i dibuixant els seus vèrtexs.

3. Considerau la funció

$$h(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

- a) Calculeu una primitiva d'aquesta funció. (4 punts)
- b) Calculeu la següent integral definida: (6 punts)

$$\int_0^{\ln 2} \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx,$$

i comprovau que el seu valor és $\frac{3}{4}$.

4. Un restaurant té contractats dos cambrers, en Joan i na Catalina, per atendre el servei de menjador. Na Catalina posa el servei el 70% dels dies i es confon en col·locar els coberts el 5% dels dies que posa el servei. En Joan, per contra, col·loca malament alguna peça el 25% dels dies que posa el servei.



Model 3

- a) Aquest matí, l'encarregat del restaurant passa revista al servei: quina és la probabilitat que trobi algun servei mal col·locat? (6 punts)
- b) Per desgràcia, l'encarregat va trobar uns coberts mal col·locats i desitja conèixer la probabilitat que hagi estat en Joan. (4 punts)

Model 3

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Taula 3: Taula de la distribució normal $N(0, 1)$.