

Model 2

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1. a) Donades \mathbf{A} , una matriu quadrada invertible qualsevol, i \mathbf{A}^{-1} la seva inversa; quina matriu s'ha d'obtenir en calcular $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{-1}$ i $\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{A}$? Descriuiu/indicaeu com és aquesta matriu. (1 punt)

- b) Considerau la matriu

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & x \\ 0 & x + 2 \end{pmatrix}$$

- i) Calculeu els valors de x per als quals se satisfà que (5 punts)

$$\mathbf{A}^2 = 2 \cdot \mathbf{A}.$$

- ii) Per a $x = -1$, calculeu \mathbf{A}^{-1} . Comproveu el resultat calculant $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{-1}$. (4 punts)

2. Un article de consum va estar a la venda durant 8 anys, i el seu preu $P(t)$ (en milers d'euros) va variar amb el temps t (en anys) que portava al mercat segons la funció:

$$P(t) = \begin{cases} \frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 40, & 0 \leq t \leq 6, \\ -\frac{113}{14}t^2 + \frac{3826}{7}, & 6 < t \leq 8. \end{cases}$$

- a) Quin va ser el preu de sortida del producte? (1 punt)
- b) És contínua la funció? És derivable? Donau els conjunts de continuïtat i derivabilitat. (4 punts)
- c) Determineu els intervals de creixement i decreixement del preu del producte. (3 punts)
- d) Esbrinau en quin moment es varen assolir els preus màxim i mínim i quins varen ser aquests preus. (2 punts)

3. En una màquina s'han fabricat 100 peces, de les quals 15 han presentat algun defecte.

- a) Calculeu la proporció de peces que no són defectuoses. (2 punts)
- b) Calculeu la probabilitat que, si examinem dues peces a l'atzar, ambdues resultin defectuoses. (5 punts)
- c) Si provem dues peces a l'atzar i la primera és defectuosa, quina és la probabilitat que la segona no ho sigui? (3 punts)



Model 2

4. El 70% dels alumnes de batxillerat tenen mòbil.

- a) Si un centre té 1.400 alumnes de batxillerat, quants s'espera que tinguin mòbil? (1 punt)
- b) Quina és la probabilitat que, en una mostra aleatòria amb repetició de 150 alumnes de batxillerat, n'hi hagi més de 100 amb telèfon mòbil? (5 punts)
- c) Quina és la probabilitat que, en una mostra aleatòria amb repetició de 200 alumnes de batxillerat, n'hi hagi 140 o menys amb telèfon mòbil? (4 punts)

Model 2

OPCIÓ B

1. Un institut té tres partides pressupostàries: llibres, material d'oficina i mobles. El pressupost per a mobles d'aquest institut és cinc vegades la suma del de llibres més el del material d'oficina. El pressupost per a llibres és el triple del de material d'oficina. La suma del pressupost per a mobles i material d'oficina és 7 vegades el pressupost de llibres.

- a) Amb aquestes dades, podem saber els diners destinats a cada partida pressupostària? (7 punts)
- b) Determinau les quantitats si per a llibres hi ha 2100 €. (3 punts)

2. KSE és una empresa que fabrica dos models de guants: un model normal i un model de luxe. L'empresa té disponibles 900 hores de temps al departament de producció, 300 hores al departament d'acabat i 100 hores al departament d'empaquetat. Les hores necessàries de cada departament per parell de guants i els beneficis, en €, es donen a la taula següent:

	Producció	Acabat	Empaquetat	Beneficis
Normal	1	1/2	1/8	4
De luxe	3/2	1/3	1/4	8

Quants parells de cada model han de fabricar per maximitzar el benefici? Quin és aquest benefici? (10 punts)

S'ha de plantejar el problema com un problema de programació lineal, dibuixant la regió factible de solucions i determinant i dibuixant els seus vèrtexs.

3. Dibuixau l'àrea tancada entre els gràfics de les funcions següents: $f(x) = x^3 + 1$, $g(x) = x + 1$ (4 punts). Calculau l'àrea del recinte anterior (6 punts).

4. Una empresa té dues fàbriques, en la primera són dones el 60% dels treballadors i en la segona són homes el 55% dels treballadors. Es tria a l'atzar un treballador de cada fàbrica per pertànyer al comitè d'empresa. Suposam que el fet de pertànyer a una fàbrica és independent de pertànyer a l'altra.

- a) Calculau la probabilitat dels esdeveniments següents: (6 punts)

A = "Tots dos són homes".

B = "Solament un és dona".

C = "Tots dos són dones".

- b) Raonau si el succés contrari de l'esdeveniment C és l' A , el B , l' $A \cap B$, l' $A \cup B$ o algun altre esdeveniment, i calculau-ne la probabilitat. (4 punts)

Model 2

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Taula 2: Taula de la distribució normal $N(0, 1)$.