

Model 2. Criteris específics de correcció

Cada qüestió té una puntuació màxima de 10. Cal tenir presents les puntuacions parcials màximes que apareixen a les qüestions amb més d'un apartat. Pel que fa a aquelles qüestions que tenen apartats sense puntuar, se suposarà que cadascun té la mateixa valoració.

Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne.

Penalitzau els errors de càlcul. Els errors greus i, especialment, aquells que portin a resultats incoherents o absurds, penalitzau-los amb el 50 per cent sobre la qualificació de la qüestió.

Valorau totes les parts que siguin correctes, encara que el resultat final no ho sigui.

Hi pot haver casos en què hi hagi dubtes en aplicar els criteris que es detallen a continuació. En aquests casos, feu prevaler el vostre criteri i sentit comú.

OPCIÓ A

1. a) Indicar que $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{-1} = I = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{A}$ on I és la matriu identitat: 1 punt.
b) En aquest apartat:
 - i) Càlcul correcte de \mathbf{A}^2 : 2 punts.
Establir que la identitat $\mathbf{A}^2 = 2\mathbf{A}$ és equivalent a resoldre l'equació $x^2 + 2x = 0$: 2 punts.
Indicar que la identitat se satisfà quan $x = 0$ i $x = -2$: 1 punt
 - ii) Càlcul correcte de la matriu inversa de \mathbf{A} quan $x = -1$: 2 punts.
Comprovar correctament que $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{-1} = I$: 2 punts.
2. a) Proporcionar el preu de sortida correcte: 1 punt.
b) Estudi correcte de la continuïtat i derivabilitat: 4 punts. Si no es donen els conjunts de continuïtat i derivabilitat: màxim 3 punts.
c) Determinació i justificació correcta dels intervals de creixement i decreixement: 3 punts. Sense cap justificació: 0 punts.
d) Indicació correcta dels extrems: 1 punt per extrem.
3. a) Càlcul correcte de la proporció: 2 punts.
b) Traducció de l'enunciat a probabilitats i, si és necessari, proporcionar el diagrama en arbre: 2 punts.
Identificació de l'esdeveniment del qual cal calcular la probabilitat: 1 punt.
Càlcul correcte de la probabilitat demanada: 2 punts.
c) Identificació del succés del qual cal calcular la probabilitat: 1 punt.
Càlcul correcte de la probabilitat demanada: 2 punts.
4. a) Càlcul correcte del nombre d'alumnes amb mòbil: 1 punt.
b) Comprovar que podem aproximar la binomial per la normal: 1 punt.
Determinació correcta d'aquesta normal: 1 punt.
Càlcul correcte de la probabilitat demanada: 3 punts.
c) Determinació correcta de la normal que aproxima a la binomial: 1 punt.
Càlcul correcte de la probabilitat demanada: 3 punts.

Model 2. Criteris específics de correcció

OPCIÓ B

1.
 - a) Interpretació correcta de l'enunciat com a equacions lineals: 4 punts. Si la traducció a equacions no és correcta: 0 punts. Estudiar que el sistema és compatible indeterminat: 2 punts. Indicar que no podem saber quant s'ha destinat a cada compra: 1 punt. Qualsevol altra situació: 0 punts.
 - b) Solució correcta del sistema quan per a llibres hi ha 2100 €: 3 punts. Qualsevol altra situació: 0 punts.
2. Interpretació correcta de l'enunciat com un problema de programació lineal: 3 punts. Qualsevol altra situació: 0 punts.
 - Determinació correcta de la funció objectiu: 1 punt.
 - Dibuix correcte de la regió factible: 3 punts. Si falta qualque indicació de recta o de vèrtex, cal restar mig punt per recta i/o vèrtex. Nota mínima: 0 punts. Si hi ha error en el càlcul d'algun dels vèrtexs, però els altres estan ben calculats: màxim 3 punts. Si hi ha més d'un error: 0 punts.
 - Indicar que el màxim s'aconsegueix en el segment de recta: 1 punt. Indicar els punts que s'han de considerar: 1 punt.
 - Indicar que els beneficis màxims ascendeixen a 3200 €: 1 punt.
3. Dibuix correcte de la regió: 4 punts.
 - Càlcul correcte dels punts de tall: 1 punt.
 - Expressió correcta de l'àrea demanada: 2 punts.
 - Càlcul correcte de la primitiva: 1 punt. Càlcul correcte de la integral definida: 1 punt. Resultat correcte de l'àrea demanada: 1 punt.
4.
 - a) Traducció correcta de les dades a probabilitats: 2 punts.
 - Càlcul correcte de la probabilitat $p(A)$: 1 punt.
 - Càlcul correcte de la probabilitat $p(B)$: 2 punts.
 - Càlcul correcte de la probabilitat $p(C)$: 1 punt.
 - b) Determinació i justificació del succés contrari del succés C : 3 punts.
 - Càlcul correcte de la probabilitat $p(\bar{C})$: 1 punt.

Model 2. Solucions

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no sautoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1. a) Donades \mathbf{A} , una matriu quadrada invertible qualsevol, i \mathbf{A}^{-1} la seva inversa; quina matriu s'ha d'obtenir en calcular $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{-1}$ i $\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{A}$? Descriviu/indicaeu com és aquesta matriu. (1 punt)

- b) Considerau la matriu

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & x \\ 0 & x + 2 \end{pmatrix}$$

- i) Calculeu els valors de x per als quals se satisfà que (5 punts)

$$\mathbf{A}^2 = 2 \cdot \mathbf{A}.$$

- ii) Per a $x = -1$, calculeu \mathbf{A}^{-1} . Comproveu el resultat calculant $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{-1}$. (4 punts)

Solució. a) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{-1} = I = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{A}$, on I és la matriu identitat (una matriu diagonal amb 1 a la diagonal principal i tots els altres elements nuls).

b)

$$\mathbf{A}^2 = \begin{pmatrix} 2 & x \\ 0 & x + 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & x \\ 0 & x + 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & x \cdot (x + 2) + 2 \cdot x \\ 0 & (x + 2)^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & x^2 + 4x \\ 0 & (x + 2)^2 \end{pmatrix}.$$

Així:

$$\mathbf{A}^2 = 2 \cdot \mathbf{A} \Rightarrow \begin{pmatrix} 4 & x^2 + 4x \\ 0 & (x + 2)^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \cdot x \\ 0 & 2 \cdot (x + 2) \end{pmatrix}$$

d'on s'ha de resoldre l'equació següent:

$$x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x = 0, x = -2.$$

La identitat se satisfà quan $x = 0$ i $x = -2$.

- c) Si $x = -1$ tenim $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ i $\det(\mathbf{A}) = 2$. Per tant, tenim que:

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Model 2. Solucions

Finalment, tenim que:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Un article de consum va estar a la venda durant 8 anys, i el seu preu $P(t)$ (en milers d'euros) va variar amb el temps t (en anys) que portava al mercat segons la funció:

$$P(t) = \begin{cases} \frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 40, & 0 \leq t \leq 6, \\ -\frac{113}{14}t^2 + \frac{3826}{7}, & 6 < t \leq 8. \end{cases}$$

- a) Quin va ser el preu de sortida del producte? (1 punt)
- b) És contínua la funció? És derivable? Donau els conjunts de continuïtat i derivabilitat. (4 punts)
- c) Determinau els intervals de creixement i decreixement del preu del producte. (3 punts)
- d) Esbrinau en quin moment es varen assolir els preus màxim i mínim i quins varen ser aquests preus. (2 punts)

Solució. a) El preu de sortida del producte va ser de 40.000 €, ja que:

$$P(0) = 40.$$

b) A $t = 6$ la funció és contínua, perquè es compleix que:

$$P(6) = P(6-) = \lim_{t \rightarrow 6-} \frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 40 = 256.$$

$$P(6+) = \lim_{t \rightarrow 6+} -\frac{113}{14}t^2 + \frac{3826}{7} = 256,$$

$$\text{i } P(6) = P(6-) = P(6+).$$

Per tant, la funció és contínua a $(0, 8)$.

A més:

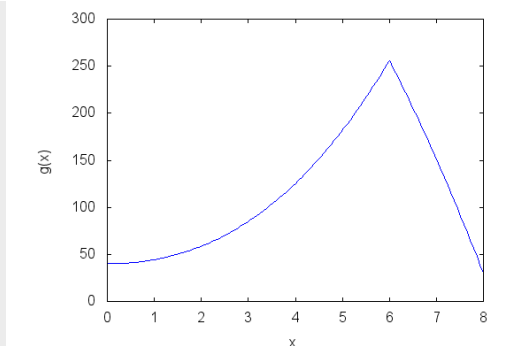
$$P'(t) = \begin{cases} t^2 + 8t, & 0 < t < 6, \\ -\frac{113}{7}t, & 6 < t < 8, \end{cases}$$

i com que $P'(6-) = 84 \neq P'(6+) = -\frac{678}{7}$ la funció no és derivable a $t = 6$.

Per tant, la funció és derivable a $(0, 6) \cup (6, 8)$.

- c) Com que $P'(t) = t^2 + 8t > 0$ quan $0 < t < 6$, $P(t)$ és creixent en l'interval $(0, 6)$.
A més, com que $P'(t) = -\frac{113}{14}t < 0$ quan $6 < t < 8$, tenim que $P(t)$ és decreixent a l'interval $(6, 8)$.

Model 2. Solucions



d)

$$P(0) = 40, P(8) = 30, P(6) = 256.$$

El preu mínim es va aconseguir al final de la venda del producte, i va ser de 30.000 €; el preu màxim es va aconseguir quan feia 6 anys que es venia el producte, i va ser de 256.000 €.

3. En una màquina s'han fabricat 100 peces, de les quals 15 han presentat algun defecte.

- Calculau la proporció de peces que no són defectuoses. (2 punts)
- Calculau la probabilitat que, si examinem dues peces a l'atzar, ambdues resultin defectuoses. (5 punts)
- Si provam dues peces a l'atzar i la primera és defectuosa, quina és la probabilitat que la segona no ho sigui? (3 punts)

Solució. Siguin els successos:

$$D = \text{"peça defectuosa"}, \bar{D} = \text{"peça no defectuosa"}.$$

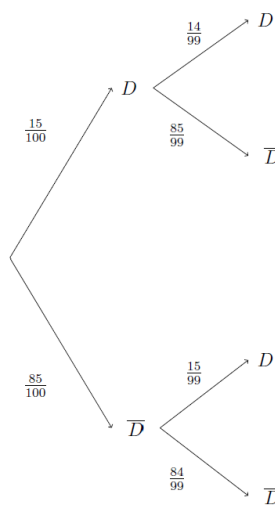
- a) Si 15 peces són defectuoses, les 85 restants no ho són, així:

$$p(D) = \frac{15}{100} = 0.15, \text{ i } p(\bar{D}) = \frac{85}{100} = 0.85.$$

La proporció demanada és 0.85.

b)

Model 2. Solucions



$$p(D \cap D) = p(D) \cdot p(D/D) = \frac{15}{100} \cdot \frac{14}{99} = \frac{210}{9900} = \frac{7}{330}.$$

c)

$$p(\bar{D}_2/D_1) = \frac{85}{99}.$$

4. El 70% dels alumnes de batxillerat tenen mòbil.

- a) Si un centre té 1.400 alumnes de batxillerat, quants s'espera que tinguin mòbil? (1 punt)
- b) Quina és la probabilitat que, en una mostra aleatòria amb repetició de 150 alumnes de batxillerat, n'hi hagi més de 100 amb telèfon mòbil? (5 punts)
- c) Quina és la probabilitat que, en una mostra aleatòria de 200 alumnes de batxillerat, n'hi hagi 140 o menys amb telèfon mòbil? (4 punts)

Solució. a)

$$1400 \cdot \frac{70}{100} = 980$$

alumnes s'espera que tinguin telèfon mòbil.

- b) La distribució x = "nombre d'alumnes dels 150 amb telèfon mòbil" és una binomial $B(150, 0.7)$, amb $150 \cdot 0.7 > 5$ i $150 \cdot 0.3 > 5$, per tant la podem aproximar per una normal $N(np, \sqrt{np(1-p)})$.

$$x' \sim N(np, \sqrt{np(1-p)}) = N(150 \cdot 0.7, \sqrt{150 \cdot 0.7 \cdot 0.3}) = N(105, 5.6).$$

Aplicant la correcció per continuïtat:

$$\begin{aligned} p(x > 100) &= p(x' \geq 100.5) = p\left(z > \frac{100.5 - 105}{5.6}\right) = p(z > -0.8) \\ &= p(z < 0.8) = \phi(0.8) = 0.7881. \end{aligned}$$



Model 2. Solucions

c)

$$x \sim B(200, 0.7) \Rightarrow x' \sim N(140, 6.48).$$

Per tant:

$$\begin{aligned} p(x \leq 140) &= p(x' \leq 140.5) = p\left(z \leq \frac{140.5 - 140}{6.48}\right) = p(z \leq 0.08) \\ &= \phi(0.08) = 0.5319. \end{aligned}$$

Model 2. Solucions

OPCIÓ B

1. Un institut té tres partides pressupostàries: llibres, material d'oficina i mobles. El pressupost per a mobles d'aquest institut és cinc vegades la suma del de llibres més el del material d'oficina. El pressupost per a llibres és el triple del de material d'oficina. La suma del pressupost per a mobles i material d'oficina és 7 vegades el pressupost de llibres.

- a) Amb aquestes dades, podem saber els diners destinats a cada partida pressupostària? (7 punts)
- b) Determinau les quantitats si per a llibres hi ha 2100 €. (3 punts)

Solució. a) Siguin:

x = pressupost per a mobles.

y = pressupost per a llibres.

z = pressupost per a material d'oficina.

L'enunciat del problema es correspon amb el sistema d'equacions següent:

$$\begin{cases} x = 5(y + z), \\ y = 3z, \\ x + z = 7y. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 5y - 5z = 0, \\ y - 3z = 0, \\ x - 7y + z = 0. \end{cases}$$

Tenim que el determinant de la matriu del sistema val:

$$\det \begin{pmatrix} 1 & -5 & -5 \\ 0 & 1 & -3 \\ 1 & -7 & 1 \end{pmatrix} = 0$$

i

$$\det \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1.$$

Per tant, $\text{rang}(A) = 2$ i és un sistema compatible indeterminat, per la qual cosa no podem saber quant han destinat a cada compra.

- b) Si $y = 2.100$, aleshores $z = 700$, i per tant, $x = 5(2.100 + 700) = 5 \cdot 2800 = 14.000$.
Per a mobles destinen 14.000 €, i per a material d'oficina, 700 €.

2. KSE és una empresa que fabrica dos models de guants: un model normal i un model de luxe. L'empresa té disponibles 900 hores de temps al departament de producció, 300 hores al departament d'acabat i 100 hores al departament d'empaquetat. Les hores necessàries de cada departament per parell de guants i els beneficis, en €, es donen a la taula següent:

| | Producció | Acabat | Empaquetat | Beneficis |
|---------|-----------|--------|------------|-----------|
| Normal | 1 | 1/2 | 1/8 | 4 |
| De luxe | 3/2 | 1/3 | 1/4 | 8 |

Model 2. Solucions

Quants parells de cada model han de fabricar per maximitzar el benefici? Quin és aquest benefici? (10 punts)

S'ha de plantejar el problema com un problema de programació lineal, dibuixant la regió factible de solucions i determinant i dibuixant els seus vèrtexs.

Solució. Siguin:

$x \rightarrow$ "nombre de parells de guants del model normal",
 $y \rightarrow$ "nombre de parells de guants del model de luxe".

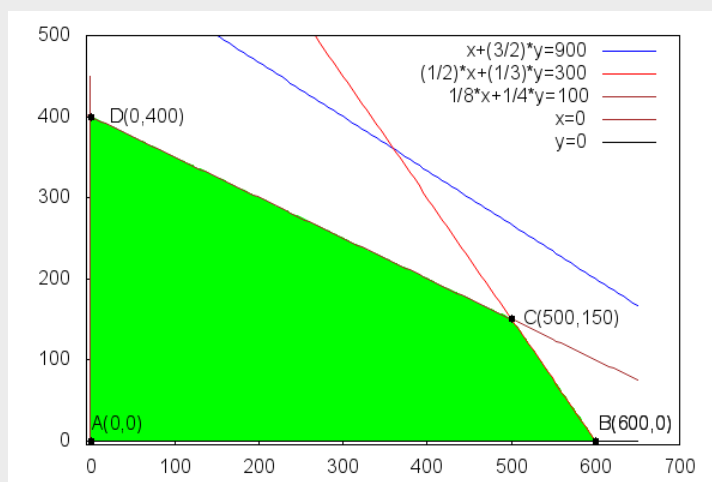
| | Model Normal | Model luxe | Hores |
|-----------------|--------------|------------|-------|
| Dep. Producció | 1 | 3/2 | 900 |
| Dep. Acabat | 1/2 | 1/3 | 300 |
| Dep. Empaquetat | 1/8 | 1/4 | 100 |
| Beneficis (€) | 4 | 8 | |

$$\begin{aligned} \rightarrow x + \frac{3}{2}y &\leq 900, \\ \rightarrow \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y &\leq 300, \\ \rightarrow \frac{1}{8}x + \frac{1}{4}y &\leq 100, \\ \rightarrow f(x, y) &= 4x + 8y, \end{aligned}$$

i, a més, $x \geq 0, y \geq 0$.

La regió factible està fitada amb vèrtexs

$$A = (0, 0), B = (600, 0), C = (500, 150), D = (0, 400).$$



$$f(0, 0) = 0, f(600, 0) = 2400, f(500, 150) = 3200, f(0, 400) = 3200.$$

Si traçam paral·leles a la funció objectiu, tenim que el màxim s'aconsegueix en el segment DC . Com que són parells de guants, només hem de considerar els punts que tinguin coordenades enteres de la forma $(x, \frac{800-x}{2})$, amb $0 \leq x \leq 500$ i x un nombre parell.

El benefici màxim és de 3.200 €.

3. Dibuixau l'àrea tancada entre els gràfics de les funcions següents: $f(x) = x^3 + 1, g(x) =$

Model 2. Solucions

$x + 1$ (4 punts). Calculeu l'àrea del recinte anterior (6 punts).

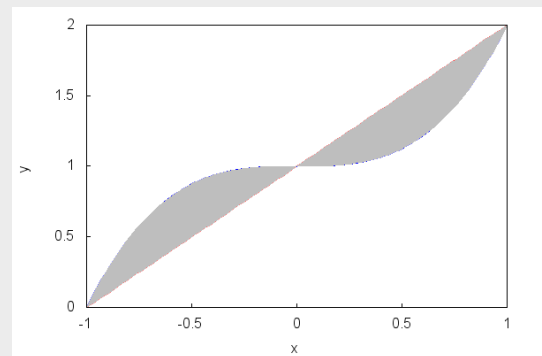
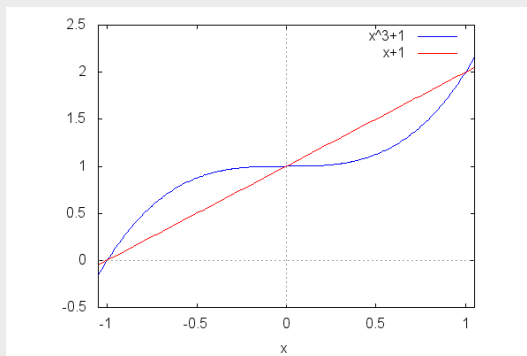
Solució. Calculem els punts de tall entre ambdues corbes:

$$x^3 + 1 = x + 1 \Rightarrow x^3 - x = 0 \Rightarrow x = -1, x = 0, x = 1.$$

Aleshores, l'àrea demanada serà:

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \int_{-1}^0 (x^3 - x) dx + \int_0^1 (x - x^3) dx = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \Big|_{x=-1}^{x=0} + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \Big|_{x=0}^{x=1} \\ &= \frac{1}{4}u^2 + \frac{1}{4}u^2 = \frac{1}{2}u^2. \end{aligned}$$

A la figura es pot veure la regió associada al problema.



4. Una empresa té dues fàbriques, en la primera són dones el 60% dels treballadors i en la segona són homes el 55% dels treballadors. Es tria a l'atzar un treballador de cada fàbrica per pertànyer al comitè d'empresa. Suposam que el fet de pertànyer a una fàbrica és independent de pertànyer a l'altra.

a) Calculeu la probabilitat dels esdeveniments següents: (6 punts)

A = "Tots dos són homes".

B = "Solament un és dona".

C = "Tots dos són dones".

b) Raonau si el succés contrari de l'esdeveniment C és l' A , el B , l' $A \cap B$, l' $A \cup B$ o algun altre esdeveniment, i calculeu-ne la probabilitat. (4 punts)

Solució. a) Siguin F_1 i F_2 la primera i la segona fàbrica respectivament. Siguin M i H els esdeveniments ser dona i ser home respectivament. De les dades de l'enunciat tenim que:

$$\begin{aligned} p(M/F_1) &= 0.6, \quad p(H/F_1) = 0.4, \\ p(M/F_2) &= 0.45, \quad p(H/F_2) = 0.55, \end{aligned}$$

Model 2. Solucions

Aleshores:

$$p(A) = p(H/F_1) \cdot p(H/F_2) = 0.4 \cdot 0.55 = 0.22.$$

$$p(B) = p(H/F_1) \cdot p(M/F_2) + p(M/F_1) \cdot p(H/F_2) = 0.4 \cdot 0.45 + 0.6 \cdot 0.55 = 0.51.$$

$$p(C) = p(M/F_1) \cdot p(M/F_2) = 0.6 \cdot 0.45 = 0.27.$$

- b) L'esdeveniment contrari de l'esdeveniment "tots dos són dones" és el succés "algun és home" i aquest és el succés que se satisfà quan "els dos són homes" o quan "un és home i l'altre dona", és a dir, quan tenim l'esdeveniment $A \cup B$, per tant:

$$p(A \cup B) = 1 - p(C) = 1 - 0.27 = 0.73.$$

Model 2. Solucions

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.0 | 0.5000 | 0.5040 | 0.5080 | 0.5120 | 0.5160 | 0.5199 | 0.5239 | 0.5279 | 0.5319 | 0.5359 |
| 0.1 | 0.5398 | 0.5438 | 0.5478 | 0.5517 | 0.5557 | 0.5596 | 0.5636 | 0.5675 | 0.5714 | 0.5753 |
| 0.2 | 0.5793 | 0.5832 | 0.5871 | 0.5910 | 0.5948 | 0.5987 | 0.6026 | 0.6064 | 0.6103 | 0.6141 |
| 0.3 | 0.6179 | 0.6217 | 0.6255 | 0.6293 | 0.6331 | 0.6368 | 0.6406 | 0.6443 | 0.6480 | 0.6517 |
| 0.4 | 0.6554 | 0.6591 | 0.6628 | 0.6664 | 0.6700 | 0.6736 | 0.6772 | 0.6808 | 0.6844 | 0.6879 |
| 0.5 | 0.6915 | 0.6950 | 0.6985 | 0.7019 | 0.7054 | 0.7088 | 0.7123 | 0.7157 | 0.7190 | 0.7224 |
| 0.6 | 0.7257 | 0.7291 | 0.7324 | 0.7357 | 0.7389 | 0.7422 | 0.7454 | 0.7486 | 0.7517 | 0.7549 |
| 0.7 | 0.7580 | 0.7611 | 0.7642 | 0.7673 | 0.7704 | 0.7734 | 0.7764 | 0.7794 | 0.7823 | 0.7852 |
| 0.8 | 0.7881 | 0.7910 | 0.7939 | 0.7967 | 0.7995 | 0.8023 | 0.8051 | 0.8078 | 0.8106 | 0.8133 |
| 0.9 | 0.8159 | 0.8186 | 0.8212 | 0.8238 | 0.8264 | 0.8289 | 0.8315 | 0.8340 | 0.8365 | 0.8389 |
| 1.0 | 0.8413 | 0.8438 | 0.8461 | 0.8485 | 0.8508 | 0.8531 | 0.8554 | 0.8577 | 0.8599 | 0.8621 |
| 1.1 | 0.8643 | 0.8665 | 0.8686 | 0.8708 | 0.8729 | 0.8749 | 0.8770 | 0.8790 | 0.8810 | 0.8830 |
| 1.2 | 0.8849 | 0.8869 | 0.8888 | 0.8907 | 0.8925 | 0.8944 | 0.8962 | 0.8980 | 0.8997 | 0.9015 |
| 1.3 | 0.9032 | 0.9049 | 0.9066 | 0.9082 | 0.9099 | 0.9115 | 0.9131 | 0.9147 | 0.9162 | 0.9177 |
| 1.4 | 0.9192 | 0.9207 | 0.9222 | 0.9236 | 0.9251 | 0.9265 | 0.9279 | 0.9292 | 0.9306 | 0.9319 |
| 1.5 | 0.9332 | 0.9345 | 0.9357 | 0.9370 | 0.9382 | 0.9394 | 0.9406 | 0.9418 | 0.9429 | 0.9441 |
| 1.6 | 0.9452 | 0.9463 | 0.9474 | 0.9484 | 0.9495 | 0.9505 | 0.9515 | 0.9525 | 0.9535 | 0.9545 |
| 1.7 | 0.9554 | 0.9564 | 0.9573 | 0.9582 | 0.9591 | 0.9599 | 0.9608 | 0.9616 | 0.9625 | 0.9633 |
| 1.8 | 0.9641 | 0.9649 | 0.9656 | 0.9664 | 0.9671 | 0.9678 | 0.9686 | 0.9693 | 0.9699 | 0.9706 |
| 1.9 | 0.9713 | 0.9719 | 0.9726 | 0.9732 | 0.9738 | 0.9744 | 0.9750 | 0.9756 | 0.9761 | 0.9767 |
| 2.0 | 0.9772 | 0.9778 | 0.9783 | 0.9788 | 0.9793 | 0.9798 | 0.9803 | 0.9808 | 0.9812 | 0.9817 |
| 2.1 | 0.9821 | 0.9826 | 0.9830 | 0.9834 | 0.9838 | 0.9842 | 0.9846 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9857 |
| 2.2 | 0.9861 | 0.9864 | 0.9868 | 0.9871 | 0.9875 | 0.9878 | 0.9881 | 0.9884 | 0.9887 | 0.9890 |
| 2.3 | 0.9893 | 0.9896 | 0.9898 | 0.9901 | 0.9904 | 0.9906 | 0.9909 | 0.9911 | 0.9913 | 0.9916 |
| 2.4 | 0.9918 | 0.9920 | 0.9922 | 0.9925 | 0.9927 | 0.9929 | 0.9931 | 0.9932 | 0.9934 | 0.9936 |
| 2.5 | 0.9938 | 0.9940 | 0.9941 | 0.9943 | 0.9945 | 0.9946 | 0.9948 | 0.9949 | 0.9951 | 0.9952 |
| 2.6 | 0.9953 | 0.9955 | 0.9956 | 0.9957 | 0.9959 | 0.9960 | 0.9961 | 0.9962 | 0.9963 | 0.9964 |
| 2.7 | 0.9965 | 0.9966 | 0.9967 | 0.9968 | 0.9969 | 0.9970 | 0.9971 | 0.9972 | 0.9973 | 0.9974 |
| 2.8 | 0.9974 | 0.9975 | 0.9976 | 0.9977 | 0.9977 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9979 | 0.9980 | 0.9981 |
| 2.9 | 0.9981 | 0.9982 | 0.9982 | 0.9983 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.0 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9988 | 0.9988 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9990 | 0.9990 |
| 3.1 | 0.9990 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9993 | 0.9993 |
| 3.2 | 0.9993 | 0.9993 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 |
| 3.3 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9997 |
| 3.4 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9998 |
| 3.5 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 |
| 3.6 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |
| 3.7 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |
| 3.8 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |
| 3.9 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 4.0 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 4.1 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |

Taula 2: Taula de la distribució normal $N(0, 1)$.