

Model 1

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1. Considerau la matriu següent:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 4 & x + 2 & x^2 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

Es demana:

- Resoleu l'equació $|A| = 0$. ($|A|$ és el determinant de la matriu A .) (3 punts)
- Si $x = 0$, té inversa la matriu A ? Per què? (2 punts)
- Si $x = 2$, té inversa la matriu A ? Per què? En cas afirmatiu, resoleu l'equació $A \cdot Z = I$; on I és la matriu identitat 3×3 . (5 punts)

2. El nombre de vehicles que ha passat cert dia pel peatge d'una autopista ve donat per la funció:

$$N(t) = \begin{cases} \left(\frac{t-3}{3}\right)^2 + 2, & \text{si } 0 \leq t \leq 9, \\ 10 - \left(\frac{t-15}{3}\right)^2, & \text{si } 9 < t \leq 24, \end{cases}$$

on N indica el nombre de vehicles i t el temps transcorregut en hores des de les 0:00 h.

- És contínua la funció $N(t)$? (3 punts)
- Entre quines hores va augmentar el nombre de vehicles que passava pel peatge? En quines hores disminueix? (5 punts)
- A quina hora va passar el major nombre de vehicles? Quin va ser aquest nombre? (2 punts)

3. Tenim un dau correcte i dues urnes amb bolles descrites a continuació:

Urna I: 1 bolla negra, 3 bolles vermelles i 6 bolles verdes.

Urna II: 2 bolles negres, 6 bolles vermelles i 2 bolles verdes.

Tiram el dau. Si surt 1 o 2, anam a l'urna I. Si surt 3, 4, 5 o 6, acudim a l'urna II. Extreim a l'atzar una bolla de l'urna corresponent.



Model 1

- a) Donau un diagrama en arbre que representi l'experiment amb totes les probabilitats. (3 punts)
- b) Calculeu les probabilitats següents: (4 punts)
- $p(\{3, 4, 5, 6\} \text{ i } \{\text{bolla vermella}\})$.
 - $p(\{\text{bolla verda}\}/\{1\})$.
 - $p(\{\text{bolla vermella}\}/\{5\})$.
 - $p(\{2\} \text{ i } \{\text{bolla verda}\})$.
- c) Calculeu la probabilitat que la bolla extreta hagi estat vermella i que hagi estat negra. Quina és la probabilitat que la bolla extreta hagi estat verda? Quant val la suma de les tres probabilitats? Justifica la resposta. (3 punts)

4. Resoleu els apartats següents:

- a) El pes dels habitants d'una ciutat té una mitjana de 67 kg i una desviació típica de 5 kg. Quina és la probabilitat que la mitjana del pes de 100 persones superi els 68.5 kg? I que sigui menor que 68 kg?. (5 punts)
- b) En un hospital s'ha pres la temperatura a una mostra de 64 pacients, per a estimar la temperatura mitjana dels malalts. La mitjana de la mostra ha estat de 37,1 °C, i la desviació típica de la població, d'1,04 °C. Calculeu un interval de confiança per a la mitjana poblacional amb un nivell de confiança del 99%. Interpreta el resultat en l'entorn del problema. (5 punts)

Model 1

OPCIÓ B

1. Una empresa d'autobusos té tres línies: A , B i C . Dilluns varen sortir 5 autobusos a la línia A , 3 a la B i 4 a la C . Dimarts varen sortir 2 autobusos a la línia A , 1 a la B i 4 a la C . Dimecres varen sortir 1 autobús a la línia A , 3 a la B i 5 a la C .

- Representau les dades en forma de matriu. (2 punts)
- Té inversa la matriu construïda a l'apartat a)? En cas negatiu, justifiqueu la resposta. En cas positiu, calculeu la seva inversa. (4 punts)
- Si D és la matriu construïda a l'apartat a), resoleu, si és possible, el sistema d'equacions: (4 punts)

$$D \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -33 \\ -33 \\ -33 \end{pmatrix}.$$

2. Una empresa es dedica a elaborar lots de productes que es venen als supermercats. En aquest moment estan empaquetant dos lots diferents. El lot de tipus A té 1 formatge i 2 botelles de vi, i el transport costa 0,90 €. El lot de tipus B té 3 formatges i 1 botella de vi, i costa 1,50 € transportar-lo. L'empresa disposa de 200 formatges i 100 botelles de vi, i han d'elaborar, almenys, 10 lots del tipus A i 25 del tipus B.

Quants lots de cada classe han d'elaborar perquè les despeses en transport siguin mínimes?

S'ha de plantejar el problema com un problema de programació lineal, dibuixant la regió factible de solucions i determinant i dibuixant els seus vèrtexs. (10 punts)

3. El nombre de visitants a un museu s'obté mitjançant la funció

$$V(t) = \frac{300t}{t^3 + 2}$$

on t és l'hora des de l'obertura del museu. Suposem que l'hora d'obertura del museu són les 9:00 hores del matí.

- Quan creix i decreix el nombre de visitants del museu? (4 punts)
- Quan rep el museu el nombre més gran de visitants? Quin és aquest nombre? (2 punts)
- En quin valor de t es produeix un punt d'inflexió de $V(t)$? (4 punts)

4. Tenim dues urnes descrites a continuació:

Urna I: 2 bolles negres, 1 bolla vermella i 3 bolles verdes.

Urna II: 1 bolla negra, 2 bolles vermelles i 1 bolla verda.

L'experiment consisteix a extraure una bolla a l'atzar de l'urna I, introduir-la en l'urna II, remoure i extraure, finalment, una bolla a l'atzar de l'urna II.



Model 1

- a) Donau un diagrama en arbre que representi l'experiment amb les probabilitats associades. (3 punts)
- b) Calculau la probabilitat que la segona bolla extreta sigui (3 punts)
b.1) vermella. b.2) negra. b.3) verda.
- c) Sabent que la segona bolla ha esta negra, quina és la probabilitat que la primera també ho fos? (2 punts)
- d) Quina és la probabilitat que la primera fos vermella sent vermella la segona? (2 punts)

Model 1

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Taula 1: Taula de la distribució normal $N(0, 1)$.