EVALUACIÓN DE BACHILLERATO
PARA EL ACCCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU)
FASE GENERAL
CURSO 2016–2017

Distrito Universitario de Canarias

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES	**(-)**
Convocatoria:	

- Cada alumno debe elegir sólo una de las pruebas (A o B).

- Cada una de las preguntas tiene una puntuación máxima de 2,5 puntos.

PRUEBA A

1. El tiempo diario, en horas, dedicado a ver la TV en una región, sigue una distribución normal con una desviación típica de 1,5 horas. Para estimar la media de esta variable, se ha realizado una encuesta a 256 personas obteniéndose el intervalo de confianza [4,29; 4,71].

a) ¿Cuál es el valor de la media muestral?
b) ¿Cuál es el nivel de confianza del intervalo?
c) Con los mismos datos, ¿cuál sería el intervalo con un nivel de confianza igual a 0,9?

SOLUCIÓN:

a) El número medio de horas es el valor central del intervalo, que puede obtenerse fácilmente como:

$$\overline{x} = \frac{4,29 + 4,71}{2} = 4,5$$

b) El intervalo de confianza es de la forma:

$$\left[\overline{x} \pm z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

Por tanto : $4,5 - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{1,5}{\sqrt{256}} = 4,29$. Despejando:

$$z_{\alpha/2} = \frac{(4,5 - 4,29) \times 16}{1,5} = 2,24$$

Buscamos el valor 2,24 en la tabla de la normal y obtenemos que $\alpha/2 = 0,0125$ y por tanto $\alpha = 0,025$. Así pues, el nivel de confianza del intervalo es 0,975

c) Para obtener el intervalo con confianza $1 - \alpha = 0,9$, basta tener en cuenta que $\alpha = 0,1$ y, por tanto, $1 - \alpha/2 = 0,95$. En la tabla de la normal encontramos que $z_{0,95} = 165$. El intervalo de confianza pedido es entonces:

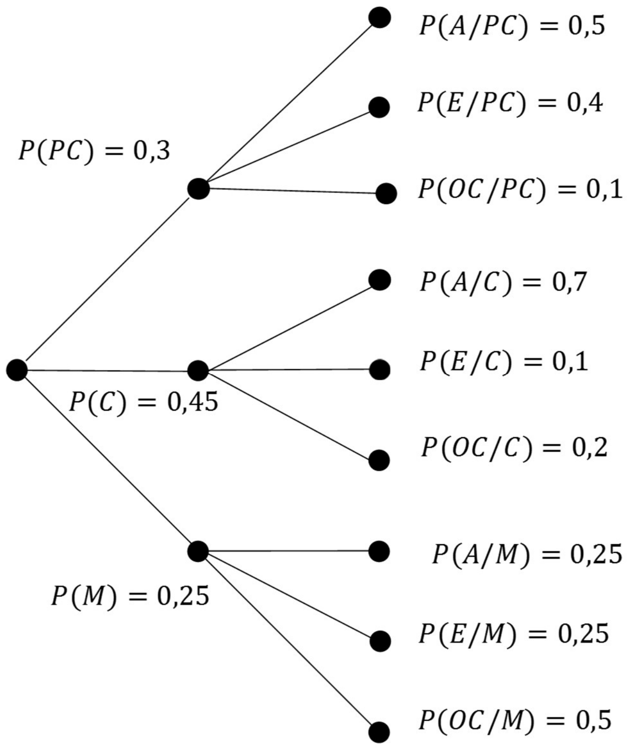
$$\left[\overline{x} \pm z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = \left[4,5 \pm 1,65\frac{1,5}{\sqrt{256}}\right] = [4,3453; 4,6547]$$

2. El 30% de los videojuegos que se consumen en España se juegan en PC, el 45% en consola y el resto en el móvil. De los que se juegan en PC, el 50% son de acción, el 40% de estrategia y el resto de otras categorías. De los que se juegan en consola, el 70%, son de acción, el 10% de estrategia y el resto de otras categorías. De los juegos para móvil, un 25% son de acción, otro 25% de estrategia y el resto de otras categorías.

a) Construir el árbol de probabilidades.
b) ¿Qué proporción de los videojuegos consumidos en España son de acción?
c) Se elige al azar un jugador que está jugando a un juego de estrategia ¿cuál es la probabilidad de que lo esté haciendo a través del móvil?

SOLUCIÓN:

a)



b) Debemos aplicar el teorema de la probabilidad total:

$$P(Acción) = P(Acción|PC)P(PC) + P(Acción|Consola)P(Consola) +$$

$$+P(Acción|Móvil)P(Móvil) = 0{,}5 \times 0{,}3 + 0{,}7 \times 0{,}45 + 0{,}25 \times 0{,}25 = 0{,}5275$$

c) Para responder a esta pregunta utilizamos el teorema de Bayes:

$$P(Móvil|Estrategia) =$$

$$\frac{P(Estrat|Móvil)P(Móvil)}{P(Estrat|PC)P(PC) + P(Estrat|Consola)P(Consola) + P(Estrat|Móvil)P(Móvil)} =$$

$$= \frac{0{,}25 \times 0{,}25}{0{,}4 \times 0{,}3 + 0{,}1 \times 0{,}45 + 0{,}25 \times 0{,}25} = 0{,}2747$$

3. La función $G(x)$ da la ganancia anual (en cientos de miles de euros) obtenida por una empresa de telefonía móvil en función del tiempo x (en años) transcurrido desde su creación:

$$G(x) = \begin{cases} \frac{2}{5}x, & si \quad 0 \leq x \leq 3 \\ \frac{x+3}{x+2}, & si \quad x > 3 \end{cases}$$

a) ¿A cuánto asciende la ganancia transcurridos dos años y medio? ¿Y transcurridos cuatro años?
b) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de dichas ganancias. Justificar la respuesta.

c) ¿Qué sucede a medida que transcurre el tiempo? Razonar la respuesta.

SOLUCIÓN:

a) $G(2{,}5) = 1$ (100.000 €)
$G(4) = 7/6 = 1{,}1\hat{6}$ (116.000 €)

b) $G'(x) = \frac{2}{5} > 0$ en el intervalo (0,3) → Creciente en los tres primeros años
$G'(x) = \frac{-1}{(x+2)^2} < 0$ en intervalo (3, +∞) → Decreciente a partir del tercer año

c) $\lim_{x\to\infty}(\frac{x+3}{x+2}) = 1$
A medida que transcurre el tiempo, las ganancias se estabilizan en 100.000 €

4. Los 30 marineros de un barco son de tres nacionalidades, chinos, filipinos y griegos. El número de marineros griegos duplica el total de las otras dos nacionalidades. Además, por cada dos marineros chinos hay tres marineros filipinos.

a) Plantear el correspondiente sistema.

b) ¿Cuántos marineros de cada nacionalidad hay en el barco?

SOLUCIÓN:

Sea c el número de marineros chinos, f el número de filipinos y g el número de griegos. Debemos plantear un sistema de ecuaciones para encontrar los valores de c, f y g. Como en total hay 30 marineros:

$$c + f + g = 30$$

Como el número de griegos es el doble que el total de las otras dos nacionalidades:

$$g = 2(c + f)$$

Por último, si por cada 2 chinos hay 3 filipinos, resulta que:

$$\frac{c}{2} = \frac{f}{3}$$

Por tanto, el sistema de ecuaciones a resolver es:

$$c + f + g = 30$$

$$2c + 2f - g = 0$$

$$3c - 2f = 0$$

cuya solución es:

$$c = 4, f = 6, g = 20$$

PRUEBA B

1. Recientes estudios indican que el 35% de las mujeres embarazadas de una región son fumadoras. Se toma una muestra de 100 mujeres embarazadas en esa región. Calcular la probabilidad de que en dicha muestra:

a) Haya menos de 40 fumadoras

b) Sean más de 25 las mujeres que fuman.
c) El número de fumadoras esté entre 32 y 38.

SOLUCIÓN:

Sea $X =$"Número de fumadoras en la muestra de 100 mujeres embarazadas"
Tenemos que: $p = 0{,}35$, $n = 100$, $X \sim B(100, 0{,}35)$
como $n \times p = 35>5$, $n \times q = 65>5$, podemos utilizar la aproximación:

$$X' \sim N(np, \sqrt{npq}) = N(35, 4{,}77)$$

Entonces:
a) $P(X < 40) = P(Z < 1{,}05) = 0{,}8531$
b) $P(X > 25) = P(Z > -2{,}1) = P(Z < 2{,}1) = 0{,}9821$
c) $P(32 < X < 38) = P(-0{,}63 < Z < 0{,}63) = P(Z < 0{,}63) - P(Z \leq -0{,}63) = 0{,}7357 - (1 - 0{,}7357) = 0{,}4714$

2. Una compañía telefónica tiene interés en determinar qué proporción de sus clientes estaría dispuesta a aceptar una subida de tarifas a cambio de un incremento en el número de megas de descarga. Una encuesta previa indica que esta proporción está en torno al 15%.

a) ¿De qué tamaño debería ser la muestra de clientes si se quiere estimar dicha proporción con un error inferior a 0,08 con un nivel de confianza del 95%?
b) Finalmente, se ha realizado el estudio con una muestra de 196 clientes, de los cuales 37 manifestaron su conformidad con la propuesta. Calcular un intervalo de confianza, al 92%, para la proporción total de clientes de la compañía que aceptaría dicha propuesta.

SOLUCIÓN:

a) El intervalo de confianza para la proporción es de la forma:

$$\left[\hat{p} \pm z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\,(1-\hat{p})}{n}}\right]$$

Si se desea que el error de estimación sea ε habrá de ocurrir que:

$$z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\,(1-\hat{p})}{n}} = \varepsilon$$

De aquí se deduce que el tamaño de la muestra necesario para conseguir ese error es:

$$n = \frac{\hat{p}\,(1-\hat{p})}{\left(\varepsilon/z_{1-\alpha/2}\right)^2}$$

Para un nivel de confianza del 95% se tiene que $\alpha = 0{,}05$ y que $z_{1-\alpha/2} = z_{0.975} = 1{,}96$. El valor preliminar de $\hat{p}$ es 0.15. Por tanto, el tamaño de muestra para que el error sea inferior a 0,08 es:

$$n = \frac{0{,}15(1-0{,}15)}{(0.08/1{,}96)^2} = 76{,}53 \cong 77$$

b) Para un nivel de confianza del 92% se tiene que $\alpha = 0.08$ y que $z_{1-\alpha/2} = z_{0{,}96} = 1{,}75$. El valor de p estimado en la muestra es:

$$\hat{p} = \frac{37}{196} = 0,19$$

y el intervalo de confianza resultante es:

$$\left[\hat{p} \pm z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\,(1-\hat{p})}{n}}\right] = \left[0.19 \pm 1,75\sqrt{\frac{0,19(1-0,19)}{196}}\right] = [0,19 \pm 0,05] = [0,14, 0,24]$$

3. Una zona de una terraza, limitada por las funciones $f(x) = -x^2 + 2x + 4$ y $g(x) = 2x$, debe ser reparada con pintura impermeabilizante. Si se mide en metros, el precio de la pintura es $6'25€/m^2$ y hay que sumar los gastos de aplicación y transportes, que suponen el 80% del precio total de la superficie:

a) Hacer una gráfica de la zona.
b) Hallar la superficie de la zona.
c) ¿A cuánto asciende la reparación?

SOLUCIÓN:

a) Se calculan los puntos de corte entre $f(x)$ y $g(x)$:

$$-x^2 + 2x + 4 = 2x \rightarrow x = 2 \ y \ x = -2$$

b) El área comprendida por la parábola y la recta entre estos dos puntos es:

$$\int_{-2}^{2}(-x^2 + 2x + 4 - 2x)dx = -\frac{x^3}{3} + 4x\Big]_{-2}^{2} = -\frac{8}{3} + 8 - \left(\frac{8}{3} - 8\right) = 16 - \frac{16}{3} = \frac{32}{3} = 10,667\ m^2$$

c) El coste total de la reparación es entonces:

$$\frac{32}{3} \times 6,25 \times 1,8 = 120\ €$$

4. Una empresa fabrica teléfonos móviles con la misma pantalla y electrónica en dos calidades distintas: calidad A, cuya carcasa es de plástico y calidad B cuya carcasa es de aluminio. El coste de producción unitario es de 70 € para los teléfonos de calidad A y de 90 € para los de calidad B. Asimismo los precios de venta son de 100 € para los de clase A y de 150 € para los de clase B. Si, para fabricar la próxima remesa de móviles, la empresa dispone de un capital de 30000 euros y su proveedor de componentes es capaz de suministrarle, como máximo, 350 pantallas (que se usan para ambas clases de móviles) y 310 carcasas de aluminio.

a) Plantear el problema que determina el número de móviles de cada calidad que se deben fabricar para maximizar el beneficio.
b) Representar la región factible, determinar una solución óptima y hallar el valor óptimo de la función objetivo.

SOLUCIÓN:

Llamamos x al número de móviles de calidad A e y al número de móviles de calidad B que fabrica la empresa. El beneficio de la venta se calcula como el importe de la venta menos el coste de producción:

$$B = 100x + 150y - 70x - 90y = 30x + 60y$$

Las restricciones del problema son las siguientes:

- $x \geq 0, y \geq 0$
- $y \leq 310$
- El coste de producción debe ser inferior a los 30000 € de capital de que dispone la empresa inicialmente:

$$70x + 90y \leq 30000$$

- Asimismo, como dispone de un máximo de 350 pantallas, sólo podrá fabricar un máximo de 350 teléfonos:

$$x + y \leq 350$$

Calculamos el punto de corte entre las dos rectas anteriores; para ello despejamos y en la segunda ecuación:

$$y = 350 - x$$

y sustituimos en la primera:

$$70x + 90(350 - x) = 30000 \Rightarrow -20x = 30000 - 90 \cdot 350 = -1500 \Rightarrow x = \frac{1500}{20} = 75$$

Por tanto:

$$y = 350 - 75 = 275$$

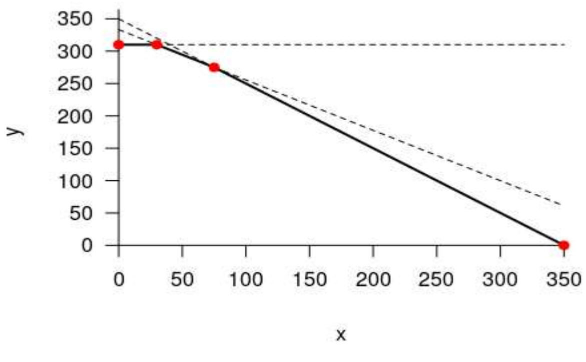
Asimismo el punto de corte entre la recta $y = 310$ y la recta $70x + 90y = 30000$ se obtiene fácilmente sustituyendo $y = 310$ en la segunda ecuación:

$$70x + 90 \cdot 310 = 30000$$

de donde resulta:

$$x = \frac{30000 - 90 \cdot 310}{70} = 30$$

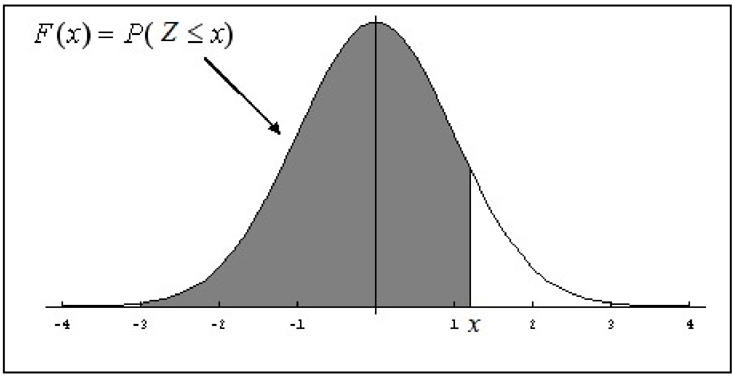
La region factible es entonces de la forma:



Por último, evaluamos la función de beneficio en los vértices de la región factible:

- En $(0,310)$: $B = 18600$
- En $(30,310)$: $B = 19500$
- En $(75,275)$: $B = 18750$
- En $(350,0)$: $B = 10500$

Por tanto el beneficio máximo se obtiene en el punto (30, 310), lo que significa que se deben producir 30 teléfonos de clase A y 310 de clase B.



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000