EVALUACIÓN DE BACHILLERATO
PARA EL ACCCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU)
FASE GENERAL
CURSO 2016–2017

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES	(1)
Convocatoria:	

- Cada alumno debe elegir sólo una de las pruebas (A o B).

- Cada una de las preguntas tiene una puntuación máxima de 2,5 puntos.

PRUEBA A

1. Un estudio realizado por una compañía de seguros de coches estima que una de cada cinco personas accidentadas es mujer. Si se contabilizan, por término medio, 144 accidentes cada fin de semana:

a) Calcular la probabilidad de que, en un fin de semana, la proporción de mujeres accidentadas supere el 23%.

b) Calcular la probabilidad de que, en un fin de semana, la proporción de hombres accidentados no supere el 84%.

c) ¿Cuál es, por término medio, el número esperado de hombres accidentados cada fin de semana?

SOLUCIÓN:

1a)

B(144 ; 0,2) .

Si X es la proporción muestral de mujeres accidentadas,

$$X \sim N\left(p; \sqrt{\frac{p\cdot q}{n}}\right) \to N\left(0,2\ ; \sqrt{\frac{0,2\cdot 0,8}{144}}\right) \to N(0,2\ ; 0,033\ )$$

$$P(X > 0,23) = P(Z > \frac{0,23-0,2}{0,033}) = P(Z > 0,91) = 1 - P(Z < 0,91) = 1 - 0,8186 = 0,1814$$

1b)

B(144 ; 0,8)

Si X es la proporción muestral de hombres accidentados,

$$X \sim N\left(q; \sqrt{\frac{p\cdot q}{n}}\right) \to N\left(0,8\ ; \sqrt{\frac{0,2\cdot 0,8}{144}}\right) \to N(0,8\ ; 0,033\ )$$

$$P(X \leq 0,84) = P(Z \leq \frac{0,84-0,8}{0,033}) = P(Z \leq 1,21) = 0,8869$$

1c)

La variable que mide el número de hombres accidentados es B(144 ; 0,8)

$$nº = n \cdot p = 144 \cdot 0,8 = 115,2$$

Entre 115 y 116.

2. Para una muestra de tamaño 100, y con una desviación típica de 15 años, la estimación media de la edad, en años, de los usuarios del servicio de atención a personas mayores, está entre 61,745 y 68, 255 (ambos incluidos). Suponiendo que la variable manejada es normal:

a) ¿Cuál es la media muestral obtenida?
b) ¿Cuál es el nivel de confianza utilizado?
c) Usando la estimación puntual de la media obtenida en el apartado a), ¿cuál es la probabilidad de que la media de edad de 9 usuarios del servicio sea mayor o igual que 66 años?

Solución

a) Intervalo:

$$[61{,}745, 68{,}255]$$

Media muestral:

$$\bar{x} = \frac{61{,}745 + 68{,}255}{2} = 65\ años$$

b)

$z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{15}{\sqrt{100}} = 1{,}5 z_{\frac{\alpha}{2}} = 3{,}255; z_{\frac{\alpha}{2}} = 2{,}17,\ \alpha = 0{,}03$. El nivel de confianza es del 97%.

c) $\bar{X} \sim N\left(65, \frac{15}{\sqrt{9}}\right) = N(65, 5)$

$$p(\bar{X} \geq 66) = p(Z \geq 0{,}2) = 1 - 0{,}5793 = 0{,}4207$$

3.- Una empresa de material fotográfico oferta una máquina de revelado asegurando que es capaz de pasar a papel 13 fotografías por minuto. Sus cualidades se van deteriorando con el tiempo, de forma que el número de fotografías por minuto varía en función del número de años transcurridos desde su compra, según la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} -0{,}5x + 13 & si \quad 0 \leq x < 6 \\ \dfrac{5(x+14)}{x+4} & si \quad x \geq 6 \end{cases}$$

a) Comprobar que el número de fotografías por minuto decrece con el paso de los años.
b) Justificar que a partir de los 6 años revelará menos de 10 fotografías por minuto y que no revelará menos de 5 fotografías por minuto por muy vieja que sea la máquina

SOLUCIÓN:

a) Comprobamos el decrecimiento estudiando su derivada

$$f'(x) = \begin{cases} -0{,}5 & si \quad 0 \leq x < 6 \\ \dfrac{-50}{(x+4)^2} & si \quad x \geq 6 \end{cases}$$

Tanto antes como después de los seis años la derivada de la función es negativa, luego el número de fotografías por minuto decrece con el paso de los años.

b)

Calculamos cuantas fotografías hace en el sexto año

$$f(6) = \frac{5 \cdot (6+14)}{6+4} = \frac{100}{10} = 10$$

En el año sexto la máquina revela 10 fotografías por minuto y, como la función decrece con el paso de los años, a partir de ese año revelará menos de 10 fotografías por minuto.

Veamos qué ocurre con el paso del tiempo, por muy vieja que sea la máquina

$$\lim_{x\to\infty} \frac{5(x+14)}{x+4} = 5$$

Observamos que el número de fotografías por minuto tiende a 5, por muy vieja que sea la máquina.

4. En el presupuesto de una corporación pública, las partidas dedicadas a inversión en proyectos de interés comunitario, gastos de funcionamiento (personal y corrientes) y gastos sociales (acciones culturales, educativas y sociales) suman 125 millones de euros. La inversión en proyectos es el 56,25% del resto de lo presupuestado y, por cada 9 millones dedicados a gastos sociales, hay 11 dedicados a gastos de funcionamiento.

a) Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones.
b) Resolver el sistema anterior. ¿Cuáles son las cantidades asignadas a cada partida?

Solución

$$p = inversión\ en\ proyectos$$
$$f = inversión\ en\ gastos\ de\ funcionamiento$$
$$s = inversión\ en\ gastos\ sociales$$

a)

$$p + f + s = 125$$
$$p = 0{,}5625(f+s)$$
$$\frac{s}{f} = \frac{9}{11}$$

b)

$p = 45$, $f = 44$, $s = 36$ (millones de euros)

PRUEBA B

1. El gasto mensual en agua de las familias de 4 miembros es una normal de media 32 euros con una desviación típica de 10 euros. Hallar (justificando las respuestas):

a) Probabilidad de que el gasto mensual de una de estas familias sea mayor que 36 euros.
b) Probabilidad de que el gasto mensual de una de estas familias esté entre 28 y 35 euros.
c) Probabilidad de que el gasto mensual medio de 9 de estas familias no supere los 30 euros.

Solución

$$X \sim N(32,10)$$

a) $p(X > 36) = p\left(Z > \frac{36-32}{10}\right) = p(Z > 0{,}4) = 1 - 0{,}6554 = 0{,}3446$

b) $p(28 < X < 35) = p\left(\frac{28-32}{10} < Z < \frac{35-32}{10}\right) == p(-0{,}4 < Z < 0{,}3) = 0{,}6179 - (1 - 0{,}6554) =$
$= 0{,}2733$

c)

$$\bar{X} \sim N\left(32, \frac{10}{3}\right)$$

$$p(\bar{X} \le 30) = p\left(Z \le \frac{30-32}{10/3}\right) = p(Z \le -0{,}6) = 1 - 0{,}7257 = 0{,}2743$$

2. En una ciudad, el 20% de las personas que acceden a un centro comercial urbano proceden del centro de la ciudad, el 45% de barrios periféricos y el resto de pueblos cercanos. Respectivamente, efectúan compras el 60%, el 75% y el 50%.

a) Dibujar el árbol de probabilidades.

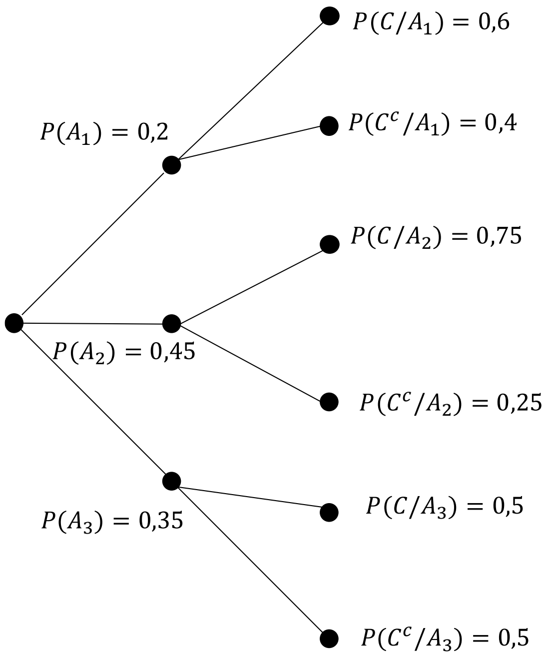
b) Si un determinado día visitan el centro comercial 2000 personas, ¿cuál es el número esperado que no realiza compras?
c) De los que entran en una determinada tienda del centro comercial, el 30% realizan compras. ¿Cuál es el porcentaje de los que, entrando y realizando compras en esa tienda, proceden de barrios periféricos?

Solución

$$A_1 = personas\ que\ proceden\ del\ centro\ de\ la\ ciudad$$
$$A_2 = personas\ que\ proceden\ de\ barrios\ periféricos$$
$$A_3 = personas\ que\ proceden\ de\ pueblos\ cercanos$$
$$C = personas\ que\ efectúan\ compras$$

$p(A_1) = 0{,}2$, $p(A_2) = 0{,}45$, $p(A_3) = 0{,}35$
$p(C/A_1) = 0{,}6$, $p(C/A_2) = 0{,}75$, $p(C/A_3) = 0{,}5$

a) El árbol es:



b) $p(C) = p(C/A_1)p(A_1) + p(C/A_2)p(A_2) + p(C/A_3)p(A_3) = 0{,}6325$

$$p(C^c) = 0{,}3675$$

Nº esperado que no realiza compras $= 2000 \times 0{,}3675 = 735$

c) Entre los que realizan compras, la probabilidad de que procedan de barrios periféricos es:

$$p(A_2/C) = \frac{p(C/A_2)p(A_2)}{p(C)} = \frac{0{,}3375}{0{,}6325} = 0{,}533596838 \cong 0{,}5336$$

El porcentaje de los que, entrando y realizando compras en esa tienda, proceden de barrios periféricos es:

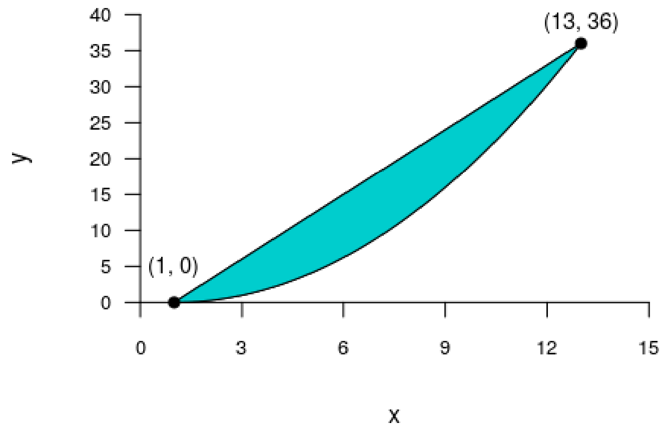
$$100 \times 0{,}3 \times 0{,}5336 = 16{,}008\%$$

3. Una zona de un patio está limitada por $y = 3(x-1)$ e $y = \frac{(x-1)^2}{4}$.
Si las unidades de medida son metros, justificando las respuestas:

a) Hacer una gráfica de la zona.
b) ¿Cuántos metros cuadrados tiene la zona?
c) Se pretende cubrirla de césped artificial que cuesta 10 euros el metro cuadrado. Si, por razones de instalación, se pierde el 15% de la superficie adquirida, ¿cuánto cuesta la cantidad de césped artificial que hay que comprar?

Solución

a) Una gráfica de la zona es:



Para hallar el área calculamos en primer lugar los puntos de corte entre la recta y la parábola:

$$3(x-1)=\frac{(x-1)^2}{4}\rightarrow 12x-12=x^2-2x+1\rightarrow x^2-14x+13=0$$

Las raíces de esta ecuación son $x_1=1$ y $x_2=13$. Por tanto, para hallar el área de la zona indicada calculamos la integral:

$$A=\int_1^{13}\left(3(x-1)-\frac{(x-1)^2}{4}\right)dx=\frac{1}{4}\int_1^{13}(-x^2+14x-13)dx=\frac{1}{4}\left(-\frac{x^3}{3}+7x^2-13x\right)\Bigg]_1^{13}$$

$$=\frac{1}{4}\left[\left(-\frac{13^3}{3}+7\cdot 13^2-13\cdot 13\right)-\left(-\frac{1}{3}+7-13\right)\right]$$

$$=\frac{1}{4}\left[\frac{-2197+1}{3}+1183-7-169+13\right]=\frac{1}{4}(-732+1020)=72$$

La superficie es de 72 metros cuadrados.

c) Si sólo se aprovecha el 85% de césped comprado, como:

$$0{,}85\times SC=72$$

el costo del césped artificial es

$$Costo=SC\times 10=\frac{72}{0{,}85}\times 10=847{,}06\,euros.$$

4. Una confitería tiene en el almacén 320 bombones de crema de cacao, 240 bombones con frutos secos y 200 bombones con licor. Estos bombones se venden empaquetados en dos tipos de cajas: azules y rojas. En cada caja azul se incluyen 4 bombones de crema, 4 de frutos secos y 2 de licor. En cada caja roja hay 6 bombones de crema, 2 de frutos secos y 4 de licor. Si la caja azul se vende a 8 euros y la caja roja se vende a 10 euros:

a) Plantear el problema que determina el número de cajas de cada tipo que se han de confeccionar para maximizar la recaudación.

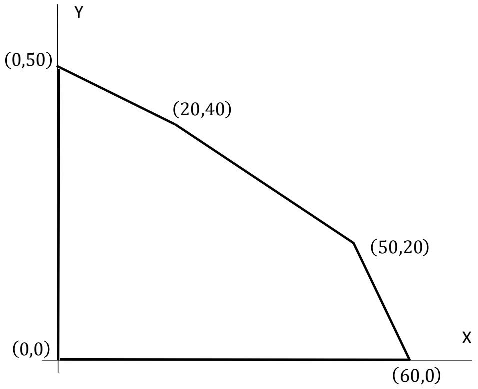
b) Representar la región factible, determinar una solución óptima y hallar el valor óptimo de la función objetivo.

Solución

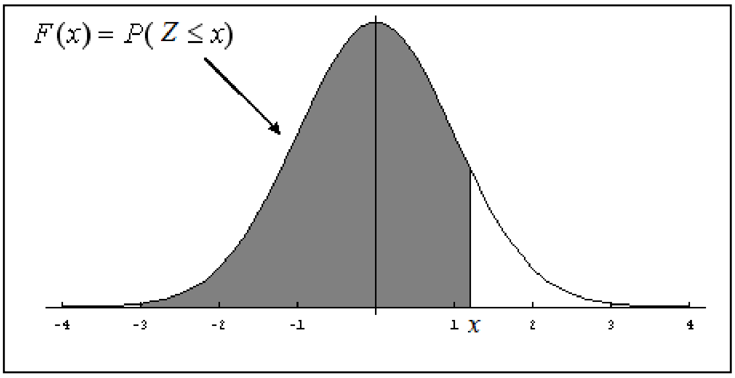
a) El problema a resolver es:

$$\max 8x+10y$$
$$s.a{:}\ 4x+6y\leq 320$$
$$4x+2y\leq 240$$
$$2x+4y\leq 200$$
$$x\geq 0, y\geq 0$$

b)



Vértices:
(0,50) con valor objetivo igual a 500 euros
(20,40) con valor objetivo igual a 560 euros
(50,20) con valor objetivo igual a 600 euros
(60,0) con valor objetivo igual a 480 euros
(0,0) con valor objetivo igual a 0 euros
La solución óptima es (50,20)



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000