EVALUACIÓN DE BACHILLERATO
PARA EL ACCCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU)
FASE GENERAL
CURSO 2017–2018

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES	(1)
Convocatoria:	

- Cada alumno debe elegir sólo una de las pruebas (A o B).

- Cada una de las preguntas tiene una puntuación máxima de 2,5 puntos.

PRUEBA A

1. A partir de una muestra de 100 usuarios del servicio de deportes, se estima que el valor medio de edad de estos usuarios está entre 22,83 y 27,17 años (ambos incluidos). Suponiendo que esta variable es normal, con una desviación típica de 10 años:

a) ¿Cuál es la media muestral obtenida?
b) ¿Cuál es el nivel de confianza utilizado?
c) Usando la estimación puntual de la media obtenida en el apartado a), ¿cuál es la probabilidad de que la media de edad de 16 usuarios del servicio de deportes sea menor o igual que 24 años?

Solución

a) Intervalo:

$[22{,}83, 27{,}17]$

Media muestral:

$$\bar{x}=\frac{22{,}83+27{,}17}{2}=25\,años$$

b) $z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{10}{\sqrt{100}}=z_{\frac{\alpha}{2}}=2{,}17\,;\,z_{\frac{\alpha}{2}}=2{,}17$, $\alpha=0{,}03$. El nivel de confianza es del 97%.

c) $\bar{X}\approx N\left(25,\frac{10}{\sqrt{16}}\right)=N(25{,}2{,}5)$

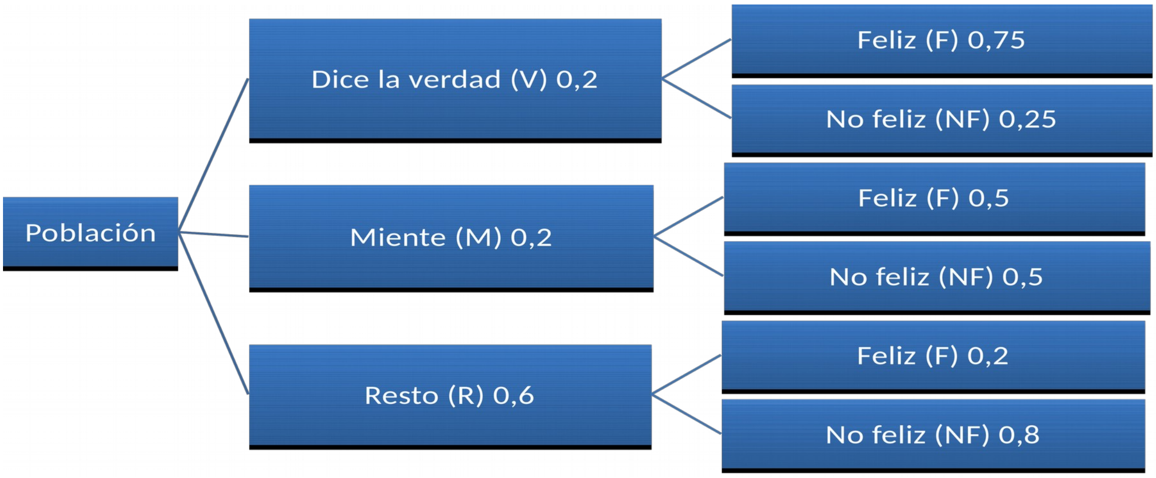
$$p(\bar{X}\le 24)=p(Z\le -0{,}4)=1-0{,}6554=0{,}3446$$

2. El 20% de los habitantes de cierta población dice siempre la verdad y otro 20% miente siempre. El 75% de los que dicen siempre la verdad son felices; también son felices el 50% de los mentirosos y el 20% del resto de la población.

a) Construir el árbol de probabilidades
b) Calcular la probabilidad de que una persona elegida al azar no sea feliz.
c) Se ha elegido una persona al azar que resulta ser feliz. ¿Cuál es la probabilidad de que diga siempre la verdad?

Solución

a)



b) $P(NF)=P(NF/V)\cdot P(V)+P(NF/M)\cdot P(M)+P(NF/R)\cdot P(R)=$
$$=0{,}25\cdot 0{,}2+0{,}5\cdot 0{,}2+0{,}8\cdot 0{,}6=0{,}63$$

c) $P(F)=0{,}37$

$$P(V/F)=\frac{P(F/V)\cdot P(V)}{P(F)}=\frac{0{,}75\cdot 0{,}2}{0{,}37}=0{,}4054$$

3. El rendimiento, en tanto por ciento, de un jugador de futbol, depende de la cantidad de minutos que esté jugando. Si el tiempo de un partido es de 90 minutos y la función que da el rendimiento en función de esos minutos es:

$$R(t)=\frac{-1}{20}t^2+2t+80$$

a) ¿En qué momento el jugador tiene mayor rendimiento? ¿Cuál es dicho rendimiento?
b) ¿En qué minuto el jugador tiene el mismo rendimiento que cuando comenzó el partido?
c) Si el entrenador quiere cambiarlo cuando esté al 20% de su rendimiento, ¿en qué minuto debe cambiarlo?

Solución

a) $R'(t)=\frac{-1}{10}t+2$; $\frac{-1}{10}t+2=0$; $2=\frac{1}{10}t$; $t=20$. En el minuto 20.

Como $R''(t)=-1/10$, en $t=20$ el rendimiento es máximo.

$R(20)=\frac{-1}{20}20^2+2\cdot 20+80$ = 100 alcanza el 100%

b) $R(0)=80$; $80=\frac{-1}{20}t^2+2t+80$; $\frac{-1}{20}t^2+2t$ 0 ;

$t\left(\frac{-1}{20}t+2\right) \quad 0$; $t=0$ y $\frac{-1}{20}t+2=0$; $2=\frac{1}{20}t$; $t=40$. En el minuto 40

c) $20=\frac{-1}{20}t^2+2t+80$; $0=\frac{-1}{20}t^2+2t+60$

$$t=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot\left(\frac{-1}{20}\right)\cdot 60}}{2\cdot\left(\frac{-1}{20}\right)}=\begin{cases} t_1=-20 \\ t_2=60 \end{cases}$$

Única solución posible es $t=60$ minutos

4. En un grupo hay 288 personas de entre 18 y 25 años clasificados como estudiantes, empleados y sin ocupación. Por cada cinco estudiantes hay tres empleados y los sin ocupación representan el 80% del resto.

a) Plantear el correspondiente sistema.
b) ¿Cuántos estudiantes, empleados y sin ocupación hay?

Solución

Si $x\rightarrow$ estudiantes, $y\rightarrow$ empleados, $z\rightarrow$ sin ocupación

$$\begin{aligned} x+y+z&=288 \\ z&=0{,}80\cdot(x+y) \\ \frac{x}{y}&=\frac{5}{3} \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones, obtenemos:

$x=¿$ 100 estudiantes, $y=60$ empleados, $z=128$ sin ocupación.

PRUEBA B

1. Un estudio realizado sobre 600 personas de una ciudad indica que 360 consultan 15 o más veces su teléfono móvil cada tres horas.

a) Con una confianza del 97%, construir un intervalo de confianza para la proporción de personas que consulta menos de 15 veces su teléfono móvil cada tres horas.

b) Si, para estimar la proporción de personas que consulta 15 o más veces su teléfono móvil cada tres horas, se obtiene el intervalo $[0{,}5424, 0{,}6576]$. ¿Cuál es el nivel de confianza utilizado?

c) Si la población de la ciudad es de 10.000 personas, usando el nivel de confianza del apartado b), ¿entre qué límites está el número de los que consulta menos de 15 veces su teléfono móvil cada tres horas?

Solución

$$\hat{p}=\frac{360}{600}=0{,}6 \quad , \quad \hat{q}=0{,}4$$

a) Intervalo de confianza: $z_{\frac{\alpha}{2}}=2{,}17$

$$\left[\hat{q}-z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{q}(1-\hat{q})}{n}}, \hat{q}+z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{q}(1-\hat{q})}{n}}\right]=[0{,}3566, 0{,}4434]$$

b) Como $\frac{360}{600}=0{,}6$, $z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}=0{,}0576$, con $\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}=0{,}02$. Entonces $z_{\frac{\alpha}{2}}=\frac{0{,}0576}{0{,}02}=2{,}88$.

Por tanto, $\alpha=0{,}004$ y el nivel de confianza es $1-\alpha=0{,}996$

c) El correspondiente intervalo de confianza es:

$$\left[\hat{q}-z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{q}(1-\hat{q})}{n}}, \hat{q}+z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{q}(1-\hat{q})}{n}}\right]=[0{,}3424, 0{,}4576]$$

con $z_{\frac{\alpha}{2}}=2{,}88$

El número de los que consulta menos de 15 veces su teléfono móvil cada tres horas está entre 3424 y 4576.

2. El tiempo que tardan en descargarse las baterías de un dispositivo electrónico sigue una variable normal de media 3,8 días y desviación típica 1 día. Si se manejan baterías de ese dispositivo, calcular:

a) la probabilidad de que la duración media de una muestra de 16 baterías esté entre 4,1 y 4,3 días.

b) la probabilidad de que la duración media de una muestra de 25 baterías no sea mayor que 3,35 días.

Solución

a) $N\left(3{,}8\,;\frac{1}{\sqrt{16}}\right)\to N(3{,}8\,;0{,}25)$

$P(4{,}1<X<4{,}3)=P(1{,}2<Z<2)=P(Z<2)-P(Z<1{,}2)=0{,}9772-0{,}8849=0{,}0923$

b) $N\left(3{,}8\,;\frac{1}{\sqrt{25}}\right)\to N(3{,}8;\,0{,}2)$

$P(X\leq 3{,}35)=P(Z\leq -2{,}25)=P(Z\geq 2{,}25)=1-P(Z<2{,}25)=1-0{,}9878=0{,}0122$

3. El recubrimiento de lona de una terraza tiene una zona deteriorada cuya superficie está limitada por $y=(x-2)^2$ e $y=-4x+8$. Si se mide en metros, se pide:

a) Representar la zona deteriorada.
b) Para repararla, se ha de utilizar lona cuyo coste (incluido trabajo de reparación) es de 18 euros por metro cuadrado. Si en el trabajo de reparación se desperdicia la tercera parte de la lona adquirida, ¿cuánto costará la reparación?

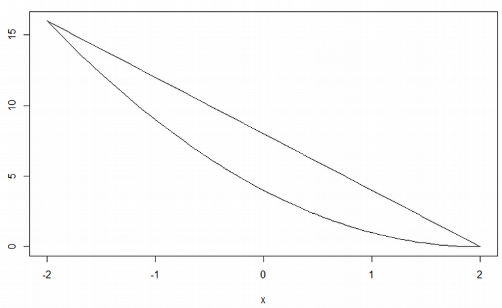
Solución

a) Los puntos de corte entre las curvas se obtienen a partir de:

$(x-2)^2=-4x+8$

$x=-2{,}2$

Una gráfica es:



b) Calculamos el área entre las curvas:

$$\int_{-2}^{2}(-4x+8-x^2+4x-4)\,dx=\int_{-2}^{2}(4-x^2)\,dx=4x-\frac{x^3}{3}\Big]_{-2}^{2}=8-\frac{8}{3}+8-\frac{8}{3}=16-\frac{16}{3}=\frac{32}{3}m^2$$

Para reparar la zona se necesitan 16 m^2 ya que sólo se puede aprovechar $\frac{2}{3}\times 16=\frac{32}{3}m^2$. El costo de la reparación es de $18\times 16=288$ euros.

4. La encargada de una floristería ha de hacer un pedido semanal de plantas de interior y plantas de exterior. Al proveedor le paga 1€ por cada planta de interior y 2€ por cada planta de exterior. Necesita atender al menos la demanda de un cliente, que ha solicitado 20 de interior y 30 de exterior. Además, el transporte del pedido le supone unos costes, que son de 0,60€ por cada planta de interior y 0,80€ por cada planta de exterior, y la floristería tiene por norma no sobrepasar los 48€ de costos de transporte por cada pedido semanal. Por otro lado, la encargada recibe una prima de 0,60€ por cada planta de interior que venda y una prima de 0,50€ por cada planta de exterior que venda, y quiere conseguir al menos 30 euros en este pedido.

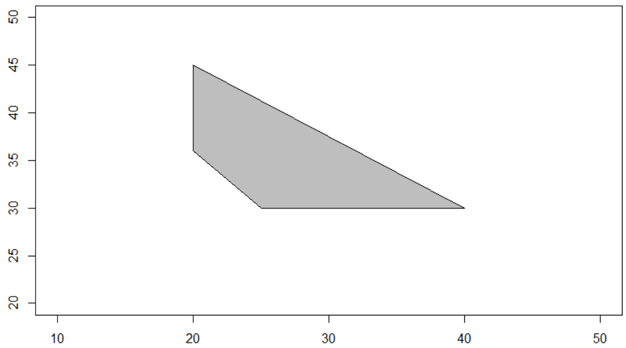
a) Si quiere minimizar el precio que le tiene que pagar al proveedor, formular el correspondiente problema. Dibujar la región factible.
b) Resolver el problema planteado en a) calculando también cuánto le paga al proveedor y cuánto es el gasto de transporte.

Solución

a)

Número de plantas de interior: x
Número de plantas de exterior: y
La función objetivo es $z=x+2y$

$$\begin{cases} x\geq 20 \\ y\geq 30 \\ 0{,}6x+0{,}8y\leq 48 \\ 0{,}6x+0{,}5y\geq 30 \end{cases}$$



Los vértices de la región factible son:

(20,36), (20,45), (25,30) y (40,30)

Calculamos el valor de la función objetivo para cada uno de los vértices:

(20,36), $z=92$ €

(20,45), $z=110$ €

(25,30), $z=85$ €

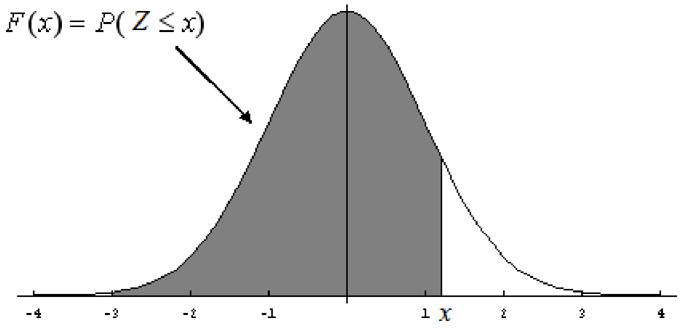
(40,30), $z=100$ €

Como queremos minimizar el pago que habría que hacer al proveedor, la encargada debe pedir 25 plantas de interior y 30 plantas de exterior.

b)

Pago al proveedor: $z=85$ €

Gastos de transporte: $0{,}6\cdot 25+0{,}8\cdot 30=39$ €



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000