



Evaluación para el Acceso a la Universidad  
Convocatoria de 2019

Materia:

**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**  
El alumno deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B.  
Se podrá utilizar cualquier tipo de calculadora.

Propuesta A

1. Un cliente hace un pedido a una fábrica de harinas que ofrece 3 tamaños distintos de sacos: pequeño, mediano y grande. Ha pedido 20 sacos pequeños, 14 medianos y 6 grandes y el peso total de su pedido es 1800 kilogramos. Si el peso de dos sacos pequeños y tres medianos es el mismo que el de dos sacos grandes y el peso de un saco grande es cuatro veces el peso de un saco pequeño.

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar el peso de cada tipo de saco (1.5 pts)

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 pts)

2. En el siguiente problema de programación lineal optimiza la función  $f(x, y) = 3x + 4y$  sujeta a las siguientes restricciones:  
 $x + y \geq 2$  ;  $x \leq y$  ;  $0 \leq y \leq 2$  ;  $x \geq 0$

a) Dibuja la región factible. (1 pto)

b) Determina los vértices de la región factible. (0.25 pts)

c) Indica el máximo y el mínimo y sus respectivos valores. (0.25 pts)

3. Se considera la función  $f(x) = \begin{cases} 4x - (3/2) & \text{si } x \leq c \\ (x - 2)^2 + 3/2 & \text{si } x > c \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de  $c$  la función  $f(x)$  es continua en  $x = c$ ? (0.5 pts)

b) Para  $c = 1$ , representa gráficamente la función  $f$ . (1 pto)

4. La función  $v(t) = 48t^2 - 2t^3$  nos da el número de ordenadores afectado por un virus informático, siendo  $t$  el tiempo (en horas) desde que se localizó el primer ordenador con virus

a) Averigua, si existe, el momento en el que el virus dejará de propagarse. (0.5 pts)

b) Estudia cuando aumenta y cuando disminuye la propagación del virus. (0.5 pts)

c) ¿En qué momento se produce el número máximo de ordenadores afectados? ¿cuántos ordenadores? (0.5 pts)

5. En un cierto banco el 5% de los créditos concedidos son para la compra de una casa. De los créditos concedidos para la compra de una casa, el 40% resultan impagados. Del resto de créditos concedidos que no son para la compra de una casa, se sabe que el 10% de ellos resultan impagados.

a) Calcula la probabilidad de que elegido un crédito al azar sea de los impagados. (0.75 pts)

b) Sabiendo que un crédito se ha pagado, ¿cuál es la probabilidad de que el crédito fuera para una casa? (0.75 pts)

6. Se ha tomado una muestra aleatoria del contenido en gramos de azúcar en frascos de 500 gramos de ketchup en una muestra de 10 frascos y ha resultado ser: 60, 80, 120, 95, 65, 70, 75, 85, 100 y 90. Suponiendo que el contenido en azúcar en gramos del ketchup se distribuye según una ley normal de desviación típica  $\sigma = 10$  gramos, se pide:

a) Halla el intervalo de confianza del 97% para el contenido medio de azúcar en un frasco de 500 gramos de ketchup. (1 pto)

b) Razona y explica qué se podría hacer para que el intervalo de confianza tuviera menor amplitud con el mismo nivel de confianza (0.5 pts)

c) ¿Crees que la media poblacional  $\mu$  del contenido en gramos de azúcar es de 85 gramos con una probabilidad del 98.5%? Razona tu respuesta. (0.5 pts)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857

### Propuesta B

1. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ a & b \end{pmatrix}$ , encontrar los valores de los parámetros  $a$  y  $b$  para que las matrices conmuten. (1.5 pts)

2. Se reparten tres tipos de becas:  $B_1$  por valor de 400 euros,  $B_2$  de 160 euros y  $B_3$  de 200 euros. El dinero total destinado a las becas es de 43400 euros y son 145 personas las que obtienen beca. Cada persona solamente puede obtener una beca. Sabiendo que la cantidad de personas que recibe la beca  $B_1$  es 5 veces mayor que la que obtiene la beca  $B_2$ :

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permite averiguar qué cantidad de personas reciben cada tipo de beca. (1.5 pts)

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 pts)

3. Se considera la función  $f(x) = \begin{cases} |x+2|+t & \text{si } x \leq -1 \\ (x-t)^2 & \text{si } x > -1 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de  $t$  la función  $f(x)$  es continua en  $x=-1$ ? (0.5 pts)

b) Para  $t = 3$ , calcula los extremos relativos de la función  $f(x)$  en el intervalo  $(-1, +\infty)$ . (0.5 pts)

c) Para  $t = 3$ , calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función  $f(x)$  en  $(-1, +\infty)$ . (0.5 pts)

4. Sea la función  $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx + 1$ . Sabemos que presenta un punto de inflexión en el punto de abscisa  $x = 0$ , un máximo en  $x = 1$  y la pendiente de la recta tangente en  $x = -1$  es 24. Con estos datos, halla razonadamente los valores de los parámetros  $a, b$  y  $c$ . (1.5 pts)

5. En una clase de pintura hay 27 alumnos, 14 son de Albacete, 5 son de Cuenca y 8 de Toledo.

a) Se sortean dos entradas entre todos los alumnos, ¿cuál es la probabilidad de que ambas entradas le toquen a alumnos que no son de Albacete? (pueden tocarle al mismo alumno las dos entradas). (0.75 pts)

b) Si sorteamos 5 entradas, de una en una, de forma que no participa en el sorteo la persona que ya le haya tocado una entrada, ¿cuál es la probabilidad de que las 5 sean para alumnos de Cuenca? (0.75 pts)

6. El tiempo de atención a un paciente por parte de un centro médico sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica  $\sigma = 2$  minutos. Se hace un estudio de los tiempos de atención de 10 clientes al azar, siendo estos tiempos: 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 14, 15 y 16 minutos respectivamente.

a) Halla un intervalo de confianza para la media poblacional del tiempo de atención al paciente por parte del centro, con un nivel de confianza del 95%. (1 pto)

b) ¿Cuál deberá ser el tamaño mínimo de la muestra elegida para que, con el mismo nivel de confianza, el error máximo admisible sea menor que 1 minuto? (1 pto)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

### 1A.- Solución:

Llamemos  $P$  al peso en kilos de un saco pequeño,  $M$  al peso de un saco mediano y  $G$  al peso de un saco grande que vale un bocadillo

$$a) \begin{cases} 20P + 14M + 6G = 1800 \\ 2P + 3M = 2G \\ G = 4P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{Sustituimos la 3ª en la 1ª y en la 2ª} \\ 20P + 14M + 24P = 1800 \\ 2P + 3M = 8P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 44P + 14M = 1800 \\ -6P + 3M = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M = 2P \\ 44P + 28P = 1800 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 72P = 1800 \Rightarrow P = 25 \text{ kg} \\ M = 50 \text{ kg} \\ G = 100 \text{ kg} \end{cases}$$

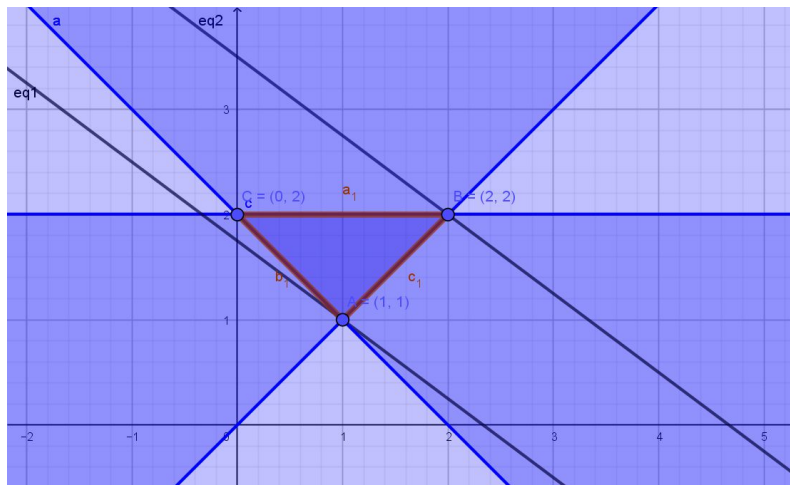
### 2A.- Solución:

Las restricciones que definen la región factible son

$$\begin{cases} x + y \geq 2 \\ x \leq y \\ y \geq 0 \\ y \leq 2 \\ x \geq 0 \end{cases} \quad \text{Región que queda}$$

reflejada a escala en el dibujo. Los vértices los obtenemos como intersección de cada dos rectas que la limitan

La función  $f(x, y) = 3x + 4y$  alcanza el máximo en el vértice  $(2, 2)$  donde  $f(2, 2) = 14$  y el mínimo en  $(1, 1)$  donde  $f(1, 1) = 7$



### 3A.- Solución:

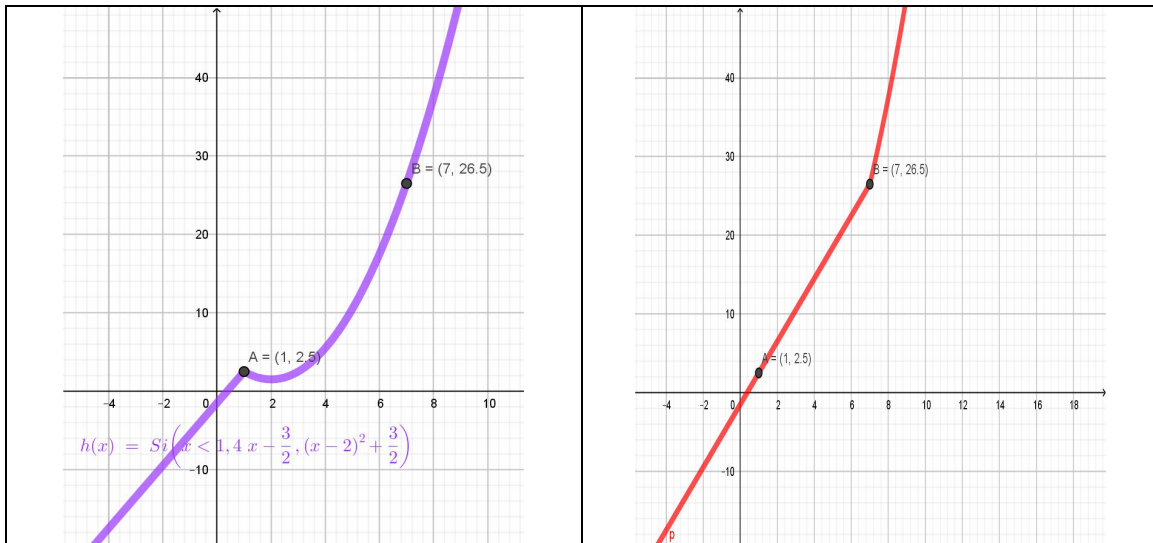
Para ser continua en  $c$  debe existir  $f(c)$  y los límites por la derecha y por la izquierda cuando  $x$  tiende a  $c$  deben coincidir

$$a) \lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^-} 4x - \frac{3}{2} = 4c - \frac{3}{2} = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^+} (x-2)^2 + \frac{3}{2} = (c-2)^2 + \frac{3}{2} \Rightarrow$$

$$4c - \frac{3}{2} = (c-2)^2 + \frac{3}{2} \Rightarrow (c-2)^2 - 4c + 3 = 0 \Rightarrow c^2 - 8c + 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 7 \\ c = 1 \end{cases}$$

Luego es continua cuando  $c=7$  y cuando  $c=1$

b) Para  $c=1$  se trata de una semirrecta de pendiente 4 y ordenada en el origen 1'5 y un trozo de la parábola de vértice en (2, 1'5). Ver gráfica en morado.



### 4A.- Solución

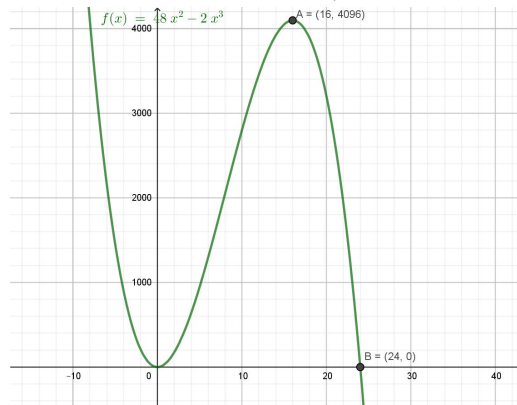
El virus dejará de propagarse cuando ningún ordenador esté afectado, por tanto

$$a) v(t) = 0 \Rightarrow 48t^2 - 2t^3 = 0 \Rightarrow 2t^2(24 - t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 24 \end{cases} \Rightarrow \text{Deja de propagarse a la 24 horas}$$

$$b) v'(t) = 96t - 6t^2 \Rightarrow \begin{cases} v'(t) = 0 \Rightarrow t(96 - 6t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 16 \end{cases} \\ v''(t) = 96 - 12t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v''(0) > 0 \Rightarrow \text{Mínimo en } (0, 0) \\ v''(16) < 0 \Rightarrow \text{Máximo en } (16, 4096) \end{cases}$$

Aumenta de 0 a las 16 horas y disminuye de las 16 a las 24 en que desaparece.

c) A las 16 horas hay 4096 ordenadores infectados, es el máximo.



**5A.- Solución:**

Llamaremos C al suceso “elegido un crédito al azar resulta ser para compra de casa”

NC al suceso “..... otra cosa que no sea casa”. I al suceso “.... impagado”.

P al suceso “... pagado”

$$a) P(I) = P(I \cap C) + P(I \cap NC) = P(C).P(I/C) + P(NC).P(I/NC) = 5\%.40\% + 95\%.10\% \\ = 11'5\% \Rightarrow P(P) = 88'5\%$$

b) Si el 40 % de los créditos de casa son impagados entonces el 60% de los de casa son pagados

$$P(C/P) = \frac{P(C \cap P)}{P(P)} = \frac{P(C).P(P/C)}{P(P)} = \frac{5\%.60\%}{88'5\%} = \frac{300\%}{88'5} = 3'38\%$$

**6A.- Solución:**

a) Para obtener el intervalo de confianza debemos tener en cuenta que:

$$P\left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha, \text{ donde } 1 - \alpha \text{ es el nivel de confianza, (en}$$

nuestro caso 0,97).  $\bar{x}$  la media de la muestra, en nuestro caso 84,  $\sigma$  la desviación típica 10 y  $n$  el tamaño de la muestra 10

$$1 - \alpha = 0,97 \Rightarrow \alpha = 0,03 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,015 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2,17. \text{ Ya que } 1 - 0,015 = 0,985 \text{ (ver tabla).}$$

$$\text{Luego el intervalo pedido es } \left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (77'13, 90'86)$$

b) Si queremos mantener el nivel de confianza y que el intervalo sea menor, debemos aumentar el tamaño de la muestra porque así disminuimos el radio del intervalo, ya que,

$$\text{como vemos en la fórmula al aumentar } n \text{ disminuye el radio} = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

c) Si volvemos a calcular el intervalo de confianza para

$1 - \alpha = 0,985$  nos dará uno más amplio que el anterior y si antes pertenecía el 85, también pertenecerá en este. Luego la respuesta es sí.

**B1.- Solución:**

a) Para que conmuten  $A \cdot B = B \cdot A$

$$\begin{cases} A \cdot B = \begin{pmatrix} 1+3a & 5+3b \\ 3+a & 15+b \end{pmatrix} \\ B \cdot A = \begin{pmatrix} 16 & 8 \\ a+3b & 3a+b \end{pmatrix} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1+3a = 16 \\ 5+3b = 8 \\ 3+a = a+3b \\ 15+b = 3a+b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 1 \end{cases} \text{ Comprobación } A \cdot B = \begin{pmatrix} 16 & 8 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = B \cdot A$$

**B2.- Solución:**

Llamaremos  $x$  al número de personas que reciben la becas tipo B1, y al número de las que reciben B2 y  $z$  al número de las que reciben B3.

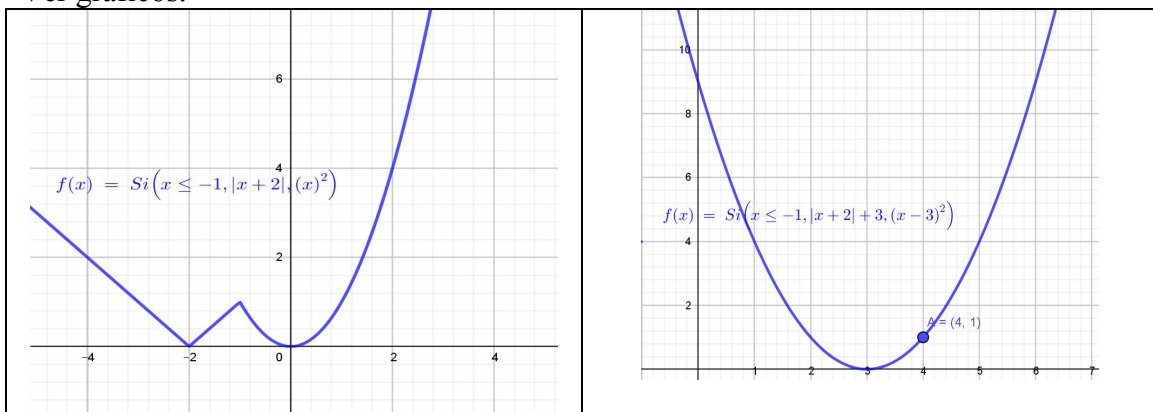
$$a) \begin{cases} 400x + 160y + 200z = 43400 \\ x + y + z = 145 \\ x = 5y \end{cases} \Rightarrow b) \begin{cases} \text{Sustituimos la 3ª en la 1ª y en la 2ª} \\ 2000y + 160y + 200z = 43400 \\ 5y + y + z = 145 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 216y + 20z = 4340 \\ 6y + z = 145 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 216y + 20z = 4340 \\ -120y - 20z = 2900 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 96y = 1440 \\ y = \frac{1440}{96} = 15 \text{ personas con beca B2} \\ z = 145 - 6y \Rightarrow z = 145 - 90 = 55 \text{ personas con beca B3} \\ x = 5y \Rightarrow x = 75 \text{ personas con beca B1} \end{cases}$$

**B3.- Solución:**

$$\begin{cases} f(-1) = |-1+2| + t = 1+t \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 1+t = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = (-1-t)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1+t = (1+t)^2 \Rightarrow 1 = 1+t \Rightarrow t = 0 \\ f(-1) = 1 \end{cases}$$

Si  $t = 3$  en  $(-1, \infty)$   $f(x) = (x-3)^2$  que es un trozo de la parábola con vértice en  $(3,0)$  y que pasa por  $(4,1)$ . Luego tiene un mínimo en  $(3,0)$ , decrece de  $-1$  a  $3$  y crece de  $3$  a infinito. Ver gráficos.

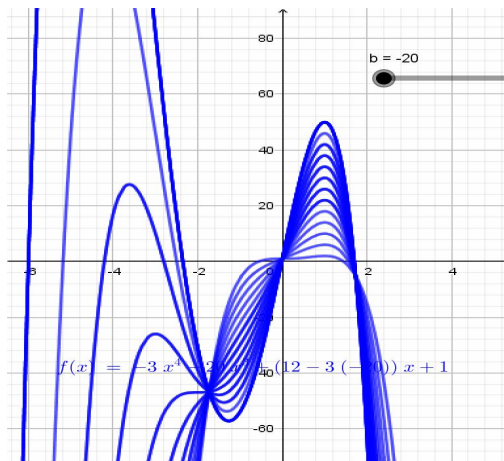


**B4.- Solución:**

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = ax^4 + bx^3 + cx + 1 \\ f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + c \\ f''(x) = 12ax^2 + 6bx \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} P.I.(0,1) \Rightarrow \{ f''(0) = 0 \\ \text{Máximo en } x = 1 \Rightarrow \{ f'(1) = 0 \\ 4a + 3b + c = 0 \\ \text{Tangente en } x = -1 \text{ vale } 24 \Rightarrow \{ f'(-1) = 24 \\ -4a + 3b + c = 24 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 8a = -24 \\ a = -3 \\ 6b + 2c = 24 \\ c = 12 - 3b \end{array} \right.$$

Luego hay muchas funciones que cumplen lo pedido

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = -3x^4 + bx^3 + (12 - 3b)x + 1 \\ \text{Para máximo en } x = 1 \quad f''(x) < 0 \Rightarrow -36 + 6b < 0 \Rightarrow b < 6 \\ \text{En el gráfico podemos ver unas cuantas.} \end{array} \right.$$



**B5.- Solución:**

Calculamos la probabilidad de que la primera no sea para Albacete y la de que la segunda tampoco lo sea

$$a) P(1^a nA \cap 2^a nA) = \frac{13}{27} \cdot \frac{13}{27} = 0,2318$$

$$b) P(1^a C \cap 2^a C \cap \dots \cap 5^a C) = \frac{5}{27} \cdot \frac{4}{26} \cdot \frac{3}{25} \cdot \frac{2}{24} \cdot \frac{1}{23} = \frac{120}{9687600} = 0'0000123$$

**B6.- Solución:**

a) Para obtener el intervalo de confianza debemos tener en cuenta que:

$$p\left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha, \text{ donde } 1 - \alpha \text{ es el nivel de confianza, (en}$$

nuestro caso 0,95).  $\bar{x}$  la media de la muestra, en nuestro caso 10'3,  $\sigma$  la desviación típica 2 y  $n$  el tamaño de la muestra 10

$$1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow \alpha = 0,05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96. \text{ Ya que } 1 - 0,025 = 0,975 \text{ (ver tabla).}$$

$$\text{Luego el intervalo pedido es } \left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (9'06, 11'53)$$

b) El error es el radio del intervalo de confianza

$$E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 1 \Rightarrow 1,96 \frac{2}{\sqrt{n}} < 1 \Rightarrow \sqrt{n} > 3'92 \Rightarrow n > 3'92^2 \Rightarrow n = 16$$