

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(Responde soamente aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 0 & c \\ 0 & -c \end{pmatrix}$

Calcula as matrices $B - C$ e $A \cdot B$. Calcula os valores de a , b e c que verifican $B - C = A \cdot B$

2. Dada a función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$,

a) Calcula a primitiva F de f verificando que $F(2) = 1$. **b)** Estuda o crecemento e decrecemento e representa graficamente a función f .

c) Calcula a área limitada pola curva $f(x)$ e o eixe X entre $x = 0$ e $x = 2$.

3. O peso (en gramos) das empanadas que saen dun forno segue unha distribución normal cunha desviación típica de 120 gramos. Se se estableceu o intervalo $(1499,9; 1539,1)$ como intervalo de confianza para a media a partir dunha mostra de 144 empanadas **a)** cal é o valor da media mostral?, con que nivel de confianza se construíu o intervalo? **b)** Cantas empanadas, como mínimo, deberíamos pesar para que o nivel de confianza do intervalo anterior sexa do 99%?

4. Nunha empresa, o 20% dos traballadores son maiores de 30 anos, o 8% desempeña algún posto directivo e o 6% é maior de 30 anos e desempeña algún posto directivo. **a)** Que porcentaxe dos traballadores ten máis de 30 anos e non desempeña ningún cargo directivo? **b)** Que porcentaxe dos traballadores non é directivo nin maior de 30 anos? **c)** Se a empresa ten 100 traballadores, cantos son directivos e non teñen máis de 30 anos?

OPCIÓN B

1. Unha pastelería fai con fariña e nata dous tipos de biscoitos: suave e duro. Dispón de 160 quilogramos de fariña e 100 quilogramos de nata. Para fabricar un biscoito suave necesita 250 gramos de fariña e 250 gramos de nata e para fabricar un biscoito duro necesita 400 gramos de fariña e 100 gramos de nata. Ademais o número de biscoitos suaves fabricados debe exceder ao menos en 100 unidades o número de biscoitos duros. Se os biscoitos suaves se venden a 6 € e os biscoitos duros a 4,5€

a) Formula un problema que controle a fabricación de biscoitos maximizando as vendas. **b)** Representa a rexión factible. **c)** Que cantidade se debe fabricar de cada tipo para maximizar ditas vendas? A canto ascenden?

2. O salario diario dun mozo durante os cinco primeiros anos en determinada empresa axústase á seguinte función, onde t representa o tempo, en anos, que leva contratado:

$$S(t) = \begin{cases} 35 & \text{se } 0 \leq t < 1, \\ 25 + 10t & \text{se } 1 \leq t < 2, \\ -0.5t^2 + 4t + 39 & \text{se } 2 \leq t \leq 5 \end{cases}$$

a) Estuda o crecemento e decrecemento da función salario e represéntaa. **b)** En que momento tivo un salario máximo? E mínimo? Calcula ditos salarios.

3. O 30 % das estudantes dun instituto practica baloncesto. De entre as que practican baloncesto, o 40 % practica ademais tenis. De entre as que non practican baloncesto, un cuarto practica tenis. Elixida unha estudante dese instituto ao azar, **a)** Cal é a probabilidade de que practique ambos os deportes? **b)** Cal é a probabilidade de que practique tenis? **c)** Son independentes os sucesos “practicar tenis” e “practicar baloncesto”?

4. Un consumidor cre que o peso medio dun produto é distinto do que indica o envase. Para estudar este feito, o consumidor toma unha mostra aleatoria simple de 100 produtos nos que se observou un peso medio de 245 g. Suponse ademais que o peso do produto por envase segue unha distribución normal con desviación típica 9 g.

a) Constrúe un intervalo de confianza para o peso medio dese produto ao 95 % de confianza.

b) Cal sería o tamaño muestral mínimo necesario para estimar o verdadeiro peso medio a partir da media mostral cun erro de estimación máximo de 2 g e un nivel de confianza do 90 %?

ABAU
CONVOCATORIA DE XUÑO
Ano 2018
CRITERIOS DE AVALIACIÓN
MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II
(Cód. 40)

OPCIÓN A

1) a) 1,25 puntos

- 0,5 puntos pola obtención da matriz B-C
- 0,75 puntos pola obtención da matriz A-B

b) 1,75 puntos

- 0,75 puntos por formular sistema
- 1 punto resolver

2) a) 1 punto

b) 1 punto

- 0,5 puntos estudo crecemento e decrecemento
- 0,5 puntos pola representación gráfica

c) 1 punto

- 0,5 puntos por formular a integral
- 0,25 puntos por resolver a integral
- 0,25 puntos substituir

3) a) 1 punto

- 0,5 puntos calcular media mostral
- 0,5 puntos calcular nivel de confianza

b) 1 punto

- 0,5 puntos formular
- 0,5 puntos resolver

4) a) 0,75 puntos

b) 0,5 puntos

c) 0,75 puntos

OPCIÓN B

1) a) 1 punto

b) 1,25 puntos

- 0,75 puntos cálculo vértices
- 0,5 representar

c) 0,75 puntos

2) a) 1,5 puntos:

- 0,25 puntos estudio da función en (0,1)
- 0,25 puntos estudio da función en (1,2)
- 0,5 puntos estudio da función en (2,5)
- 0,5 representación gráfica

b) 1,5 puntos:

- 0,5 puntos cálculo do máximo
- 0,5 puntos cálculo do mínimo
- 0,5 valores

3) a) 0,75 puntos

b) 0,75 puntos

c) 0,5 puntos

4) a) 1 punto

b) 1 punto

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO 2018 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

Exercicio 1:

$$B - C = \begin{pmatrix} b & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & c \\ 0 & -c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b & 1-c \\ 0 & -1+c \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b & 1-a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Entonces,

$$b=b$$

$$1-c=1-a \Rightarrow a=c$$

$$-1+c=1 \Rightarrow c=2; a=2$$

Solución: a=2; b calquera número real; c=2

Exercicio 2:

$$\text{a)} \quad F(x) = \int f(x)dx = \int (x^3 - 3x^2 + 2x)dx = \frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 + C$$

$$\text{Como } F(2)=1 = \frac{2^4}{4} - 2^3 + 2^2 + C \Rightarrow C = 1$$

$$\text{E po lo tanto a primitiva } F \text{ de } f \text{ será } F(x) = \frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 + 1$$

b) Dominio de f : todo \mathbb{R}

Puntos corte eixes: OY en (0,0)

$$\text{OX: } x^3 - 3x^2 + 2x = 0 = x(x^2 - 3x + 2)$$

$$\begin{array}{l} \nearrow x=0 \\ \searrow x = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{array}{l} \nearrow 2 \\ \searrow 1 \end{array} \end{array}$$

Corta a OX en (0,0), (0,1) e (0,2)

Exemplos de resposta / Soluciones

CONVOCATORIA DE XUÑO 2018 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

$$f'(x) = 3x^2 - 6x + 2; f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = \begin{cases} 1 + \sqrt{3}/3 \cong 1,58 \\ 1 - \sqrt{3}/3 \cong 0,42 \end{cases}$$

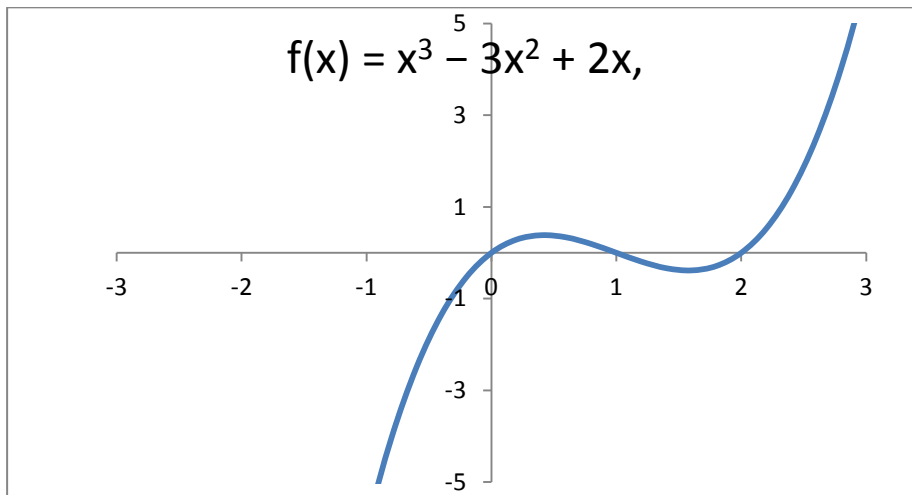
En $(-\infty, 1 - \frac{\sqrt{3}}{3})$, $f'(x) > 0 \Rightarrow f$ crecente

En $(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}, 1 + \frac{\sqrt{3}}{3})$, $f'(x) < 0 \Rightarrow f$ decrecente

En $(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty)$, $f'(x) > 0 \Rightarrow f$ crecente

$1 - \sqrt{3}/3 \cong 0,42 \rightarrow$ máximo relativo

$1 + \sqrt{3}/3 \cong 1,58 \rightarrow$ mínimo relativo



$$\text{Área} = \left| \int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2x) dx \right| + \left| \int_1^2 (x^3 - 3x^2 + 2x) dx \right|$$

Aplicamos a regra de Barrow:

$$\text{Área} = \int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2x) dx + \int_1^2 (-x^3 + 3x^2 - 2x) dx = \left[\frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 \right]_0^1 + \left[-\frac{x^4}{4} + x^3 - x^2 \right]_1^2 =$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \text{ u}^2$$

Exemplos de resposta / Soluciones

CONVOCATORIA DE XUÑO 2018 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

Exercicio 3:

$$\text{Peso} = X \sim N(\mu, \sigma=120)$$

Intervalo de Confianza para μ (1499,9; 1539,1)

$$n = 144$$

$$\text{a) Sabemos que } L_1 = 1499,9 = \bar{x} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \quad L_2 = 1539,1 = \bar{x} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\text{Entón } \bar{x} = \frac{L_1 + L_2}{2} = \frac{1499,9 + 1539,1}{2} = \frac{3039}{2} = 1519,5 \text{ grs, media mostral}$$

Para calcular o n. c (1 - α)

$$\bar{x} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1539,1 \Rightarrow 1519,5 + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{120}{\sqrt{144}} = 1539,1$$

$$10Z_{\alpha/2} = 19,6 \Rightarrow Z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$\left(1 - \frac{\alpha}{2} = 0,975 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025 \Rightarrow \alpha = 0,05\right) \rightarrow \text{n.c } 95\%$$

b) para calcular n

$$\text{como n. c } 1 - \alpha = 0,99 \Rightarrow \alpha = 0,01 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,005 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,995 \Rightarrow Z_{\alpha/2} = 2,575$$

$$\bar{x} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1539,1 \Rightarrow 1519,5 + 2,575 \cdot \frac{120}{\sqrt{n}} = 1539,1$$

$$2,575 + \frac{120}{\sqrt{n}} = 19,6 \Rightarrow n = \frac{120^2 \times 2,575^2}{19,6^2} = 248,54$$

$n \geq 249 \rightarrow$ Deberíamos pesar **ao menos 249 empanadas**

Exemplos de resposta / Solucións

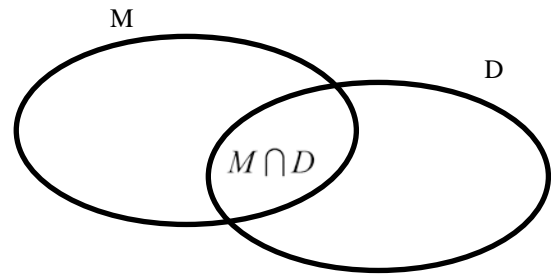
CONVOCATORIA DE XUÑO 2018 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

Exercicio 4:

Sucesos: M = "maior de 30 anos"

D = "desempeña posto directivo"

Datos $P(M) = 0,2$; $P(D) = 0,08$; $P(M \cap D) = 0,06$



a) $P(M \cap \bar{D}) = P(M) - P(M \cap D) = 0,2 - 0,06 = 0,14 \rightarrow 14\%$

O 14% dos traballadores teñen mais de 30 anos e non desempeñan postos directivos.

b) $P(\bar{D} \cap \bar{M}) = P(\overline{D \cup M}) = 1 - P(D \cup M) = 1 - [P(D) + P(M) - P(D \cap M)] =$
 $= 1 - [0,2 + 0,08 - 0,06] = 0,78 .$

O 78% dos traballadores non son directivos nin maiores de 30 anos

c) $P(D \cap \bar{M}) = P(D) - P(D \cap M) = 0,08 - 0,06 = 0,02 \Rightarrow 2\%$

$100 \times \frac{2}{100} = 2 \rightarrow$ Dos 100 traballadores, **2 son directivos e non teñen mais de 30 anos**

Ou tamén a través de unha táboa:

	M	\bar{M}	
D	6	2	8
\bar{D}	14	78	92
	20	80	100

$P(M \cap \bar{D}) = \frac{14}{100} \rightarrow 14\%$

$P(\bar{D} \cap \bar{M}) = \frac{78}{100} \rightarrow 78\%$

$P(D \cap \bar{M}) = \frac{2}{100} \rightarrow 2\% (2\% \text{ de } 100) = 2 \text{ persoas}$

Exemplos de resposta / Soluções

CONVOCATORIA DE XUÑO 2018 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

Exercicio 1:

x = nº biscoitos tipo suave

y = nº biscoitos tipo duro

$$250 \text{ gr} = \frac{1}{4} \text{ Kg} = 0,25$$

a) Función obxectivo **Máx $f(x, y) = 6x + 4,5y$** s.a

$$\left. \begin{array}{l} 0,25x + 0,40y \leq 160 \\ 0,25x + 0,10y \leq 100 \\ x \geq y + 100 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 5x + 8y \leq 3200 \\ 5x + 2y \leq 2000 \\ x - y \geq 100 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right.$$

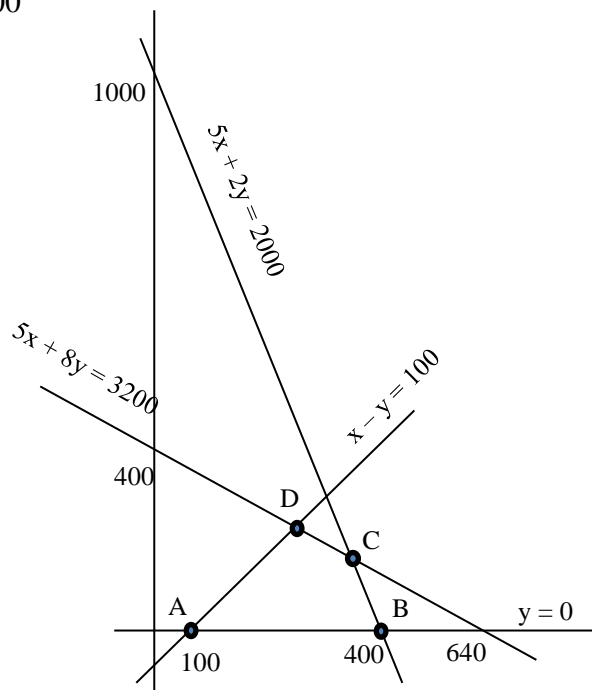
b) Vértices

$$\text{A: } \left. \begin{array}{l} y = 0 \\ x - y = 100 \end{array} \right\} \text{A}(100, 0)$$

$$\text{B: } \left. \begin{array}{l} y = 0 \\ 5x + 2y = 2000 \end{array} \right\} \text{B}(400, 0)$$

$$\text{C: } \left. \begin{array}{l} 5x + 8y = 3200 \\ 5x + 2y = 2000 \end{array} \right\} \text{C}(320, 200)$$

$$\text{D: } \left. \begin{array}{l} x - y = 100 \\ 5x + 8y = 3200 \end{array} \right\} \text{D}\left(\frac{4000}{13}, \frac{2700}{13}\right)$$



c) Avaliamos a función obxectivo nos vértices

$$f(\text{A}) = 600$$

$$f(\text{B}) = 2400$$

$$f(\text{C}) = 6 \times 320 + 4,5 \times 200 = \mathbf{2820} \rightarrow \text{Máximo, solución óptima}$$

$$f(\text{D}) = \frac{36150}{13} = 2780,77$$

Debe fabricar **320 biscoitos suaves** e **200 duros** para maximizar as vendas.

As vendas ascenden a 2820 €

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO 2018 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

Exercicio 2:

a) Estudamos o crecemento e decrecemento da función salario:

En $(0, 1) \rightarrow S'(t) = 0 \Rightarrow S(t)$ constante en $(0, 1)$

En $(1, 2) \rightarrow S(t) = 25 + 10t$

$S'(t) = 10 > 0 \Rightarrow S(t)$ crecente en $(1, 2)$

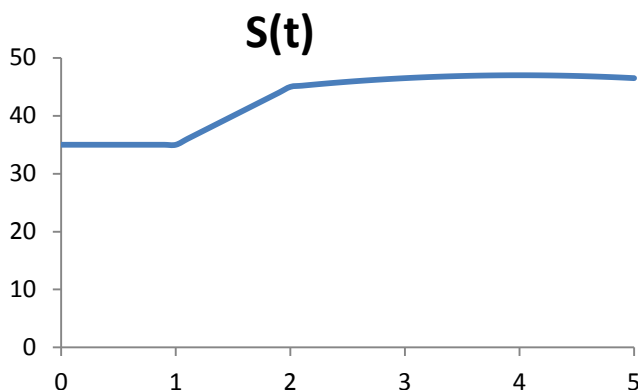
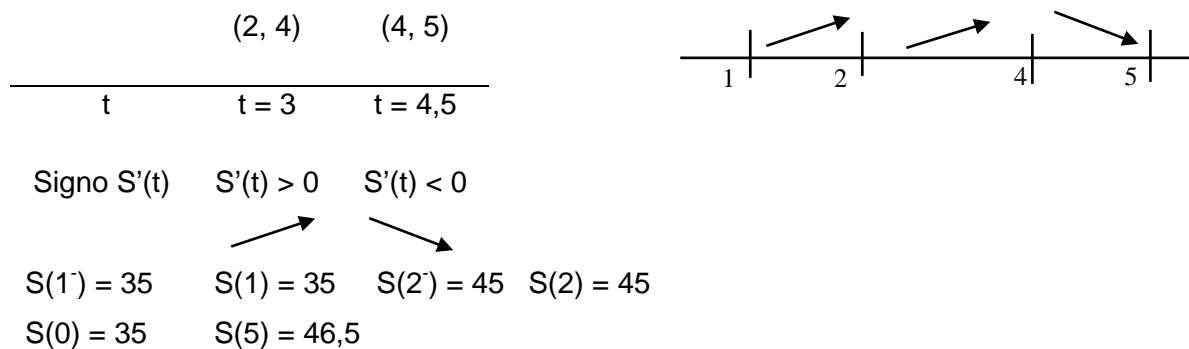
En $(2, 5) \rightarrow S(t) = -0,5 t^2 + 4t + 39$

$S'(t) = -t + 4 \rightarrow S'(t) = 0 \Rightarrow t = 4$

$(2, 4) S'(t) > 0 \Rightarrow S(t)$ crecente

$(4, 5) S'(t) < 0 \Rightarrow S(t)$ decrecente

$t_0 = 4$ máximo relativo; $S(4) = 47$



b) En $t = 4$, $S(4)$ máx. **O salario máximo alcanzouse despois de 4 anos ascendendo a 47 “unidades monetarias” (u. m) diarias.**

O salario mínimo tívoo desde o comezo ata transcorrido 1 ano (**todo o primeiro ano**) e o seu valor **35 u.m.**

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO 2018 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

Exercicio 3:

Sucesos: B = "practicar baloncesto"

T = "practicar tenis"

$$P(B) = 0,3 \quad P(T|B) = 0,4 \quad P(T|\bar{B}) = \frac{1}{4} = 0,25$$

a) $P(B \cap T) = P(B) \times P(T|B) = 0,3 \times 0,4 = \mathbf{0,12}$

$$P(T|B) = \frac{P(T \cap B)}{P(B)} \quad P(\bar{B}) = 1 - P(B)$$

b) $P(T) = P(T|B) \times P(B) + P(T|\bar{B}) \times P(\bar{B}) = 0,4 \times 0,3 + 0,25 \times 0,7 = 0,12 + 0,175 = \mathbf{0,295}$

c) B y T independientes se $P(B \cap T) = P(B) \times P(T)$

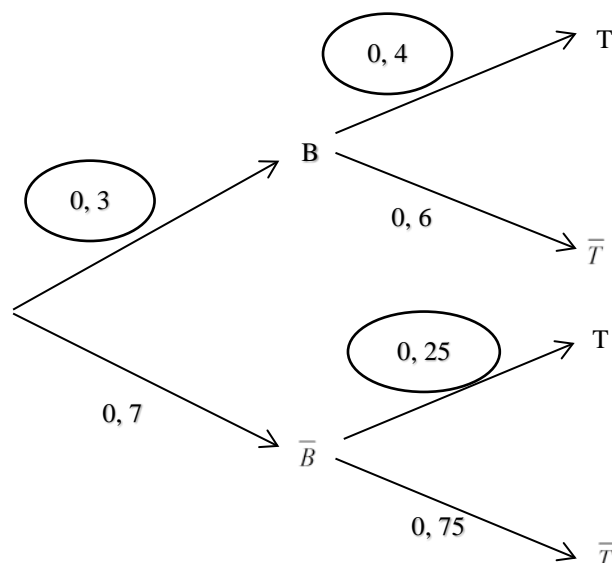
$$P(B \cap T) = 0,12$$

$$P(B) \times P(T) = 0,3 \times 0,295 = 0,0885$$

$P(B \cap T) \neq P(B) \times P(T)$ por o tanto "practicar tenis" e "practicar baloncesto" non son sucesos independentes.

(Ou ben vendo que $P(T) \neq P(T|B)$)

- Tamén podemos resolvelo a través dun diagrama de árbore



Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO 2018 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

Exercicio 4:

$X =$ peso produto por envase $X \sim N(\mu, \sigma = 9)$

$$n = 100; \bar{x} = 245$$

a) o intervalo de confianza para μ e da forma: $(\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}})_{1-\alpha}$

$$1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$L_1 = 245 - 1,96 \times \frac{9}{\sqrt{100}} = 245 - 1,764 = 243,236$$

$$L_2 = 245 + 1,96 \times \frac{9}{\sqrt{100}} = 245 + 1,764 = 246,764$$

O intervalo pedido e (243,236 , 246,764)_{95%}

b) Calculamos n , tamaño de mostra, a un n , c 90% cun erro máximo de 2 g

$$\text{erro} = e = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 2$$

$$1 - \alpha = 0,9 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,95 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,645$$

$$1,645 \cdot \frac{9}{\sqrt{n}} \leq 2 \Rightarrow \sqrt{n} \geq \frac{1,645 \times 9}{2} \Rightarrow n \geq \frac{1,645^2 \times 9^2}{2^2} = 54,797 \Rightarrow n \geq 55$$

Necesitaríase un **tamaño de mostra de ao menos 55** produtos.