

## **MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II**

*(Responde soamente os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)*

### **OPCIÓN A**

1. As vendas de tres produtos P1, P2 e P3, relacionados entre si, dá lugar ao seguinte sistema de ecuacións lineais  $x+y+z=6$ ;  $x+y-z=0$ ;  $2x-y+z=3$ , sendo  $x, y, z$  as vendas dos produtos P1, P2 e P3 respectivamente

**a)** Expresa o sistema en forma matricial  $AX = B$ . **b)** Calcula a matriz inversa de A, sendo A a matriz cadrada de orde 3 dos coeficientes. **c)** Calcula as vendas  $x, y, z$  para eses tres produtos.

2. Un novo produto ten unha demanda en miles de unidades que responde aproximadamente á función  $N(t) = 5 + 20t/(1+t^2)$ ,  $t \geq 0$  en meses.

**a)** Estuda o crecemento e decrecemento da demanda. Calcula a demanda máxima e o momento no que se alcanza. **b)** Avalía a tendencia a longo prazo e representa a función. **c)** Despois do máximo, baixaría a demanda de 11.000 unidades? Cando?

3. Nunha empresa, o 30 % dos empregados son mulleres e o 70 % restante son homes. Das mulleres, o 80 % teñen contrato indefinido, mentres que do grupo dos homes, só o 70 % ten ese tipo de contrato. **a)** Calcula a porcentaxe de persoas da devandita empresa que ten contrato indefinido. **b)** Se un empregado ten contrato indefinido obtén a probabilidade de que sexa muller. **c)** ¿Son independentes os sucesos “ser home” e “ter contrato indefinido”?

4. Nun estanque deséxase estimar a porcentaxe de peixes dourados. Para iso, tómase unha mostra aleatoria de 700 peixes e atópase que exactamente 70 deles son dourados.

**a)** Acha, cun nivel de confianza do 99 %, un intervalo para estimar a proporción de peixes dourados no estanque **b)** No intervalo anterior, canto vale o erro de estimación? **c)** Considerando dita mostra, que lle ocorrería ao erro de estimación se aumentase o nivel de confianza? Xustifica a resposta.

### **OPCIÓN B**

1. Un centro comercial ten en existencias 750 reprodutores de DVD no almacén A e outros 600 no almacén B. Se se quere ter polo menos 900 reprodutores en tenda e que os do almacén A non excedan o triplo dos de B:

**a)** Formula o problema e representa graficamente o conxunto de solucións. Poderíanse enviar 400 unidades desde cada almacén? **b)** Se os custos unitarios de envío son 0,30 euros por unidade para o almacén A e 0,25 euros por unidade para o almacén B, cantas unidades se deben enviar desde cada almacén para minimizar o custo de transporte? A canto ascendería o devandito custo?

2. Un ximnasio abre ao público a principios de 2008, a función  $G(t) = \begin{cases} 10(5t - t^2) & \text{se } 0 \leq t \leq 4 \\ 80 - 10t & \text{se } 4 < t \leq 10 \end{cases}$

indica como evolucionaron as súas ganancias (en miles de euros) en función do tempo  $t$  (en anos) transcorrido desde a súa apertura, correspondendo  $t = 0$  a principios de 2008.

**a)** Estuda en que períodos se produciu un aumento e nos que se produciu unha diminución das súas ganancias

**b)** A canto ascenderon as ganancias máximas? En que ano se obtiveron?

**c)** Representa a gráfica da función  $G(t)$ . Nalgún ano logo da súa apertura non se obtiveron ganancias? A partir dalgún ano deixou de ser rendible o ximnasio? Cando?

3. Nunha poboación de cada 200 consumidores dunha bebida isotónica 60 consumen a marca A, 50 a marca B e o resto a marca C. Ademais, o 30% de consumidores de A, o 20% de consumidores de B e o 40% de consumidores de C son mozos. **a)** Selecciónase ao azar un consumidor de dita bebida nesa poboación, cal é a probabilidade de que sexa mozo? **b)** Se se seleccionou un mozo acha a probabilidade de que consuma a marca B. **c)** Son independentes os sucesos “ser mozo” e “consumir a marca A”?

4. Nunha empresa quérese racionalizar o gasto en teléfono móbil dos seus axentes comerciais. Para iso faise un estudo sobre unha mostra dos devanditos axentes e obtense: “cunha confianza do 95%, a media do gasto mensual en teléfono móbil está entre 199,71 e 220,29 euros”. Supoñendo que o gasto en teléfono móbil é unha variable normal **a)** Calcula o gasto medio mostral e o erro cometido na estimación. **b)** Se a desviación típica é de 42 euros, que tamaño ten a mostra?

**ABAU**  
**CONVOCATORIA DE SETEMBRO**  
**Ano 2018**  
**CRITERIOS DE AVALIACIÓN**  
**MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS**  
**(Cód. 40)**

**OPCIÓN A**

1) a) 0,75 puntos

b) 1,25 puntos

c) 1 punto

2) a) 1 punto

- 0,5 puntos estudo crecemento e decrecemento
- 0,5 puntos demanda máxima e momento en que se alcanza

b) 1 punto

- 0,25 tendencia
- 0,75 representación

c) 1 punto

- 0,5 formular
- 0,5 resolver

3) a) 0,5 puntos

b) 0,75 puntos

c) 0,75 puntos

4) a) 1 punto

b) 0,5 puntos

c) 0,5 puntos

## OPCIÓN B

**1) a) 2 puntos**

- 0,5 formular problema
- 0,75 cálculo vértices
- 0,5 representar R F
- 0,25

**b) 1 punto**

**2) a) 0,75 puntos**

- 0,25 puntos estudio da función en  $[0,4]$
- 0,25 puntos estudio da función en  $[4,10]$
- 0,25 xustificar resposta

**b) 0,5 puntos**

**c) 1,75 puntos**

- **0,75** representar función
- **0,5**
- **0,5**

**3) a) 0,5 puntos**

**b) 0,75 puntos**

**c) 0,75 puntos**

**4) a) 1 punto**

**b) 1 punto**

# Exemplos de resposta / Soluciones

## CONVOCATORIA DE SETEMBRO 2018 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

### Exercicio 1:

$x = \text{Vendas } P_1$

$y = \text{Vendas } P_2$

$z = \text{Vendas } P_3$

a)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$A \quad X \quad B$

b)

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} (A^*)^t; \det(A) = (1 - 1 - 2 - 2 - 1 - 1) = -6$$

$$A^* = \begin{pmatrix} 0 & -3 & -3 \\ -2 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}; (A^*)^t = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ -3 & -1 & 2 \\ -3 & 3 & 0 \end{pmatrix}; A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/6 & -1/3 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

c)

$$A \cdot X = B \Rightarrow A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B \Rightarrow X = A^{-1} \cdot B$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/6 & -1/3 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} x=1 \\ y=2 \\ z=3 \end{matrix}$$

**Vendas de  $P_1 = 1$ ; Vendas de  $P_2 = 2$ ; Vendas de  $P_3 = 3$**

$$\text{Ou resolvendo o sistema } \left. \begin{matrix} x + y + z = 6 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 3 \end{matrix} \right\} \begin{matrix} 2(x + y) = 6 \\ 3x = 3 \Rightarrow x = 1; y = 2 \\ z = 3 \end{matrix}$$

$\Rightarrow$  **Solución  $x = 1, y = 2, z = 3$**

# Exemplos de resposta / Soluções

CONVOCATORIA DE SETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIÊNCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCION B

**Exercício 2:**

$$N(t) = 5 + \frac{20t}{1+t^2}, t \geq 0 \text{ (t meses)}$$

$$a) N'(t) = \frac{20(1+t^2) - 2t(20t)}{(1+t^2)^2} = \frac{20+20t^2-40t^2}{(1+t^2)^2} = \frac{20-20t^2}{(1+t^2)^2} = \frac{20(1-t^2)}{(1+t^2)^2} = 0 \Leftrightarrow$$

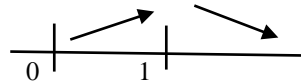
$$20(1-t^2) = 0 \Leftrightarrow 1-t^2 = (1-t)(1+t) = 0 \Leftrightarrow t = \begin{cases} 1 \\ -1(\text{NonVale}) \end{cases}$$

$t = 1$  ponto crítico

$(0, 1) N'(t) > 0 \Rightarrow N$  crescente

$(1, \infty) N'(t) < 0 \Rightarrow N$  decrescente

	$(0, 1)$	$(1, \infty)$
$t$	$t = 0,5$	$t = 2$



Signo $N'(t)$	$N'(t) > 0$	$N'(t) < 0$
---------------	-------------	-------------

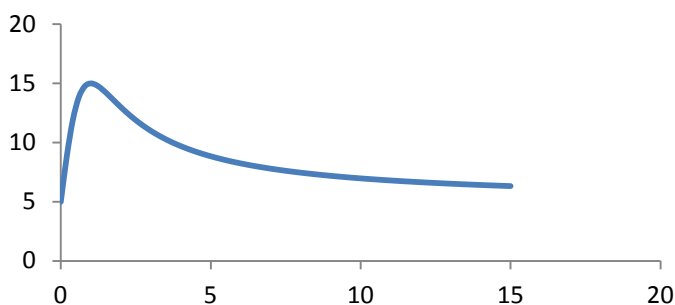
En  $t = 1$  hai un máximo de  $N(t)$

$$\text{Máx } N(t) = 5 + \frac{20}{2} = 15; \text{ "15.000 unidades de demanda máxima no mes 1"}$$

$$b) \lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = 5 + \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{20t}{1+t^2} = 5 \text{ As vendas tenden a 5.000 unidades}$$

$$N(0) = 5 \quad N(1) = 15$$

$$N(t) = 5 + \frac{20t}{1+t^2}, t \geq 0$$



# Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DESETEMBRO 2018

## MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

c) Máx  $N(t)$  en  $t = 1$

Cando e  $N(t) \leq 11$ ,  $t > 1$ ?

$$5 + \frac{20t}{1+t^2} = 11 \Rightarrow \frac{20t}{1+t^2} = 6 \Rightarrow 20t - 6 - 6t^2 = 0 \Rightarrow 3t^2 - 10t + 3 = 0$$

$$t = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{6} = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{6} = \begin{cases} 3 & \text{Baixaría de 11.000 no mes 3} \\ 1/3 & \text{(Non vale (1/3 < 1))} \end{cases}$$

### Exercicio 3:

Sexan os sucesos

CI “ter contrato indefinido”

H “ser home”

M “ser muller”

	CI	$\overline{CI}$	
H	49	21	70%
M	24	6	30%
	73	27	100

$$a) P(CI) = \frac{49}{100} + \frac{24}{100} \Rightarrow 73\%$$

$$b) P(M | CI) = \frac{P(M \cap CI)}{P(CI)} = \frac{24/100}{73/100} = \frac{24}{73} = 0,32877$$

c) Son independentes os sucesos CI e H se

$$P(H \cap CI) = P(H) \times P(CI)$$

$$P(H \cap CI) = P(H) \times P(CI | H) = 0,7 \times 0,7 = 0,49$$

$$P(H) = 0,7; P(CI) = 0,73; P(H) \times P(CI) = 0,511$$

$$P(H \cap CI) = 0,49 \neq P(H) \times P(CI) = 0,511$$

Os sucesos “ser home” e “ter contrato indefinido” NON SON independentes.

# Exemplos de resposta / Soluções

CONVOCATORIA DE SETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIÊNCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCION B

**Exercício 4:**

p = proporción peixes dourados

$$n = 700; \hat{p} = \frac{70}{700} = 0,1$$

$$\text{a) IC para p: } (\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}})$$

$$1 - \alpha = 0,99 \Rightarrow \alpha = 0,01 \Rightarrow \alpha/2 = 0,005 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,995$$

$$z_{\alpha/2} = 2,575 \begin{cases} 2,57 \\ 2,58 \end{cases}$$

$$L_1 = 0,1 - 2,575 \sqrt{\frac{0,1 \times 0,9}{700}} = 0,1 - 2,575 \times 0,011339 = 0,0708$$

$$L_2 = 0,1 + 2,575 \times 0,011339 = 0,1292$$

O intervalo de confianza para a proporción e  $IC(0,0708, 0,1292)$   
7,07% 12,92%

**A un nivel de confianza do 99% a proporción de peixes dourados estará entre 7,07% e 12,92%**

$$\text{b) } e = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 2,575 \times 0,011339 = 0,0292 \rightarrow e = 2,92\%$$

$$\text{c) n.c.} = 1 - \alpha = 0,99 \Rightarrow z_{\alpha/2} > 2,575 \Rightarrow e = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \text{ aumenta.}$$

(Ou ben calculando de novo o valor do erro)

# Exemplos de resposta / Soluções

CONVOCATORIA DE SETEMBRO 2018

## MATEMÁTICAS APLICADAS CIÊNCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

### Exercicio 1:

$x = n^{\circ}$  reprodutores de A.

$y = n^{\circ}$  reprodutores de B.

a) Formulación problema

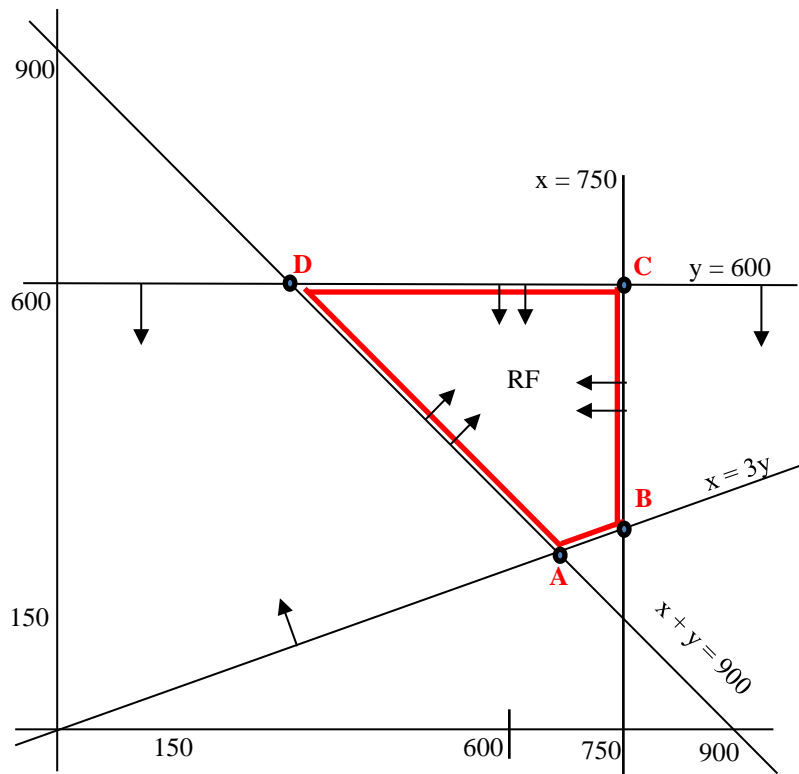
$$x \leq 750$$

$$x \leq 600$$

$$x + y \geq 900$$

$$x \leq 3y$$

$$x \geq 0; y \geq 0$$



Vértices:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 900 \\ x = 3y \end{array} \right\} A (675, 225) \quad \left. \begin{array}{l} x = 750 \\ y = 600 \end{array} \right\} C (750, 600)$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 3y \\ x = 750 \end{array} \right\} B (750, 250) \quad \left. \begin{array}{l} x + y = 900 \\ y = 600 \end{array} \right\} D (300, 600)$$

$x = 400, y = 400; (400, 400) \notin \text{RF}$

$x + y = 400 + 400 = 800$  (non é maior que 900)

**Non se poderían enviar 400 unidades desde cada almacén**

b) Optimización:  $\text{Min } f(x, y) = 0,30x + 0,25y$

$$f(A) = 0,30 \times 675 + 0,25 \times 225 = 258,75$$

$$f(B) = 0,30 \times 750 + 0,25 \times 250 = 287,5$$

$$f(C) = 0,30 \times 750 + 0,25 \times 600 = 375$$

$$f(D) = 0,30 \times 300 + 0,25 \times 600 = 240 \rightarrow \text{SOLUCIÓN ÓPTIMA}$$

Deberían enviarse 300 unidades do almacén A e 600 do B.

**O custo ascende a 240 €**



# Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DESETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

**Exercicio 2:**

$$G(t) = \begin{cases} 10(5t - t^2) & \text{se } 0 \leq t \leq 4 \\ 80 - 10t & \text{se } 4 < t \leq 10 \end{cases}$$

a) Estudiamos  $G'(t)$

No intervalo  $(0, 4)$   $G'(t) = 10(5 - 2t) = 0 \Leftrightarrow 5 = 2t \Leftrightarrow t = 2,5$  pto. Crítico

	(0, 2,5)	(2,5, 4)	
t	t = 1	t = 3	
Signo $G'(t)$	$G'(t) > 0$	$G'(t) < 0$	

A horizontal number line with tick marks at 0, 2,5, and 4. An arrow points to the right above the interval (0, 2,5), and another arrow points to the left above the interval (2,5, 4).

No intervalo  $(4, 10)$   $G'(t) = -10t < 0, \forall t \in (4, 10) \Rightarrow G$  decrecente en  $(4, 10)$

$G(t)$  é crecente en  $(0, 2,5)$

$G(t)$  é decrecente en  $(2,5, 4)$  e en  $(4, 10)$

**“Desde a súa apertura, a principios de 2008, ata a metade de 2010 produciuse un aumento de ganancias”**

**“Desde mediados de 2010 ata principios de 2018 hai diminución de ganancias”**

b) En  $t = 2,5$   $G(2,5)$  máximo  $G(2,5) = 62,5$

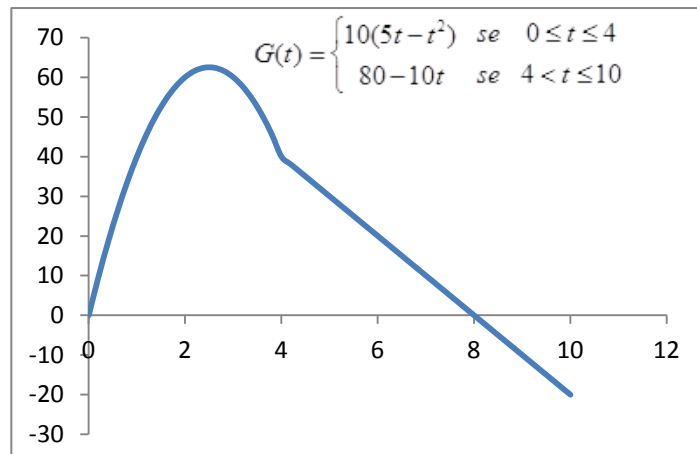
**Ganancias máximas 62.500 € a mediados de 2010**

c) Gráfica  $G(t)$

$$G(0) = 0 \quad (0, 0)$$

$$G(4) = 40 \quad (4, 40)$$

$$G(4^+) = 40; \quad G(10) = -20 \quad (10, -20)$$



# Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DESETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

→ ¿En algún ano non houbo ganancias?

$$\text{En } (0,4) \quad G(t) = 0 \text{ si } 10(5t - t^2) \Leftrightarrow 10t(5 - t) = 0 \begin{cases} t = 0 \rightarrow (\text{NonVale}) \\ t = 5 \rightarrow (\text{NonVale}) \end{cases}$$

En (4,10)  $G(t) = 0$  si  $80 - 10t = 0 \Leftrightarrow t = 8$ , en 2016 non houbo ganancias

→ ¿A partir de algún ano deixa de ser rentable?

$$G(t) < 0 \Leftrightarrow 80 - 10t < 0 \Leftrightarrow t > 8$$

“Deixou de ser rentable a partir de 2016 ata principios de 2018” (pode verse tamén na gráfica).

### Exercicio 3:

Sexan os sucesos M: Mozo e A, B, C marcas respectivas

	A	B	C	
M	18	10	36	64
$\overline{M}$	42	40	54	136
	60	50	90	200

$$\text{a) } P(M) = \frac{64}{200} = 0,32$$

$$\text{b) } P(B | M) = \frac{P(B \cap M)}{P(M)} = \frac{10}{64} = 0,15625$$

$$P(A) = \frac{60}{200} = 0,3 \quad P(M | A) = 0,3$$

$$P(B) = \frac{50}{200} = 0,25 \quad P(M | B) = 0,2$$

$$P(C) = \frac{90}{200} = 0,45 \quad P(M | C) = 0,4$$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(M) &= P(M | A) \times P(A) + P(M | B) \times P(B) + P(M | C) \times P(C) = \\ &= 0,3 \times 0,3 + 0,2 \times 0,25 + 0,4 \times 0,45 = 0,09 + 0,05 + 0,18 = 0,32 \end{aligned}$$

$$\text{b) } P(B | M) = \frac{P(B \cap M)}{P(M)} = \frac{P(B) \times P(M | B)}{P(M)} = \frac{0,2 \times 0,25}{0,32} = 0,15625$$

# Exemplos de resposta / Soluciones

CONVOCATORIA DESETEMBRO 2018

## MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

c) Son M e A sucesos independientes?

$$A \text{ e } M \text{ independientes} \begin{cases} P(A \cap M) = P(A) \times P(M) \\ \text{ou} & P(M|A) = P(M) \\ \text{ou} & P(A|M) = P(A) \end{cases}$$

$$P(A \cap M) = P(A) \times P(M|A) = 0,3 \times 0,3 = 0,09$$

$$P(M) = 0,32; \quad P(A) = 0,3 \quad P(A \cap M) \neq P(A) \times P(M)$$

**Os sucesos M e A no son independentes**

### Exercicio 4:

$$I.C \text{ para } \mu = \text{gasto medio: } (199,71, 220,29)_{95\%} = \left( \hat{\mu} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

$$a) \quad \hat{\mu} = \frac{L_1 + L_2}{2} = \frac{199,71 + 220,29}{2} = \mathbf{210 \text{ € gasto medio}}$$

$$e = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = L_2 - \hat{\mu} = 220,29 - 210 = \mathbf{10,29 \text{ €}}$$

b) X = gasto en teléfono  $\in N(\mu, \sigma = 42)$

$$1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow \alpha = 0,05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$e = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 10,29; \quad 10,29 = 1,96 \frac{42}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = \frac{1,96^2 \times 42^2}{10,29^2} = 64$$
$$\underbrace{\quad}_{n = \frac{z_{\alpha/2}^2 \cdot \sigma^2}{e^2}}$$

**n = tamaño mostra = 64**