Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

- BACHILLERATO
- FORMACIÓN PROFESIONAL
- CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

Evaluación para el Acceso a la Universidad

UPV/EHU

2017

Universidad del País Vasco / Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO EBALUAZIOA

2017ko UZTAILA

GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATURIKO MATEMATIKA II

EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

JULIO 2017

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Azterketa honek bi aukera ditu. Haietako bati erantzun behar diozu.

Ez ahaztu azterketako orrialde bakoitzean kodea jartzea.

- Kalkulagailu zientifikoak erabil daitezke, programagarriak ez badira.
- Orri honen atzealdean, banaketa normalaren taula dago.

Este examen tiene dos opciones. Debes contestar a una de ellas.

No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.

- Está permitido el uso de calculadoras científicas que no sean programables.
- La tabla de la distribución normal está en el anverso de esta hoja.

Universidad del País Vasco — Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO EBALUAZIOA

EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

2017ko UZTAILA

JULIO 2017

GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATURIKO MATEMATIKA II

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

$N(0,1)$ kurbak $-\infty$-tik z-raino mugatutako azalerak

Áreas limitadas por la curva $N(0,1)$ desde $-\infty$ hasta z

	0	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
0	0'5000	0'5040	0'5080	0'5120	0'5160	0'5199	0'5239	0'5279	0'5319	0'5359
0'1	0'5398	0'5438	0'5478	0'5517	0'5557	0'5596	0'5636	0'5675	0'5714	0'5753
0'2	0'5793	0'5832	0'5871	0'5910	0'5948	0'5987	0'6026	0'6064	0'6103	0'6141
0'3	0'6179	0'6217	0'6255	0'6293	0'6331	0'6368	0'6406	0'6443	0'6480	0'6517
0'4	0'6554	0'6591	0'6628	0'6664	0'6700	0'6736	0'6772	0'6808	0'6844	0'6879
0'5	0'6915	0'6950	0'6985	0'7019	0'7054	0'7088	0'7123	0'7157	0'7190	0'7224
0'6	0'7257	0'7291	0'7324	0'7357	0'7389	0'7422	0'7454	0'7486	0'7517	0'7549
0'7	0'7580	0'7611	0'7642	0'7673	0'7704	0'7734	0'7764	0'7794	0'7823	0'7852
0'8	0'7881	0'7910	0'7939	0'7967	0'7995	0'8023	0'8051	0'8078	0'8106	0'8133
0'9	0'8159	0'8186	0'8212	0'8238	0'8264	0'8289	0'8315	0'8340	0'8365	0'8389
1	0'8413	0'8438	0'8461	0'8485	0'8508	0'8531	0'8554	0'8577	0'8599	0'8621
1'1	0'8643	0'8665	0'8686	0'8708	0'8729	0'8749	0'8770	0'8790	0'8810	0'8830
1'2	0'8849	0'8869	0'8888	0'8907	0'8925	0'8944	0'8962	0'8980	0'8997	0'9015
1'3	0'9032	0'9049	0'9066	0'9082	0'9099	0'9115	0'9131	0'9147	0'9162	0'9177
1'4	0'9192	0'9207	0'9222	0'9236	0'9251	0'9265	0'9279	0'9292	0'9306	0'9319
1'5	0'9332	0'9345	0'9357	0'9370	0'9382	0'9394	0'9406	0'9418	0'9429	0'9441
1'6	0'9452	0'9463	0'9474	0'9484	0'9495	0'9505	0'9515	0'9525	0'9535	0'9545
1'7	0'9554	0'9564	0'9573	0'9582	0'9591	0'9599	0'9608	0'9616	0'9625	0'9633
1'8	0'9641	0'9649	0'9656	0'9664	0'9671	0'9678	0'9686	0'9693	0'9699	0'9706
1'9	0'9713	0'9719	0'9726	0'9732	0'9738	0'9744	0'9750	0'9756	0'9761	0'9767
2	0'9772	0'9778	0'9783	0'9788	0'9793	0'9798	0'9803	0'9808	0'9812	0'9817
2'1	0'9821	0'9826	0'9830	0'9834	0'9838	0'9842	0'9846	0'9850	0'9854	0'9857
2'2	0'9861	0'9864	0'9868	0'9871	0'9875	0'9878	0'9881	0'9884	0'9887	0'9890
2'3	0'9893	0'9896	0'9898	0'9901	0'9904	0'9906	0'9909	0'9911	0'9913	0'9916
2'4	0'9918	0'9920	0'9922	0'9925	0'9927	0'9929	0'9931	0'9932	0'9934	0'9936
2'5	0'9938	0'9940	0'9941	0'9943	0'9945	0'9946	0'9948	0'9949	0'9951	0'9952
2'6	0'9953	0'9955	0'9956	0'9957	0'9959	0'9960	0'9961	0'9962	0'9963	0'9964
2'7	0'9965	0'9966	0'9967	0'9968	0'9969	0'9970	0'9971	0'9972	0'9973	0'9974
2'8	0'9974	0'9975	0'9976	0'9977	0'9977	0'9978	0'9979	0'9979	0'9980	0'9981
2'9	0'9981	0'9982	0'9982	0'9983	0'9984	0'9984	0'9985	0'9985	0'9986	0'9986
3	0'9987	0'9987	0'9987	0'9988	0'9988	0'9989	0'9989	0'9989	0'9990	0'9990
3'1	0'9990	0'9991	0'9991	0'9991	0'9992	0'9992	0'9992	0'9992	0'9993	0'9993
3'2	0'9993	0'9993	0'9994	0'9994	0'9994	0'9994	0'9994	0'9995	0'9995	0'9995
3'3	0'9995	0'9995	0'9995	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9997
3'4	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9998
3'5	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998
3'6	0'9998	0'9998	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'7	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'8	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'9	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000

eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco — Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO EBALUAZIOA	EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
2017ko UZTAILA	JULIO 2017
GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATURIKO MATEMATIKA II	MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

OPCIÓN A

A 1 *(hasta 3 puntos)*
Sean las cuatro inecuaciones lineales:

(i) $4y - x \geq 4,$ (ii) $2y - x \leq 6,$ (iii) $y - x \leq 1,$ (iv) $2y + x \leq 8$

a) Dibuja en el plano XY el recinto limitado por las inecuaciones (i), (ii), (iii) y (iv). ¿Qué inecuación es superflua? (su ausencia no altera dicho recinto).
b) ¿Cuál es el máximo de la función $F(x,y) = 3x\text{-}2y$ en el recinto definido en el apartado anterior?

A 2 *(hasta 3 puntos)*
En el periódico local se publican al mes x anuncios de un gimnasio, para captar abonados, siendo $0 \leq x \leq 14$. El precio por anuncio es de 300 €. El número de abonados se estima mediante la función $A(x) = -x^2 + 28x$, y cada uno paga mensualmente 100 €. Además del gasto en anuncios, el gimnasio gasta mensualmente 12.000 € en mantenimiento. El balance mensual, $f(x)$, son las cuotas de socios menos los gastos.

a) ¿Cuál es el menor número de anuncios a contratar para eliminar las pérdidas y conseguir que el negocio sea rentable?
b) ¿Cuántos anuncios deben contratarse para maximizar las ganancias y a cuántos euros ascienden dichas ganancias?

A 3 *(hasta 2 puntos)*
En una clínica se realizan únicamente tres tipos de servicios: ecografías, en el 35% de los casos, radiografías, en el 40% y resonancias magnéticas en el 25%. El 60% de las ecografías son de mujeres, el 50% de las radiografías son de mujeres y el 60% de las resonancias son de hombres. Si se elige un paciente al azar se pide:

a) La probabilidad de que el paciente elegido haya sido mujer.
b) Si el paciente elegido ha sido mujer, probabilidad de que el servicio realizado sea una ecografía.

A 4 *(hasta 2 puntos)*
El número de viajes realizados mensualmente por los usuarios habituales de la línea de autobuses Donostia-Bilbao sigue una distribución normal de desviación típica σ=10. Si seleccionamos una muestra de 625 usuarios, resulta que la media de viajes realizados por los viajeros es de 16 viajes. Contestar:

a) ¿Cuál es el intervalo de confianza para la media μ de viajes mensuales en toda la población para un nivel de significación del 4%?
b) ¿Cuál es el intervalo de confianza para la media μ de viajes mensuales en toda la población para un nivel de confianza del 98%?

eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco — Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO EBALUAZIOA — EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

2017ko UZTAILA — JULIO 2017

GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATURIKO MATEMATIKA II — MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

OPCIÓN B

B 1 *(hasta 3 puntos)*

Dadas las matrices $\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $\mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ y $\mathrm{C} = \begin{pmatrix} 14 & -6 \\ -9 & -11 \end{pmatrix}$, encontrar las componentes de las matrices de dimensión 2x2, $\mathrm{M} = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$ y $\mathrm{H} = \begin{pmatrix} f & g \\ h & i \end{pmatrix}$ para que se cumplan las siguientes igualdades matriciales:

a) $\mathrm{A\,M\,B} = \mathrm{C}$
b) $\mathrm{A\,H\,B}^{-1} = \mathrm{C}$.

B 2 *(hasta 3 puntos)*

Sean el polinomio cúbico $p(x) = 2x^3+bx^2+c$ y la parábola $q(x) = -x^2+6x+10$.

a) Determinar los coeficientes de las incógnitas b y c para que dos de los puntos de corte entre $p(x)$ y $q(x)$ tengan por abscisas $x=0$ y $x=6$. Dibujar un esbozo de la gráfica de las funciones $p(x)$ y $q(x)$.
b) Calcular el área de la región limitada por las curvas $p(x)$ y $q(x)$ en el intervalo $0 \leq x \leq 6$, sabiendo que en su interior no hay ningún punto de corte de $p(x)$ y $q(x)$.

B 3 *(hasta 2 puntos)*

Una familia hace sus compras de la siguiente manera: el 50% en tiendas locales, el 40% por Internet y, el resto, a través de terceras personas. En las tiendas pagan en el 60% de los casos con tarjeta y en el resto en metálico. En Internet pagan en el 70% de los casos con tarjeta y en el resto en metálico (contra reembolso). Si compran a través de una tercera persona, siempre pagan en metálico. Si se elige una compra al azar:

a) Calcular la probabilidad de que ésta se haya pagado en metálico.
b) Si una compra se ha pagado con tarjeta, calcular la probabilidad de que ésta se haya hecho en una tienda.

B 4 *(hasta 2 puntos)*

Se desea estimar la proporción de personas que son miopes, para lo cual, se toma una muestra de n individuos.

a) El porcentaje de miopes en esa muestra es del 32%. Calcular el tamaño mínimo de la muestra para que, con un nivel de confianza del 92%, el error cometido en la estimación de la proporción en toda la población p no supere el 3%.
b) En una muestra de 625 personas la proporción de miopes es del 30%. Calcular el intervalo de confianza correspondiente a un nivel de significación del 2% para la proporción p de miopes de la población.

CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Sistema de puntuación

La puntuación total de la prueba estará entre 0 y 10 puntos.
Cada uno de los dos primeros problemas se valorará de 0 a 3 puntos, y cada uno de los dos últimos de 0 a 2 puntos.
Cuando un problema conste de varios apartados, todos ellos se valorarán por igual.
En aquellas cuestiones en las que no se especifique el método de resolución que se ha de aplicar, se admitirá cualquier forma de resolverlo correctamente.

Aspectos que merecen valoración positiva

- Los planteamientos correctos.
- La correcta utilización de conceptos, vocabulario y notación científica.
- El conocimiento de técnicas específicas de aplicación directa para el cálculo y/o interpretación de datos numéricos y gráficos.
- La terminación completa del ejercicio y la exactitud del resultado.
- Se considerarán igualmente válidas dos soluciones que solo se diferencien en el grado de exactitud empleado en los cálculos numéricos.
- La claridad de las explicaciones de los pasos seguidos.
- La pulcritud de la presentación, y cualquier otro aspecto que refleje la madurez que cabe esperar de un estudiante que aspira a entrar en la universidad.

Aspectos que merecen valoración negativa

- Los planteamientos incorrectos.
- La confusión de conceptos.
- La abundancia de errores de cálculo (por ser indicativa de deficiencias de orden básico).
- Los errores aislados, cuando indican falta de reflexión crítica o de sentido común (por ejemplo, decir que la solución a tal problema es -3,7 frigoríficos, o que cierta probabilidad vale 2,5).
- Los errores aislados, cuando conducen a problemas más sencillos que los inicialmente propuestos.
- La ausencia de explicaciones, en particular del significado de las variables que se están utilizando.
- Los errores ortográficos graves, el desorden, la falta de limpieza, la mala redacción y cualquier otro aspecto impropio de un estudiante que aspira a entrar en la universidad.

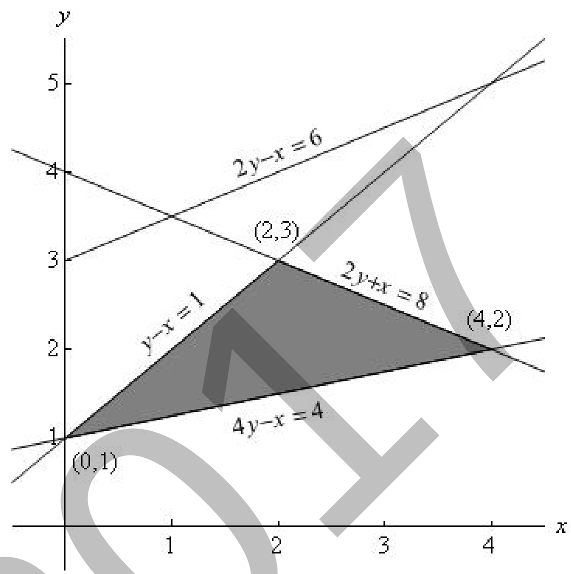
CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

SOLUCIONES

OPCIÓN A

A 1 *(Ejercicio de programación lineal en dos variables)*

a) Recinto limitado por las restriciones del problema:



De las cuatro restricciones, la frontera de la (ii) es $2y-x=6$ y esta recta queda fuera del recinto limitado por las otras tres restricciones.

b) El máximo de la función lineal $F(x,y)$ se alcanza en uno de los vértices de la región del apartado anterior: A=(0,1) , B=(2,3) o C=(4,2):

$F(\text{A}) = -2, \quad f(\text{B}) = 0, \quad f(\text{C}) = 8$ (máximo).

A 2 *(Cálculo de valores de una función y de su máximo. Interpretación)*

$$f(x) = 100(-x^2+28x) - 300x - 12000 = 100(-x^2+25x-120),$$

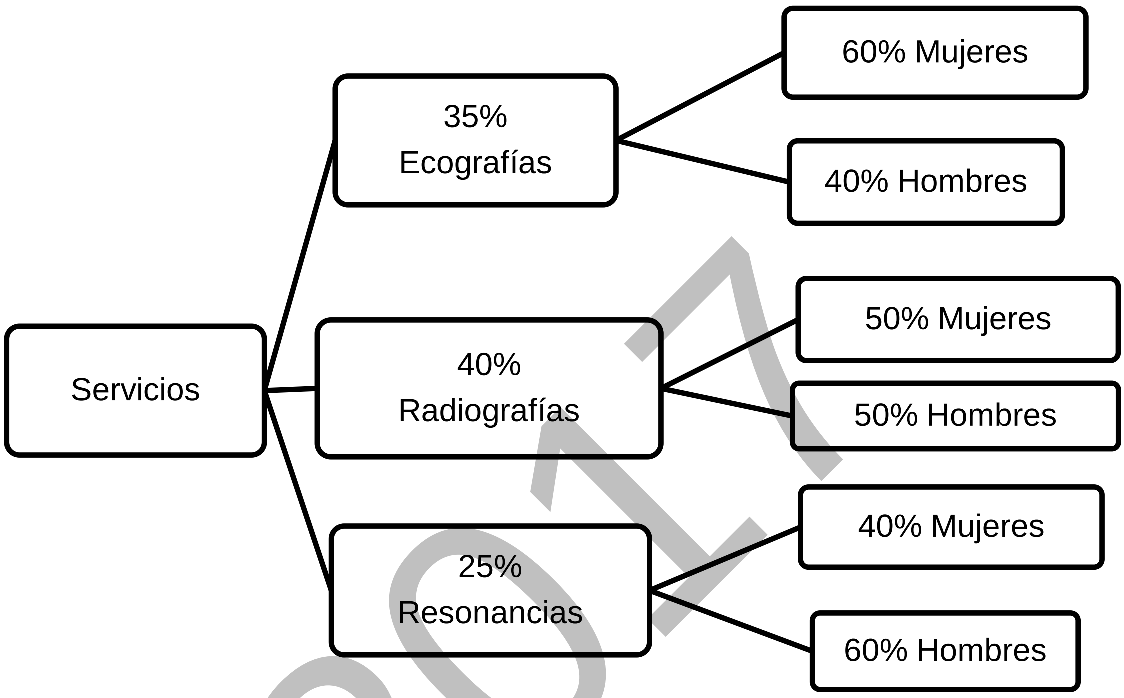
a) La función $f(x)$ es positiva en el intervalo 6'48 ≤ x ≤ 18'52. Luego el mínimo número de anuncios para hacer el negocio rentable es x = 7.

b) $f'(x) = 100(-2x+25) = 0 \Longrightarrow x = 12'5$.

x debe ser un número entero: $f(12) = f(13) = 3600$ € es la ganancia máxima, luego x=12 o x=13 es el número de anuncios apropiado.

CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

A 3 *(Ejercicio de cálculo de probabilidades que puede resolverse mediante un diagrama de árbol y la probabilidad condicional)*



a) P (mujer) = 0’35· 0’6 + 0’4· 0’5 + 0’25· 0’4 = 0’21 + 0’2 + 0’1 = 0’51 ≡ 51%

b) P (Eco/mujer) $= \frac{0'35 \cdot 0'6}{0'35 \cdot 0'6 + 0'4 \cdot 0'5 + 0'25 \cdot 0'4} = \frac{0'21}{0'51} = 0'4117 \equiv 41'17\%$

A 4 *(Cálculo del intervalo de confianza de la media de una población que sigue una distribución normal)*

Datos del problema: σ = 10 viajes, $\bar{x}$ = 16 viajes, n = 625 tamaño muestra.

a) Nivel de significación: $\alpha = 0'04 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'02 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'055$

Amplitud del intervalo de confianza = $Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2'055 \cdot \frac{10}{25} = 0'822$.

Intervalo de confianza = (16-0’822, 16+0’822) = (15’178, 16’822).

b) Nivel de confianza: $n_c = 0'98 \Rightarrow \alpha = 0'02 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'01 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'33$

Amplitud del intervalo de confianza = $Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2'33 \cdot \frac{10}{25} = 0'932$.

Intervalo de confianza = (16-0’932, 16+0’932) = (15’068, 16’932).

CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

OPCIÓN B

B 1 *(Ejercicio de cálculo matricial)*

a) $\mathrm{A}\cdot\mathrm{M}\cdot\mathrm{B}=\mathrm{C}\Longrightarrow\begin{pmatrix}2p-4q & 6p+4q\\ -r+2s & -3r-2s\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}14 & -6\\ -9 & -11\end{pmatrix},$

Se deduce: $p=1,\ q=-3,\ r=5,\ s=-2$

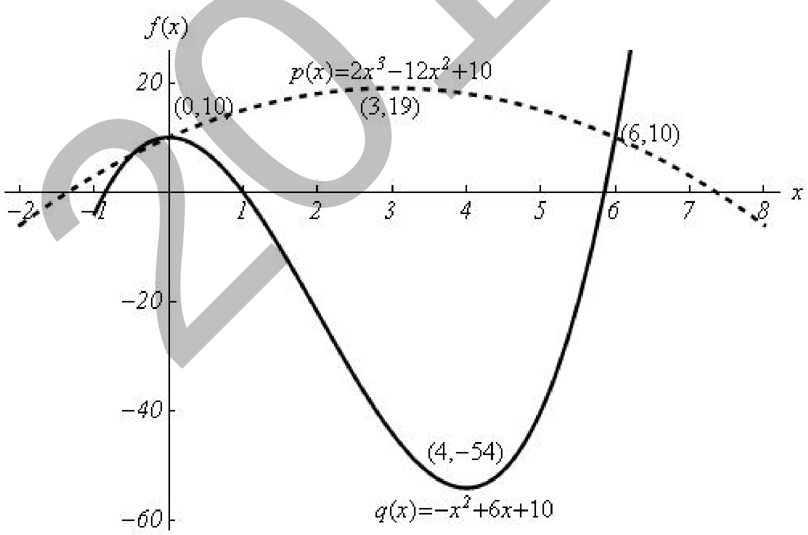
b) $\mathrm{A}\cdot\mathrm{H}\cdot\mathrm{B}^{-1}=\mathrm{C}\Longleftrightarrow\mathrm{A}\cdot\mathrm{H}=\mathrm{C}\cdot\mathrm{B}\Longleftrightarrow\begin{pmatrix}2f & 2g\\ -h & -i\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}26 & 30\\ 13 & -49\end{pmatrix}$

Se deduce: $f=13,\ g=15,\ h=-13,\ i=49$

B 2 *(Cálculo de parámetros de una función. Cálculo del área mediante integral)*

a) $10=q(0)=p(0)=c\Longrightarrow c=10,$

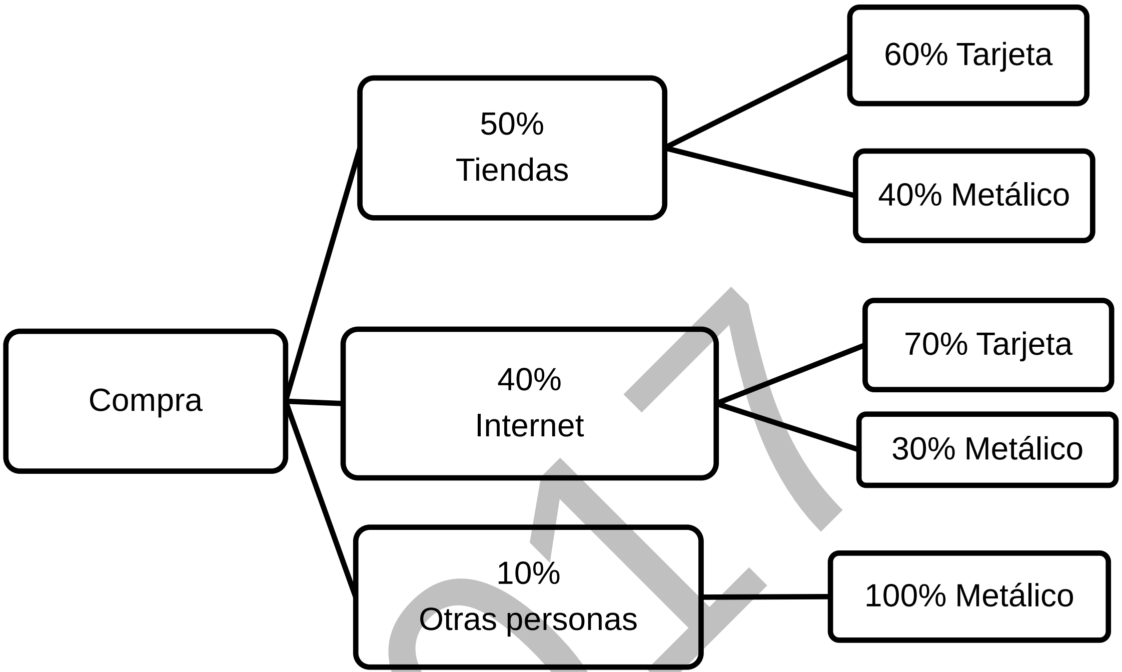
$10=q(6)=p(6)=2\cdot 6^3+b\cdot 6^2+10\Longrightarrow b=-12.$



b) $\int_0^6[p(x)-q(x)]\,\mathrm{d}x=\left[-\frac{1}{3}x^3+3x^2+10x-\frac{1}{2}x^4+4x^3-10x\right]_0^6=252.$

CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

B 3 *(Ejercicio de cálculo de probabilidades que puede resolverse mediante un diagrama de árbol y la probabilidad condicional)*



a) $\mathrm{P(met)} = 0'5 \cdot 0'4 + 0'4 \cdot 0'3 + 0'1 = 0'2 + 0'12 + 0'1 = 0'42 \equiv 42\%$.

b) $\mathrm{P(tienda|tarjeta)} = \frac{0'6 \cdot 0'5}{0'6 \cdot 0'5 + 0'7 \cdot 0'4} = \frac{0'3}{0'58} = 0'5172 \equiv 51'72\%$.

B 4 *(Cálculo del intervalo de confianza de la proporción de una población)*

a) Datos: $\hat{\mathrm{p}} = 0'32$ proporción de míopes de la muestra, $\hat{\mathrm{q}} = 1 - \hat{\mathrm{p}} = 0'68$.
Nivel de confianza: $\mathrm{n_c} = 0'92 \Rightarrow \alpha = 0'08 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'04 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'75$

Amplitud del intervalo de confianza = $Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} = 1'75 \cdot \sqrt{\frac{0'32 \cdot 0'68}{n}}$

$$1'75 \cdot \sqrt{\frac{0'32 \cdot 0'68}{n}} \leq 0'03 \Longrightarrow n \geq \left(\frac{1'75}{0'03}\right)^2 \cdot 0'32 \cdot 0'68 = 744'4 \Longrightarrow n = 745\,.$$

b) Datos: $\hat{\mathrm{p}} = 0'30,\ \hat{\mathrm{q}} = 1 - \hat{\mathrm{p}} = 0'70,\ \mathrm{n} = 625$.
Nivel de significación: $\alpha = 0'02 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'01 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'325$.

Amplitud intervalo de confianza = $Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} = 2'325 \cdot \sqrt{\frac{0'3 \cdot 0'7}{625}} = 0'042$.

Intervalo de confianza = (0’3 – 0’042, 0’3 + 0’042) = (0’258, 0’342)