



MATEMÁTICAS II

El examen presenta dos opciones: A y B. Elige una de ellas y responde **razonadamente** a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción.

OPCIÓN A

1. Dado el sistema de ecuaciones
$$\left. \begin{array}{rcl} mx + y - z & = & 0 \\ 2x + my & = & m \\ x + mz & = & m \end{array} \right\} m \in \mathbb{R}.$$

- a) Estudia y clasifica el sistema según los valores de m . (1.25 puntos)
b) Resuélvelo, si es posible, para el caso $m = 1$. (0.75 puntos)
c) Para qué valores de m se tiene la solución $x = 0, y = 1, z = 1$. (0.5 puntos)

2. Dada la función $f(x) = \frac{2}{2 + e^x}$.

- a) Calcula su dominio de definición y sus asíntotas. (1 punto)
b) Mediante el cambio de variable $t = e^x$, calcula $\int \frac{2}{2 + e^x} dx$ (1.5 puntos)

3. Sean los planos $\pi_1 : x + y + z = 0$ y π_2 . Su intersección es la recta $r : \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + z = 0 \end{cases}$. Calcula:

- a) La ecuación del plano π_2 sabiendo que $A(1, 1, 1) \in \pi_2$. (1.25 puntos)
b) La ecuación de un plano π'_1 paralelo a π_1 y que esté a una distancia de $\sqrt{3}$ unidades de la recta r . (1.25 puntos)

4. Un monitor de tenis compra un cañón para lanzar bolas. En las especificaciones del cañón se indica que falla el lanzamiento el 10% de las veces.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que, de 20 bolas lanzadas, se tengan exactamente 5 fallos? (1.25 puntos)
b) ¿Cuál es la probabilidad de que como mucho falle 2 veces de los 20 lanzamientos? (1.25 puntos)

Nota: Se pueden dejar indicadas las operaciones en potencias, sin necesidad de realizarlas.



OPCIÓN B

1. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $D = (1 \ 0 \ 1)$

a) Razona, sin hacerlos, si son posibles los siguientes productos matriciales y, si es el caso, indica las dimensiones de las matrices resultantes. (1 punto)

$$A \cdot A, \quad A \cdot B, \quad A \cdot B \cdot C, \quad C \cdot D$$

b) Calcula las inversas, si existen, de las matrices cuadradas posibles del apartado anterior. (1.5 puntos)

2. Dada la curva $y = \frac{1}{3+x^2}$.

a) Expresa la función $m(x)$ que da la pendiente de la recta tangente a la curva en cada punto x . (1 punto)

b) Calcula el valor x donde se alcanza la máxima pendiente. (1.5 puntos)

3. Sean los puntos $A(1, 1, 1)$, $B(1, -1, -1)$. Calcula:

a) La ecuación del plano π que hace que los puntos A y B sean simétricos respecto a él. (1.5 puntos)

b) Los puntos C y D que dividen el segmento AB en tres partes iguales. (1 punto)

4. Pedro y Luis son aficionados a los dardos. Pedro acierta en el centro el 10% de las veces y cada vez que acierta gana 400€. Luis acierta en el centro el 20% de las veces y cada vez que acierta gana 100€. Cuando fallan no ganan ni pierden nada. Tira cada uno dos dardos. Calcula las siguientes probabilidades:

a) Que Luis acierte en el centro las dos veces. (0.75 puntos)

b) Que Pedro acierte en el centro una sola vez. (1 punto)

c) Que entre los dos hayan ganado 600€. (0.75 puntos)