

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

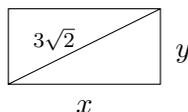
Ejercicio 1

Sea M la matriz $\begin{pmatrix} x & -x & x \\ 1 & -x & x \\ x & 2x & x \end{pmatrix}$

- 1) [2,25 PUNTOS] Calcule el rango de M en función del valor de x .
- 2) [1 PUNTO] Calcule la inversa de M en el caso de $x = -1$.

Ejercicio 2

- 1) [2,5 PUNTOS] Calcule el rectángulo de base x cm, altura y cm y diagonal $3\sqrt{2}$ cm cuyo perímetro sea máximo.



- 2) [1 PUNTO] Calcule la recta tangente a la función $h(x) = x^2 + x$ en el punto $(1, 2)$.

Ejercicio 3

Sean $P : x + 3y + 2z - 1 = 0$ y $Q : 2x + 6y + 4z + 3 = 0$ dos planos.

- 1) [0,25 PUNTOS] Extraiga el vector normal al plano P de su ecuación implícita (general).
- 2) [1 PUNTO] Calcule ecuaciones paramétricas del plano P .
- 3) [1 PUNTO] Determine la posición relativa de los planos P y Q .
- 4) [1 PUNTO] Calcule la recta normal a Q que pase por el punto $(0, 0, 0)$.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

Ejercicio 1

Considere el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro t :

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2tx + y + (t+1)z = 1 \\ (t-1)x + ty + tz = -2 \end{cases}$$

- 1) [0,25 PUNTOS] Escriba el sistema de ecuaciones como un sistema matricial de la forma $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = B$.
- 2) [3 PUNTOS] Clasifique el sistema en función del valor del parámetro t , calculando todas las soluciones en los casos en los que sea compatible.

Ejercicio 2

Sea f la función definida a trozos dada por

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + x + 3 & \text{si } x \leq 3 \\ 2x^2 - 3 & \text{si } 3 < x < 5 \\ b e^x & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

- 1) [1,5 PUNTOS] Calcule los valores de a y b para que la función sea continua en todo \mathbb{R} .
- 2) [1 PUNTO] Si $a = 1$, $b = 3$, calcule el área encerrada bajo la gráfica de f comprendido entre las rectas $x = -1$ y $x = 3$.
- 3) [1 PUNTO] Calcule los extremos relativos de la función $g(x) = 2x^2 + x + 3$.

Ejercicio 3

Sea Q el plano de ecuación vectorial $Q : (0, 0, 1) + s \overrightarrow{(2, -1, 0)} + t \overrightarrow{(2, -1, 1)}$.

- 1) [0,5 PUNTOS] Calcule la ecuación implícita (general) del plano Q .
- 2) [1,25 PUNTOS] Calcule la recta que pasa por $(-1, 2, 4)$ que sea perpendicular al plano Q .
- 3) [1,5 PUNTOS] Calcule la distancia del punto $(-1, 2, 4)$ al plano Q .