



MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 1

Considere el sistema de ecuaciones: 
$$\begin{cases} a^2x + ay + z = -1 \\ ax + ay + a^2z = 0 \end{cases}$$
 dependiente del parámetro  $a$ .

- 1) [1.25 PUNTOS] Clasifique, en función del parámetro  $a$ , el sistema anterior (existencia y unicidad de soluciones).
- 2) [1.25 PUNTOS] Calcule todas las soluciones en el caso  $a = 2$ .

Ejercicio 2

Considere la función  $f(x) = \frac{x + 4}{x^2 - 7x - 8}$ .

- 1) [2.75 PUNTOS] Estudie el dominio, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos de la función  $f$ .
- 2) [0.25 PUNTOS] Si  $g$  es una función derivable con un máximo relativo en  $x = 2$ , ¿Cuánto vale  $g'(2)$ ?

Ejercicio 3

Sea el plano  $\Pi \equiv (2, 1, 0) + t\overrightarrow{(2, 1, 0)} + s\overrightarrow{(0, 1, -1)}$  y el punto  $A = (2, 1, 3)$ .

- 1) [1.5 PUNTOS] Calcule la distancia entre  $A$  y  $\Pi$ .
- 2) [1 PUNTOS] Calcule la recta ortogonal (perpendicular) a  $\Pi$  que contiene al punto  $A$ .

Ejercicio 4

Las temperaturas de una ciudad durante el verano han seguido una distribución normal de media  $30^\circ$  y desviación típica de  $6^\circ$ .

- 1) [1 PUNTO] Calcule la probabilidad de que un día al azar se mida una temperatura de menos de  $42^\circ$ .
- 2) [1 PUNTO] Calcule la probabilidad de que un día al azar haga entre  $25^\circ$  y  $30^\circ$ .

## OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

### Ejercicio 1

Consideremos el sistema dependiente del parámetro  $t$ :

$$\begin{cases} tx + y - z = 0 \\ 2ty + z = 1 \\ -x + ty + 2z = 1 \end{cases}$$

- 1) [1.5 PUNTOS] Determine razonadamente si el sistema es incompatible o compatible, determinado o indeterminado en función del valor del parámetro  $t$ .
- 2) [1 PUNTO] Calcule todas las soluciones del sistema en el caso  $t = 1$ .

### Ejercicio 2

Sea  $f(x)$  la función definida en  $(0, \infty)$  dada por  $f(x) = x \ln(x)$ , donde  $\ln$  denota el logaritmo neperiano.

- 1) [1 PUNTO] Calcule  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ .
- 2) [2 PUNTOS] Calcule  $\int_2^e f(x) dx$ .

### Ejercicio 3

Sean los puntos  $P = (0, 1, 0)$ ,  $Q = (-1, 1, 2)$ ,  $R = (2, 0, -1)$  y el plano  $\Pi \equiv \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -5t + s \\ z = -1 + 4s \end{cases}$

- 1) [2.25 PUNTOS] Calcule el ángulo formado por el plano que contiene a  $P$ ,  $Q$  y  $R$  y el plano  $\Pi$ .
- 2) [0.25 PUNTOS] Calcule la distancia entre  $P$  y  $Q$ .

### Ejercicio 4

Una empresa de teléfonos tiene tres cadenas de producción para un modelo de teléfono. Cada cadena fabrica, respectivamente, un 40%, 35% y 25% de la producción total. La probabilidad de que un teléfono sea defectuoso es del 5%, 3% y 2% respectivamente. Se toma un teléfono al azar.

- 1) [1 PUNTO] ¿Cual es la probabilidad de que el teléfono sea defectuoso?
- 2) [1 PUNTO] Si el teléfono es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que se haya fabricado en la segunda cadena?