	Pruebas de acceso a enseñanzas universitarias oficiales de grado **Castilla y León**	**MATEMÁTICAS II**	**EJERCICIO** **Nº Páginas: 3**

INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cinco ejercicios de la misma en el orden que desee.
2.- CALCULADORA: Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).
CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN: Cada uno de los ejercicios se puntuará sobre un máximo de 2 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. **Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales**, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

OPCIÓN A

E1.- Dado el sistema de ecuaciones: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & m \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$

a) Estudie la existencia y unicidad de soluciones según los valores del parámetro m. **(1 punto)**
b) Resuelva el sistema de ecuaciones anterior para el caso $m=2$. **(1 punto)**

E2.- a) Calcular la ecuación del plano π que contiene a la recta $r \equiv \frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-1}{2}$ y pasa por el punto $A=(1,2,1)$. **(1 punto)**
b) Calcule la ecuación de la recta r que pasa por el punto $\boldsymbol{B}=(2,1,2)$ y es perpendicular a las rectas $s_1 \equiv \frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{2}$ y $s_2 \equiv \frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z}{2}$. **(1 punto)**

E3.- Dada la función $f(x)=2x^3+3x^2-12x$, para $x \in \mathbb{R}$.
a) Calcule sus máximos y mínimos relativos y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. **(1 punto)**
b) Calcule el máximo y mínimo absolutos en el intervalo $[-2,2]$. **(1 punto)**

E4.- a) Calcular $\lim_{x\to 0}\frac{\cos(x)-1}{x sen(x)}$. **(1 punto)**
b) Calcular el área encerrada por las gráficas de $(x)=4x$ y de $g(x)=x^3$ en el intervalo $[0,2]$, probando anteriormente que en dicho intervalo $f \geq g$. **(1 punto)**

E5.- Las notas de Matemáticas II de 500 alumnos presentados al examen de EBAU tienen una distribución normal con media 6,5 y desviación típica 2.
a) Calcule la probabilidad de que un alumno haya obtenido más de 8 puntos. **(1 punto)**
b) ¿Cuántos alumnos obtuvieron notas menores de 5 puntos? **(1 punto)**

OPCIÓN B

E1.- a) Encontrar los valores de k para que la matriz $A=\begin{pmatrix} k-1 & 2 & -2 \\ 0 & k-2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ sea invertible. **(1 punto)**

b) Encontrar la inversa de A para $k=2$. **(1 punto)**

E2.- Sean la recta $r \equiv \dfrac{x-1}{m}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{4}$ y el plano $\pi \equiv x+y+kz=0$.

Encontrar m y k para que:

a) La recta r sea perpendicular al plano $\boldsymbol{\pi}$**.** **(1 punto)**

b) La recta r esté contenida en el plano $\boldsymbol{\pi}$**.** **(1 punto)**

E3.- Sea el polinomio $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ del cual sabemos que $(0)=1$, $f(1)=0$ y que tiene extremos relativos en $x=0$ y $x=1$. Calcular a, b, c y .

(2 puntos)

E4.- a) Sea $f(x)=\dfrac{2x+3}{x^2+3x+1}$. Hallar el área del recinto limitado por la gráfica de (x), el eje OX y las rectas $x=0$ y $x=2$. **(1 punto)**

b) Calcular $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{xsen(x)}{3\cos(x)-3}$. **(1punto)**

E5.-En una competición de tiro olímpico hay 10 rifles, 4 con visor telescópico y 6 sin él. La probabilidad de que un tirador haga blanco con un rifle con visor telescópico es 0,95 y sin él es de 0,65.

a) Halla la probabilidad de hacer blanco escogiendo un rifle al azar. **(1 punto)**

b) Si el tirador hace blanco. ¿Es más probable que haya disparado con un rifle con visor telescópico o sin él? **(1 punto)**

SOLUCIONES

OPCIÓN A

E1.- Dado el sistema de ecuaciones: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & m \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$

a) Estudie la existencia y unicidad de soluciones según los valores del parámetro m. **(1 punto)**
b) Resuelva el sistema de ecuaciones anterior para el caso $m=2$. **(1 punto)**

a) Estudiemos el rango de la matriz

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & m \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ con determinante $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & m \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 2+4m-2m-4 = 2m-2$ lo igualamos a cero para ver los distintos casos (dependiendo del valor de m).

$|A| = 0 \Rightarrow 2m-2 = 0 \Rightarrow 2m = 2 \Rightarrow m = 1$

Hay 2 casos distintos: $m=1$ y $m \neq 1$

CASO 1. $m \neq 1$.
Aquí la matriz A tiene inversa y la solución seria

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & m \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

El sistema es COMPATIBLE DETERMINADO. Tiene una única solución.

CASO 2. $m=1$
El determinante de A es 0, por lo que el rango no es 3. Como tiene un menor de orden 2 no nulo, $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1-2 = -1 \neq 0$, el rango de la matriz A es 2.

Veamos la matriz ampliada

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 6 \end{array}\right)$. Tomamos el menor de orden 3 con las tres últimas columnas y vemos si es nulo $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & 6 \end{vmatrix} = 6+8-6-6 = 2 \neq 0$. El rango de la ampliada es 3 distinto al de la matriz de los coeficientes. El sistema es INCOMPATIBLE. No tiene solución.

b) Para m = 2 el sistema tiene como solución:

$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$. Hallemos la inversa de la matriz A.

$$A^{-1}=\frac{Adj(A^t)}{|A|}=\frac{Adj\left(\begin{pmatrix}1&2&2\\1&1&2\\2&0&2\end{pmatrix}\right)}{2\cdot 2-2}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}+\begin{vmatrix}1&2\\0&2\end{vmatrix}&-\begin{vmatrix}1&2\\2&2\end{vmatrix}&+\begin{vmatrix}1&1\\2&0\end{vmatrix}\\-\begin{vmatrix}2&2\\0&2\end{vmatrix}&+\begin{vmatrix}1&2\\2&2\end{vmatrix}&-\begin{vmatrix}1&2\\2&0\end{vmatrix}\\+\begin{vmatrix}2&2\\1&2\end{vmatrix}&-\begin{vmatrix}1&2\\1&2\end{vmatrix}&+\begin{vmatrix}1&2\\1&1\end{vmatrix}\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}2&2&-2\\-4&-2&4\\2&0&-1\end{pmatrix}$$

$$A^{-1}=\begin{pmatrix}1&1&-1\\-2&-1&2\\1&0&-1/2\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1&2\\2&1&0\\2&2&2\end{pmatrix}^{-1}\cdot\begin{pmatrix}4\\3\\6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1&-1\\-2&-1&2\\1&0&-1/2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}4\\3\\6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4+3-6\\-8-3+12\\4-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$$

La solución es $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$

E2.- a) Calcular la ecuación del plano π que contiene a la recta $r\equiv\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-1}{2}$ y pasa por el punto $A=(1,2,1)$. **(1 punto)**

b) Calcule la ecuación de la recta r que pasa por el punto $\boldsymbol{B}=(2,1,2)$ y es perpendicular a las rectas $s_1\equiv\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{2}$ y $s_2\equiv\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z}{2}$. **(1 punto)**

a) Para definir el plano necesitamos un punto $A=(1,2,1)$ y dos vectores directores. Tenemos el director de la recta $\overrightarrow{v_r}=(2,3,2)$, el otro vector podemos obtenerlo como el que une el punto A con el punto de la recta B(1,1,1), es decir, $\overrightarrow{AB}=(1,1,1)-(1,2,1)=(0,-1,0)$.

La ecuación del plano es:

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{v_r}=(2,3,2)\\\overrightarrow{AB}=(0,-1,0)\\\text{Pasa por A}(1,2,1)\end{array}\right\}\Rightarrow\pi\equiv\begin{vmatrix}x-1&y-2&z-1\\2&3&2\\0&-1&0\end{vmatrix}=0\Rightarrow -2z+2+2x-2=0$$

$$\pi\equiv 2x-2z=0$$

$$\boxed{\pi\equiv x-z=0}$$

b) Una recta perpendicular a otras dos (s_1 y s_2) tiene la dirección del producto vectorial de los vectores directores de ambas rectas.

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{v_{s_1}}=(2,2,2)\\\overrightarrow{v_{s_2}}=(-1,3,2)\end{array}\right\}\Rightarrow\overrightarrow{v_r}=\begin{vmatrix}i&j&k\\2&2&2\\-1&3&2\end{vmatrix}=4i-2j+6k+2k-4j-6i=-2i-6j+8k$$

$$\overrightarrow{v_r}=(-2,-6,8)$$

Y pasa por el punto $\boldsymbol{B}=(2,1,2)$, por lo que su ecuación es

$$\left.\begin{array}{l}\vec{v}_r=(-2,-6,8)\\ \textit{Pasa por el punto } \mathrm{B}(2,1,2)\end{array}\right\}\Rightarrow \boxed{r\equiv\frac{x-2}{-2}=\frac{y-1}{-6}=\frac{z-2}{8}}$$

E3.- Dada la función $f(x)=2x^3+3x^2-12x$, para $x\in\mathbb{R}$.

a) Calcule sus máximos y mínimos relativos y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. **(1 punto)**

b) Calcule el máximo y mínimo absolutos en el intervalo $[-2,2]$. **(1 punto)**

a) Calculemos la derivada de la función $f(x)=2x^3+3x^2-12x$

$f(x)=2x^3+3x^2-12x\Rightarrow f\,'(x)=6x^2+6x-12$

Averiguamos sus puntos críticos igualando la derivada a cero.

$f\,'(x)=0\Rightarrow 6x^2+6x-12=0\Rightarrow x^2+x-2=0$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1+8}}{2}=\frac{-1\pm3}{2}=\begin{cases}x=\dfrac{-1+3}{2}=1\\ x=\dfrac{-1-3}{2}=-2\end{cases}$$

Hay un punto crítico en x = –2 y otro en x = 1. La recta real se divide en 3 partes, veamos que ocurre con el signo de la derivada en cada una de ellas.

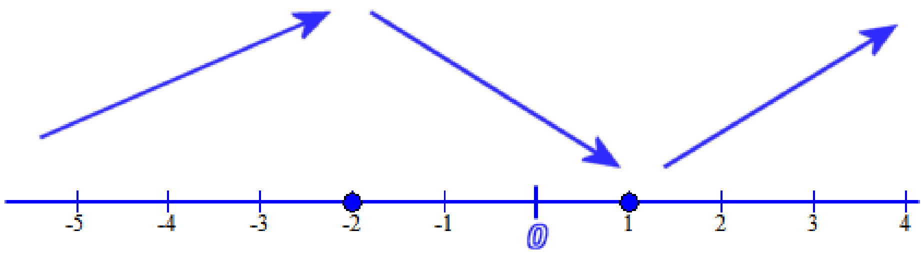
En $(-\infty,-2)$ tomamos x = –3 y la derivada vale

$f\,'(-3)=6(-3)^2+6(-3)-12=54-18-12=24>0$ La función crece.

En $(-2,1)$ tomamos x = 0 y la derivada vale $f\,'(0)=6(0)^2+6(0)-12=-12<0$ La función decrece.

En $(1,+\infty)$ tomamos x = 2 y la derivada vale $f\,'(2)=6(2)^2+6(2)-12=24+12-12=24>0$ La función crece.

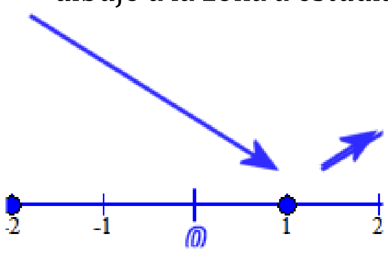
El esquema de cómo evoluciona la función quedaría



La función tiene un máximo local en x = –2 y un mínimo local en x = 1.

Crece en $(-\infty,-2)\cup(1,+\infty)$ y decrece en $(-2,1)$.

b) Para calcular los máximos y mínimos absolutos en el intervalo $[-2,2]$, restringimos el dibujo a la zona a estudiar.



El mínimo absoluto está en x = 1 como se aprecia en el esquema.

El máximo absoluto está en uno de los extremos: en x = –2 o en x = 2. Veamos donde toma el valor más alto la función.

$$f(-2)=2(-2)^3+3(-2)^2-12(-2)=-16+12+24=20$$

$$f(2)=2(2)^3+3(2)^2-12(2)=16+12-24=4$$

El máximo absoluto se alcanza en x = –2.

E4.- a) Calcular $\lim_{x\to 0}\frac{\cos(x)-1}{x sen(x)}$. **(1 punto)**

b) Calcular el área encerrada por las gráficas de $(x)=4x$ y de $g(x)=x^3$ en el intervalo [0, 2], probando anteriormente que en dicho intervalo $f\geq g$. **(1 punto)**

a)

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos(x)-1}{x sen(x)}=\frac{1-1}{0}=\frac{0}{0}=\{L\acute{}\text{Hôpital}\}=\lim_{x\to 0}\frac{-\text{sen}(x)}{sen(x)+x\cos(x)}=\frac{0}{0}=$$

$$=\{L\acute{}\text{Hôpital}\}=\lim_{x\to 0}\frac{-\cos(x)}{\cos(x)+\cos(x)-x sen(x)}=\frac{-1}{1+1-0}=\boxed{\frac{-1}{2}}$$

b) Hallemos los puntos de intersección de las gráficas de las funciones dadas.

$$f(x)=g(x)\Rightarrow 4x=x^3\Rightarrow 4x-x^3=0\Rightarrow x(4-x^2)=0\Rightarrow\begin{cases}x=0\\4-x^2=0\Rightarrow x^2=4\Rightarrow x=\sqrt{4}=\pm 2\end{cases}$$

Como pide el recinto en el intervalo [0, 2] no incluimos el valor –2.

Las funciones no se cortan en dicho intervalo, solo en los extremos. Veamos cual es mayor viéndolo en x = 1.

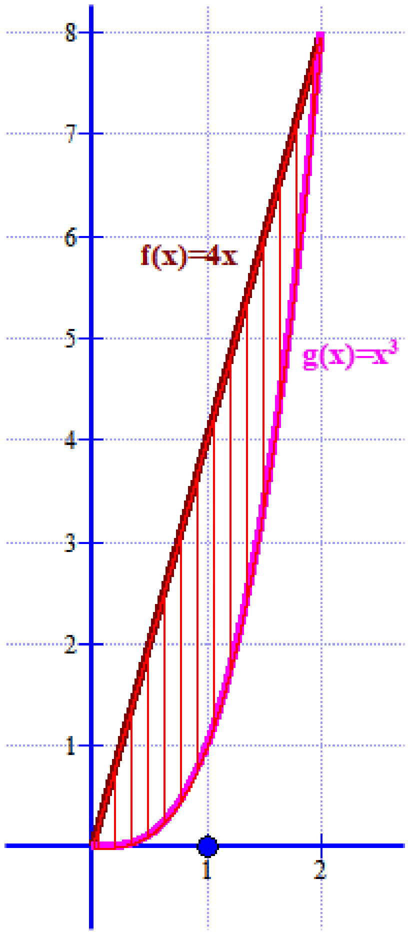
$(1) = 4$ y $g(1)=1^3=1$. Luego $f\geq g$.

$$Área=\int_0^2 4x-x^3dx=$$

$$=\left[2x^2-\frac{x^4}{4}\right]_0^2=$$

$$=\left[2(2)^2-\frac{2^4}{4}\right]-\left[2(0)^2-\frac{0^4}{4}\right]=$$

$$=8-4=\boxed{4u^2}$$



E5.- Las notas de Matemáticas II de 500 alumnos presentados al examen de EBAU tienen una distribución normal con media 6,5 y desviación típica 2.

a) Calcule la probabilidad de que un alumno haya obtenido más de 8 puntos. **(1 punto)**

b) ¿Cuántos alumnos obtuvieron notas menores de 5 puntos? **(1 punto)**

X = Puntuación en Matemáticas II. X = N(6.5, 2)

a)

$$P(X>8)=\{Tipificamos\}=P\left(\frac{X-6,5}{2}>\frac{8-6,5}{2}\right)=P(Z>0,75)=$$

$$=1-P(Z<0,75)=1-0,7734=\boxed{0,2266}$$

b)

$$P(X<5)=\{Tipificamos\}=P\left(\frac{X-6,5}{2}<\frac{5-6,5}{2}\right)=P(Z<-0,75)=$$

$$=1-P(Z<0,75)=1-0,7734=0,2266$$

Como son 5oo alumnos 0,2266 · 500 = 113,3. Aproximadamente 113 alumnos.

OPCIÓN B

E1.- a) Encontrar los valores de k para que la matriz $A=\begin{pmatrix} k-1 & 2 & -2 \\ 0 & k-2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ sea invertible. **(1 punto)**

b) Encontrar la inversa de A para $k=2$. **(1 punto)**

a) Para que una matriz sea invertible debe tener determinante no nulo.

En nuestro caso $|A|=\begin{vmatrix} k-1 & 2 & -2 \\ 0 & k-2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}=k^2-2k-k+2+2+2k-4=k^2-k$

Si igualamos a cero

$$|A|=0 \Rightarrow k^2-k=0 \Rightarrow k(k-1)=0 \Rightarrow \begin{cases} k=0 \\ k=1 \end{cases}$$

La matriz es invertible cuando $k \neq 0 \text{ y } k \neq 1$

b)

Para k = 2 la matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ tiene inversa pues su determinante es

$$|A|=\begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}=2 \neq 0$$

Utilizamos la fórmula $A^{-1}=\dfrac{Adj\left(A^t\right)}{|A|}$.

$$A^{-1}=\frac{Adj\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}^t\right)}{2}=\frac{1}{2}Adj\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}\right)=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} +\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} \\ +\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

$$A^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1/2 & 3/2 & -1/2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

E2.- Sean la recta $r \equiv \dfrac{x-1}{m}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{4}$ y el plano $\pi \equiv x+y+kz=0$.

Encontrar m y k para que:

a) La recta r sea perpendicular al plano $\boldsymbol{\pi}$. **(1 punto)**

b) La recta r esté contenida en el plano $\boldsymbol{\pi}$. **(1 punto)**

a) La recta r es perpendicular al plano π cuando el vector director de recta y normal del plano son paralelos (coordenadas proporcionales).

$$\left.\begin{array}{l}\vec{v_r}=(m,2,4)\\ \vec{n}=(1,1,k)\end{array}\right\}\Rightarrow \vec{v_r}\,//\,\vec{n}\Rightarrow \frac{m}{1}=\frac{2}{1}=\frac{4}{k}\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\frac{m}{1}=\frac{2}{1}\Rightarrow\boxed{m=2}\\ \frac{2}{1}=\frac{4}{k}\Rightarrow\boxed{k=2}\end{array}\right.$$

b)

Para que la recta r esté contenida en el plano π deben de ser el vector director de la recta y normal del plano perpendiculares (su producto escalar debe valer 0) y además el punto P(1,1,1) de la recta debe estar en el plano (debe cumplir su ecuación).

$$\left.\begin{array}{l}\vec{v_r}=(m,2,4)\\ \vec{n}=(1,1,k)\end{array}\right\}\Rightarrow \vec{v_r}\perp\vec{n}\Rightarrow\vec{v_r}\cdot\vec{n}=(m,2,4)(1,1,k)=0\Rightarrow m+2+4k=0$$

Y además

$$\left.\begin{array}{l}\pi\equiv x+y+kz=0\\ \text{P(1,1,1) está en el plano}\end{array}\right\}\Rightarrow 1+1+k=0\Rightarrow\boxed{k=-2}$$

Sustituyendo en la igualdad anterior

$$\left.\begin{array}{l}m+2+4k=0\\ k=-2\end{array}\right\}\Rightarrow m+2-8=0\Rightarrow\boxed{m=6}$$

E3.- Sea el polinomio $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ del cual sabemos que (0)=1, f(1)=0 y que tiene extremos relativos en x=0 *y* x=1. Calcular *a, b, c y d.* **(2 puntos)**

$$\left.\begin{array}{l}f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\\ f(0)=1\\ f(1)=0\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}a(0)^3+b(0)^2+c(0)+d=1\\ a(1)^3+b(1)^2+c(1)+d=0\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\boxed{d=1}\\ a+b+c+d=0\end{array}\right\}\Rightarrow a+b+c+1=0$$

Además como son extremos relativos su derivada debe ser cero en x = 0 y en x = 1.

$$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\Rightarrow f\,'(x)=3ax^2+2bx+c$$

$$\left.\begin{array}{l}f\,'(x)=3ax^2+2bx+c\\ \text{Extremo en } x=0\\ \text{Extremo en } x=1\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}f\,'(0)=0\Rightarrow 3a(0)^2+2b(0)+c=0\\ f\,'(1)=0\Rightarrow 3a(1)^2+2b(1)+c=0\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\boxed{c=0}\\ 3a+2b+0=0\end{array}\right\}\Rightarrow 3a+2b=0$$

Resolvamos el sistema formado por las dos ecuaciones que quedan

$$\left.\begin{array}{l}a+b+c+1=0\\ 3a+2b=0\\ \boxed{c=0}\\ \boxed{d=1}\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}a+b+1=0\\ 3a+2b=0\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}a=-b-1\\ 3a+2b=0\end{array}\right\}\Rightarrow 3(-b-1)+2b=0\Rightarrow -3b-3+2b=0$$

$$-b-3=0\Rightarrow\boxed{b=-3}\Rightarrow\boxed{a=3-1=2}$$

La solución es a = 2, b = –3, c = 0 y d = 1

E4.- a) Sea $f(x)=\dfrac{2x+3}{x^2+3x+1}$. Hallar el área del recinto limitado por la gráfica de (x), el eje OX y las rectas $x=0$ y $x=2$. **(1 punto)**

b) Calcular $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{xsen(x)}{3\cos(x)-3}$. **(1punto)**

a) Hallemos los puntos de corte de la gráfica con el eje OX.

$$f(x)=0\Rightarrow\frac{2x+3}{x^2+3x+1}=0\Rightarrow 2x+3=0\Rightarrow x=-\frac{3}{2}=-1{,}5$$

Este valor está fuera del recinto, ya que $-1{,}5<0$.

$$Área=\int_0^2\frac{2x+3}{x^2+3x+1}dx=\left[\ln\left(x^2+3x+1\right)\right]_0^2=$$

$$=\left[\ln\left(2^2+3\cdot 2+1\right)\right]-\left[\ln\left(0^2+3\cdot 0+1\right)\right]=$$

$$=\ln 11-\ln 1=\ln 11=\boxed{2{,}39\,u^2}$$

b)

$$\lim_{x\to 0}\frac{xsen(x)}{3\cos(x)-3}=\frac{0}{0}=\{\text{Re}\,gla\ de\ L´Hôpital\}=\lim_{x\to 0}\frac{sen(x)+x\cos(x)}{-3sen(x)}=\frac{0}{0}=$$

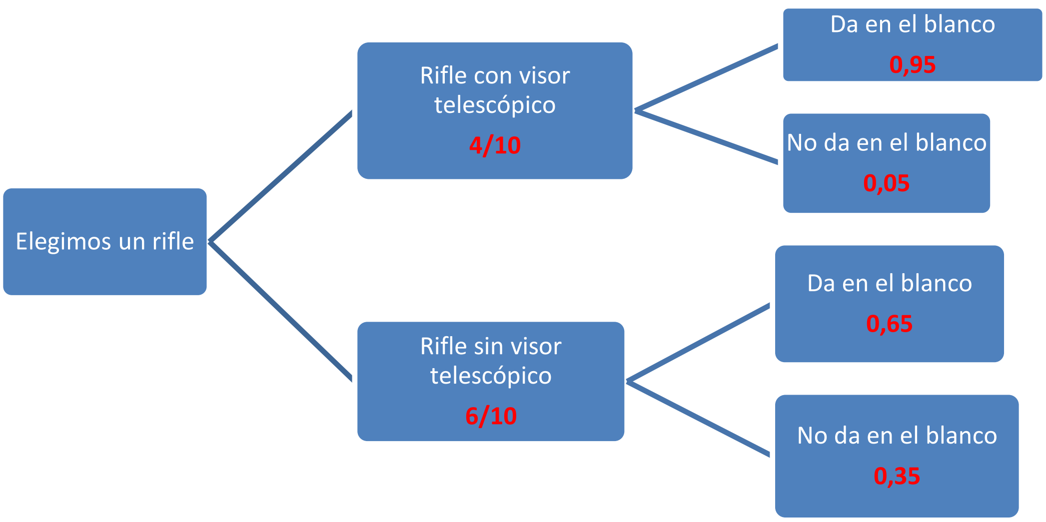
$$=\{\text{Re}\,gla\ de\ L´Hôpital\}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos(x)+\cos(x)-xsen(x)}{-3\cos(x)}=\boxed{\frac{2}{-3}}$$

E5.-En una competición de tiro olímpico hay 10 rifles, 4 con visor telescópico y 6 sin él. La probabilidad de que un tirador haga blanco con un rifle con visor telescópico es 0,95 y sin él es de 0,65.

a) Halla la probabilidad de hacer blanco escogiendo un rifle al azar. **(1 punto)**

b) Si el tirador hace blanco. ¿Es más probable que haya disparado con un rifle con visor telescópico o sin él? **(1 punto)**

Realizamos un diagrama de árbol para aclarar la situación planteada.



a) P(Dar en el blanco) = P(Coger rifle con visor y dar en el blanco o Coger rifle sin visor y dar en el blanco) = P(Coger rifle con visor y dar en el blanco) + P(Coger rifle sin visor y dar en el blanco) = P(Coger rifle con visor) · P(Dar en el blanco con rifle con visor) + P(Coger rifle sin visor) · P(Dar en el blanco con rifle con visor) = 0,4 ·0,95 + 0, 6 · 0,65 = 0,77

b) No está claro porque con visor se acierta más pero hay menos rifles con visor. Calculemos la probabilidad de que lo haya hecho con rifle con visor.

$$P\left(\text{Coger rifle con visor / Da en el blanco}\right)=\frac{P\left(\text{Coger rifle con visor } \cap \text{ Da en el blanco}\right)}{P\left(\text{ Da en el blanco}\right)}=$$

$$=\frac{0,4\cdot 0,95}{0,77}=0,49=49\ \%$$

Hay un 49 % de probabilidades de haber utilizado rifle con visor y 51 % de haber utilizado rifle sin visor.

Si el tirador ha hecho blanco es más probable que haya disparado con un rifle sin visor.