

Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques

Serie 2

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada cuestión vale 2 puntos.

Puede utilizar calculadora, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que tengan información almacenada o que puedan transmitir o recibir información.

1. Considere el plano $\pi: x + y + z = 1$ y la recta r que pasa por los puntos $P = (0, 0, 6)$ y $Q = (1, 2, 3)$.

a) Estudie la posición relativa de la recta r y el plano π .

[1 punto]

b) Calcule la distancia entre la recta r y el plano π .

[1 punto]

NOTA: Puede calcular la distancia de un punto de coordenadas (x_0, y_0, z_0) al plano de

ecuación $Ax + By + Cz + D = 0$ con la expresión $\frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

2. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ -1 & -4 & 3 \\ 0 & -4 & 4 \end{pmatrix}$.

a) Compruebe que satisfacen la igualdad $A^2 - \frac{1}{2}A \cdot B = I$, donde I es la matriz identidad de orden 3.

[1 punto]

b) Haciendo uso de la anterior igualdad, encuentre la matriz inversa de A : A^{-1} .

[1 punto]

3. Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + y - z = 1 \\ 2x + ay = 2a \end{cases}$$

a) Discuta el sistema para los distintos valores del parámetro real a .

[1 punto]

b) Resuelva el sistema para el caso $a = 2$.

[1 punto]

4. De las funciones $f(x)$, $f'(x)$, $g(x)$ y $g'(x)$ se conocen los siguientes valores:

x	$f(x)$	$f'(x)$	x	$g(x)$	$g'(x)$
0	2	1	0	1	1
1	0	-6	1	3	3

a) De la función $f(x)$ se sabe también que la pendiente de la recta tangente a un punto de abscisa x es $4x^3 - 9x^2 - 2x + 1$. Encuentre $f(x)$.

[1 punto]

b) Calcule $(g \circ f)'(1)$.

[1 punto]

5. En \mathbb{R}^3 , sean la recta $r: \begin{cases} x - z = 2 \\ 2y + z = 4 \end{cases}$ y el punto $P = (0, 1, -1)$.

a) Calcule la ecuación general (es decir, la que tiene la forma $Ax + By + Cz = D$) del plano π perpendicular a la recta r y que pasa por el punto P .

[1 punto]

b) Calcule el punto simétrico del punto P respecto del plano $x + y + z = -3$.

[1 punto]

6. Sea la función $f(x) = \frac{\text{sen } x}{\cos^2 x}$.

a) Calcule una primitiva de la función $f(x)$.

[1 punto]

b) Calcule el área limitada por la función $f(x)$ y el eje de abscisas entre las abscisas $x = 0$

$$\text{y } x = \frac{\pi}{4}.$$

[1 punto]



Institut
d'Estudis
Catalans