

Instrucciones: La prueba consta de dos **opciones A y B** de las cuales el alumno deberá elegir una. Cada opción consta de 4 ejercicios. En el caso de realizar ejercicios de opciones diferentes, se considerará como elegida la correspondiente al primer ejercicio presentado por el alumno. Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

OPCIÓN A

1.- Sea la matriz A que depende del parámetro $a \in \mathbb{R}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ a & 0 & a \\ -2 & a & 0 \end{pmatrix}.$$

(a) Determine el rango de la matriz A según los valores del parámetro a . **(1,5 puntos)**

(b) Para $a = 1$ resuelva, si existe solución, la ecuación matricial $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. **(1 punto)**

2.- Sean los puntos $A = (2, 0, 1)$, $B = (2, 0, 3)$ y la recta r dada por el punto $C = (1, 0, 2)$ y el vector $\vec{v} = (-1, 0, 0)$. Determine los puntos P de la recta r para los cuales el área del triángulo \widehat{ABP} es 2. **(2,5 puntos)**

3.- Sea la función

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0, \\ -x & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

(a) Estudie la continuidad y derivabilidad de $f(x)$. **(1 punto)**

(b) Estudie la monotonía (crecimiento y decrecimiento) de $f(x)$ y justifique si en el punto $x = 0$ la función $f(x)$ tiene un mínimo relativo. **(1 punto)**

(c) Dibuje el recinto plano limitado entre las funciones $f(x) = |x|$ y $g(x) = 2 - x^2$ y calcule su área. **(1,5 puntos)**

4.- En un centro comercial el 35 % de los clientes utiliza carro. El 70 % de los que utilizan carro son hombres y el 40 % de los que no utilizan carro son mujeres.

(a) Calcule la probabilidad de que un cliente elegido al azar sea mujer. **(0,75 puntos)**

(b) Sabiendo que un cliente elegido al azar ha sido hombre, qué probabilidad hay de que utilice carro. **(0,75 puntos)**

OPCIÓN B

1.- Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

- (a) Calcule la matriz X tal que $X = A^2 + B^2 - 2AB$. (1 punto)
(b) Halle la inversa de la matriz A . (1,5 puntos)

2.- Sean las rectas $r = \frac{x-3}{3} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-2}{4}$ y $s = \begin{cases} x-y-z=2 \\ 2x+2y-z=4 \end{cases}$.

- (a) Estudie la posición relativa de dichas rectas. (1 punto)
(b) Halle la distancia entre ambas rectas. (1,5 puntos)

3.- Sea la función $f(x) = x \ln(x)$ para $x > 0$.

- (a) ¿Se puede definir $f(0)$ para que $f(x)$ sea continua por la derecha de $x = 0$? (1 punto)
(b) Estudie los máximos y mínimos relativos de $f(x)$ para $x > 0$. (0,5 puntos)
(c) Halle, si existe, la recta tangente a $f(x)$ en $x = 1$. (0,5 puntos)
(d) Calcule una primitiva $F(x)$ de la función $f(x) = x \ln(x)$. (1,5 puntos)

4.- Se estima que en una partida de bombillas el 10% son defectuosas. Si se eligen al azar 6 bombillas de esta partida, calcule:

- (a) la probabilidad de que ninguna sea defectuosa. (0,5 puntos)
(b) la probabilidad de obtener más de 2 defectuosas. (0,5 puntos)
(c) la media y la desviación típica de la distribución. (0,5 puntos)