OPCION A

1.- Sea la matriz A que depende del parámetro a ∈ R $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ a & 0 & a \\ -2 & a & 0 \end{pmatrix}$

(a) Determine el rango de la matriz **A** según los valores del parámetro **a**. **(1,5 puntos)**

(b) Para **a = 1** resuelva, si existe solución, la ecuación matricial $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ **(1 punto)**

$a)$

$$|A| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ a & 0 & a \\ -2 & a & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a & 0 & a \\ -2 & a & -a \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} a & a \\ -2 & -a \end{vmatrix} = -\left(-a^2 + 2a\right) = a^2 - 2a = (a-2)a \Rightarrow Si\ A = 0 \Rightarrow$$

$$(a-2)a = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2 \end{cases} \Rightarrow \forall a \in \Re - \{0\,,2\} \Rightarrow A \neq 0 \Rightarrow rang\ (A) = 3$$

$Si\ a = 0$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow rang\ (A) = 2$$

$Si\ a = 2$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow rang\ (A) = 2$$

$b)$

$$A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} \cdot A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow I \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$Si\ a = 1 \Rightarrow A = 1 \cdot (1-2) = -1 \Rightarrow Existe\ A^{-1} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot adj\ A^t \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow A^t = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$adj\ A^t = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{(-1)} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{(-1)} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{(-1)} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

2.- Sean los puntos **A = (2 , 0 , 1)** , **B = (2 , 0 , 3)** y la recta **r** dada por el punto **C = (1 , 0 , 2)** y el vector $\vec{v}$ **= (-1 ,0,0)**. Determine los puntos **P** de la recta r para los cuales el área del triángulo **ABP** es 2. **(2,5 puntos)**

El área del triángulo **ABP** es la mitad del módulo del vector resultante del producto vectorial de los vectores **AB** y **AP**

$$r \equiv \begin{cases} x = 1-\lambda \\ y = 0 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2,0,3)-(2,0,1) = (0,0,2) \\ \overrightarrow{AP} = (1-\lambda,0,2)-(2,0,1) = (-1-\lambda,0,1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AP} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 2 \\ -1-\lambda & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AP} = 2\cdot(-1-\lambda)\vec{j} \Rightarrow \left|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AP}\right| = \sqrt{2^2\cdot(-1-\lambda)^2} = 2\sqrt{(1+\lambda)^2} = 2\cdot(1+\lambda) \Rightarrow A_{ABP} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AP}\right|$$

$$\begin{cases} A_{ABP} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AP}\right| = \frac{2\cdot(1+\lambda)}{2} = 1+\lambda \\ A_{ABP} = 2 \end{cases} \Rightarrow 1+\lambda = 2 \Rightarrow \lambda = 1 \Rightarrow P\begin{cases} x = 1-1 \\ y = 0 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow P = (0,0,2)$$

3.- Sea la función $f(x) = |x| = \begin{cases} x & \text{si} \quad x \geq 0 \\ -x & \text{si} \quad x < 0 \end{cases}$

(a) Estudie la continuidad y derivabilidad de f(x). **(1 punto)**
(b) Estudie la monotonía (crecimiento y decrecimiento) de f(x) y justifique si en el punto **x = 0** la función f(x) tiene un mínimo relativo. **(1 punto)**
(c) Dibuje el recinto plano limitado entre las funciones f(x) = $|x|$ y g(x) = 2 - x² y calcule su área. (1,5 puntos)

a)

$$\begin{cases} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = 0 \\ \lim_{x\to 0^-} f(x) = 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^-} f(x) = 0 \Rightarrow Es\ continua\ en\ x = 0$$

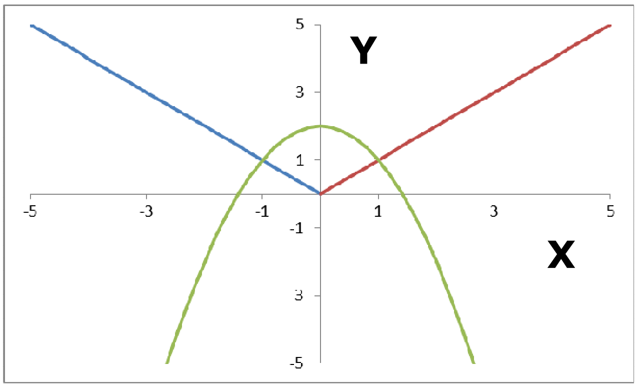
$$f'(x) = \begin{cases} 1 & si & x > 0 \\ -1 & si & x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x\to 0^+} f'(x) = 1 \\ \lim_{x\to 0^-} f'(x) = -1 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x\to 0^+} f(x) = 1 \neq \lim_{x\to 0^-} f(x) = 1 \Rightarrow No\ es\ derivable\ en\ x = 0$$

b)

$$f'(x) = \begin{cases} 1 & si & x > 0 \\ -1 & si & x < 0 \end{cases} \Rightarrow Creciente\ f'(x) > 0 \Rightarrow \begin{cases} Creciente\ \forall x \in \Re / x > 0\ ya\ que\ f'(x) = 1 > 0 \\ Decreciente\ \forall x \in \Re / x > 0\ ya\ que\ f'(x) = 1 > 0 \end{cases}$$

No puede haber mínimo relativo en x = 0 ya que no existe en ese punto derivada, ya que las derivadas laterales son diferentes

c)



Continuar

$$Puntos\ de\ corte\ entre\ \ funciones \Rightarrow \begin{cases} x = 2 - x^2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{-1+3}{2} = 1 \\ x = \dfrac{-1-3}{2} = -2\ no\ sol \end{cases} \\ -x = 2 - x^2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1+3}{2} = 2\ no\ sol \\ x = \dfrac{1-3}{2} = -1 \end{cases} \end{cases}$$

$$A = 2\int_0^1 \left(2 - x^2\right) dx - 2\int_0^1 x\, dx = 4 \cdot [x]_0^1 - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left[x^3\right]_0^1 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[x^2\right]_0^1 = 4 \cdot (1-0) - \frac{2}{3} \cdot \left(1^3 - 0^3\right) - \left(1^2 - 0^2\right)$$

$$A = 4 - \frac{2}{3} - 1 = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}\ u^2$$

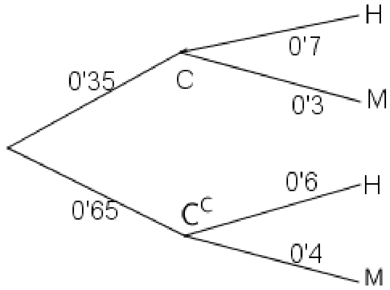
4.- En un centro comercial el 35% de los clientes utiliza carro. El 70% de los que utilizan carro son hombres y el 40% de los no que no utilizan carro son mujeres.
(a) Calcule la probabilidad de que un cliente elegido al azar sea mujer. **(0,75 puntos)**
(b) Sabiendo que un cliente elegido al azar ha sido hombre, que probabilidad hay de que utilice carro. **(0,75 puntos)**

En un centro comercial el 35% de los clientes utiliza carro. El 70% de los que utilizan carro son hombres y el 40% de los no que no utilizan carro son mujeres.
(a)
Calcule la probabilidad de que un cliente elegido al azar sea mujer.

Llamemos C, C^C, H y M, a los sucesos siguientes, "utilizar carro", "no utilizar carro", "ser hombre" y "ser mujer", respectivamente.

Datos del problema: p(C) = 35% = 0'35; p(H/C) = 70% = 0'7 ; p(M/C^C) = 40% = 0'4, ...

Todo esto se ve mejor en el siguiente diagrama de árbol (completamos las probabilidades sabiendo que la suma de las que parten de un mismo nodo vale 1).



Por el teorema de la Probabilidad Total:

Me piden **p(M) =** p(C).p(M/C) + p(C^C).p(M/C^C) = (0'35)·(0'3) + (0'65)·(0'4) **= 73/200 = 0'365**.
(b)
Sabiendo que un cliente elegido al azar ha sido hombre, que probabilidad hay de que utilice carro.

Me piden **p(C/H)**.
Aplicando el teorema de Bayes, tenemos:

$$\mathbf{p(C/H) =} \frac{p(C \cap H)}{p(H)} = \frac{p(C) \cdot p(H/C)}{1 - p(M)} = \frac{(0'35) \cdot (0'7)}{1 - 0'365} \mathbf{= 49/127 \cong 0'38583}.$$

Opción B

1.- Sean las matrices A = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ y B = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Calcule la matriz X tal que X = $A^2 + B^2 - 2AB$. (1 punto)
b) Halle la inversa de la matriz A. (1'5 puntos)

$a)$

$$\begin{cases} A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & 8 \\ -2 & -3 & -1 \end{pmatrix} \\ B^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \\ 2AB = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 4 & 4 & 6 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 8 & 8 & 12 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{cases} \Rightarrow A^2 + B^2 - 2AB =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & 8 \\ -2 & -3 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 8 & 8 & 12 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 8 & 4 & 11 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 8 & 8 & 12 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 0 & -4 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$b)$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \neq 0 \Rightarrow Existe\ A^{-1} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot adj\ A^t \Rightarrow A^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$adj\ A^t = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -\frac{1}{2} & -1 \\ -1 & \frac{1}{2} & 0 \\ -1 & \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

2.- Sean las rectas $r \equiv \frac{x-3}{3} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-2}{4}$ y $s \equiv \begin{cases} x - y - z = 2 \\ 2x + 2y - z = 4 \end{cases}$.

a) Estudie la posición relativa de dichas rectas. (1 punto)
b) Halle la distancia entre ambas rectas. (1'5 puntos)

a)
Estudie la posición relativa de dichas rectas.

Ponemos ambas rectas en paramétricas y de cada una de ellas sacamos un punto y un vector director.

Tenemos $r \equiv \begin{cases} x = 3 + 3\lambda \\ y = 5 - \lambda \\ z = 2 + 4\lambda \end{cases}$. Luego un punto es el A(3, 5, 2) y un vector es **u** = (3, -1, 4).

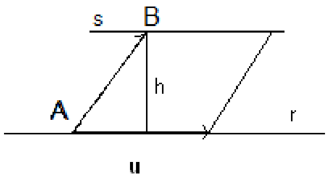
De $s \equiv \begin{cases} x - y - z = 2 \\ 2x + 2y - z = 4 \end{cases}$, tomando $z = \mu$ tenemos $s \equiv \begin{cases} x - y = 2 + \mu \\ 2x + 2y = 4 + \mu \text{ (F2+2·F1)} \end{cases} \approx \begin{cases} x - y = 2 + \mu \\ 4x = 8 + 3\mu \end{cases}$, de donde $x = 2 + (3\mu)/4$. Sustituyendo en la primera tenemos: $(2 + (3\mu)/4) - y = 2 + \mu$, de donde despejando resulta $y = (2 + (3\mu)/4) - (2 + \mu) = 0 - \mu/4$, por tanto $s \equiv \begin{cases} x = 2 + \frac{3}{4}\mu \\ y = 0 - \frac{1}{4}\mu \\ z = 0 + \mu \end{cases}$. Luego un punto es el B(2, 0, 0) y un vector es **v** = (3/4, -1/4, 1).

Observamos que los vectores **u** = (3, -1, 4) y **v** = (3/4, -1/4, 1) son proporcionales, por tanto las rectas "r" y "s" son paralelas.

Formamos el vector **AB** = (2, 0, 0) - (3, 5, 2) = (-1, -5, -2), que observamos no es proporcional al vector **u** = = (3, -1, 4), por tanto **las rectas "r" y "s" son paralelas y distintas**.

b)
Halle la distancia entre ambas rectas.

Como las rectas son paralelas y distintas, calcularemos la distancia entre ellas como el área de un paralelogramo.



El área del paralelogramo determinado por los vectores **u** y **AB** es ||**AB**x**u**|| = base·altura = ||**u**||·h, pero la altura "h" es d(s,r) = d(B;r), luego d(B;r) = (||**AB**x**u**||) / (||**u**||)

De "r" tenemos el punto A(3, 5, 2) y el vector director **u** = (3, -1, 4). De "s" el punto B(2, 0, 0).

AB = (-1, -5, -2), **AB**x**u** = $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & -5 & -2 \\ 3 & -1 & 4 \end{vmatrix}$ = **i**(-20-2) - **j**(-4+6) + **k**(1+15) = (-22, -2, 16).

||**AB**x**u**|| = $\sqrt{22^2 + 2^2 + 16^2} = \sqrt{744}$. ||**u**|| = $\sqrt{3^2 + 1^2 + 4^2} = \sqrt{26}$

La distancia pedida es d(s;r) = d(B;r) = (||**AB**x**u**||) / (||**u**||) = $(\sqrt{744}) / (\sqrt{26})$ **= $\sqrt{372/13}$ u.l.**

3.- Sea la función f(x) = x·ln(x) para x > 0.
(a) ¿Se puede definir f(0) para que f(x) sea continua por la derecha de x = 0? (1 punto)
(b) Estudie los máximos y mínimos relativos de f(x) para x > 0. (0'5 puntos)
(c) Halle, si existe, la recta tangente a f(x) en x = 1. (0'5 puntos)
(d) Calcule una primitiva F(x) de la función f(x) = x·ln(x). (1'5 puntos)

$a)$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} x\ln(x) = \lim_{x\to 0^+} 0\cdot\ln(0) = 0\cdot(-\infty) = \lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(x)}{\frac{1}{x}} = \frac{\ln(0)}{\frac{1}{0}} = \frac{-\infty}{\infty} = \xrightarrow{Aplicando\ L'Hopital} =$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x\to 0^+} \frac{x^2}{-x} = \lim_{x\to 0^+}(-x) = -0 = 0 \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 0 & si \quad x = 0^+ \\ x\ln(x) & si \quad x > 0 \end{cases}$$

$b)$

$$f'(x) = \ln(x) + \frac{1}{x}\,x = \ln(x) + 1 \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow \ln(x) + 1 = 0 \Rightarrow \ln(x) = -1 \Rightarrow x = e^{-1}$$

$$f''(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow f''(e^{-1}) = \frac{1}{e^{-1}} = e > 0 \Rightarrow Mínimo\ relativo \Rightarrow x = e^{-1} = \frac{1}{e} \Rightarrow f(e^{-1}) = e^{-1}\ln(e^{-1}) = \frac{1}{e}\cdot(-1) = -\frac{1}{e}$$

$c)$

$$\begin{cases} f(1) = 1\cdot\ln(1) = 1\cdot 0 = 0 \\ f'(1) = \ln(1) + 1 = 0 + 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow y - 0 = 1\cdot(x-1) \Rightarrow y = x - 1 \Rightarrow x - y - 1 = 0$$

$d)$

$$\int x\ln(x)\,dx = \frac{1}{2}x^2\ln(x) - \int \frac{1}{2}x^2\frac{dx}{x} = \frac{1}{2}x^2\ln(x) - \frac{1}{2}\int x\,dx = \frac{1}{2}x^2\ln(x) - \frac{1}{2}\frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{2}x^2\left[\ln(x) - \frac{1}{2}\right] + K$$

$$\begin{cases} \ln(x) = u \Rightarrow \frac{dx}{x} = du \\ x\,dx = dv \Rightarrow v = \int x\,dx = \frac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

4.- Se estima que en una partida de bombillas el 10% son defectuosas. Si se eligen al azar 6 bombillas de esta partida, calcule:
a) la probabilidad de que ninguna sea defectuosa. (0'5 puntos)
b) la probabilidad de obtener más de 2 defectuosas. (0'5 puntos)
c) la media y la desviación típica de la distribución. (0'5 puntos)

Vemos que nuestra variable X sigue una binomial B(n,p) donde "n" es el nº de veces que se realiza el experimento, en nuestro caso "n = 6", "p" la probabilidad de éxito; en nuestro caso el 10% de las bombillas son defectuosas luego p = 10% = 0'1 y q = 1 – 0'1 = 0'9. Es decir tenemos una B(n,p) = B(6, 0'1)

Sabemos que la probabilidad de obtener k éxitos, que es su función de probabilidad, viene dada por:

$$p(X = k) = (n\ sobre\ k).p^k.q^{(n-k)} = \binom{n}{k}.p^k.q^{(n-k)}.$$

En nuestro caso $p(X = k) = \binom{6}{k}.(0'1)^k.(0'9)^{6-k}$.

a)
la probabilidad de que ninguna sea defectuosa.

Me están pidiendo **p(X = 0) =** $\binom{6}{0}.(0'1)^0.(0'9)^6$ **= 0'531441.**

b)
la probabilidad de obtener más de 2 defectuosas.

Me están pidiendo **p(X > 2) =** {} = 1 – p(X ≤ 2) = 1 – (p(X = 0) + p(X = 1) + p(X = 2)) =
$= 1 - \left(0'531441 + \binom{6}{1}.(0'1)^1.(0'9)^5 + \binom{6}{2}.(0'1)^2.(0'9)^4 \right) = 1 - (0'531441 + 0'354294 + 0'098415) =$

= 1 - 0'98414 **= 0'01585.**

c)
la media y la desviación típica de la distribución.

Sabemos que en una distribución binomial B(n;p), su media, viene dada por $\bar{x}$ = n. p, y su desviación típica, σ , viene dada por σ = √(n·p·q).

Como tenemos la binomial B(n,p) = B(6, 0'1), **su media, es** $\bar{x}$ **=** n·p = 6·0'1 **= 0'6, y su desviación típica σ**, **es σ =** √(n·p·q) **= √(6·0'1·0'9) = 0'73485.**