

## MATEMÁTICAS II

(O alumno/a debe responder só os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1= 2 puntos, exercicio 2= 3 puntos, exercicio 3= 3 puntos, exercicio 4= 2 puntos)

### OPCIÓN A

1. Dada a matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Determina, segundo os valores de  $\lambda$ , o rango da matriz  $AA^t - \lambda I$ , sendo  $A^t$  a matriz trasposta de  $A$  e  $I$  a matriz unidade de orde 2.

b) Determina a matriz  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  que verifica a ecuación matricial  $AA^t X = 6X$ .

2. a) Calcula  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - 3x^2}{e^{x^2} - \cos 2x}$

b) Deséxase construír unha caixa de base cadrada, con tapa e cunha capacidade de  $80 \text{ dm}^3$ . Para a tapa e a superficie lateral quérese utilizar un material que custa  $2\text{€/dm}^2$  e para a base outro que custa  $3\text{€/dm}^2$ . Calcula as dimensións da caixa para que o seu custo sexa mínimo

c) Calcula  $\int_0^1 x \ln(1+x) dx$

3. Dados os planos  $\pi_1: x + y - z + 2 = 0$ ;  $\pi_2: \begin{cases} x = 2 + \lambda + \mu \\ y = \lambda + 3\mu \\ z = -1 - \lambda \end{cases}$

a) Estuda a posición relativa de  $\pi_1$  e  $\pi_2$ . Se se cortan, calcula o ángulo que forman.

b) Sexa  $r$  a recta que pasa polo punto  $P(1,1,1)$  e é perpendicular a  $\pi_1$ . Calcula o punto de corte de  $r$  e  $\pi_1$ .

c) Calcula o punto simétrico do punto  $P(1,1,1)$  respecto do plano  $\pi_1$

4. a) Nun experimento aleatorio, sexan  $A$  e  $B$  dous sucesos con  $P(\bar{A}) = 0,4$ ;  $P(B) = 0,7$ . Se  $A$  e  $B$  son independentes, calcula  $P(A \cup B)$  e  $P(A - B)$ . (Nota:  $\bar{A}$  suceso contrario ou complementario de  $A$ ).

b) Nun grupo de 100 persoas hai 40 homes e 60 mulleres. Elíxense ao azar 4 persoas do grupo, ¿cal é a probabilidade de seleccionar máis mulleres que homes?

### OPCIÓN B

1. a) Discute, segundo os valores do parámetro  $m$ , o sistema de ecuacións:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ x - z = m \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

b) Resólveo, se é posible, cando  $m = 1$ .

2. a) Calcula os valores  $a, b$  para que a función  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & \text{se } x < 3 \\ \ln(x-2) & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$  sexa derivable en  $x = 3$  e determina o punto no que a tanxente á gráfica de  $f(x)$  é paralela á recta  $x + 3y = 0$ .

b) Se  $P(x)$  é un polinomio de terceiro grao, cun punto de inflexión no punto  $(0,5)$  e un extremo relativo no punto  $(1,1)$ , calcula  $\int_0^1 P(x) dx$ .

3. Sexa  $r$  a recta que pasa polos puntos  $P(1,0,5)$  e  $Q(5,2,3)$

a) Calcula a distancia do punto  $A(5, -1,6)$  á recta  $r$ .

b) Calcula a ecuación implícita ou xeral do plano que é perpendicular a  $r$  e pasa polo punto  $A(5, -1,6)$ .

c) Calcula a área do triángulo de vértices os puntos  $P(1,0,5)$ ,  $A(5, -1,6)$  e o punto de corte da recta  $r$  co plano  $\pi: 2x + y - z - 3 = 0$ .

4. Nun estudo realizado nun centro de saúde, observouse que o 30% dos pacientes son fumadores e destes, o 60% son homes. Entre os pacientes que non son fumadores, o 70% son mulleres. Elixido un paciente ao azar,

a) Calcula a probabilidade de que o paciente sexa muller

b) Se o paciente elixido é home, ¿cal é a probabilidade de que sexa fumador?