

MATEMÁTICAS II

(Responde só os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 2 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 3 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

- 1.a) Dada a matriz $M = \begin{pmatrix} m & m+4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, calcula os valores de m para que a matriz inversa de M sexa $\frac{1}{4}M$.
 b) Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, calcula a matriz X que verifica: $B^t \cdot A \cdot X + C^t = X$, sendo B^t e C^t as traspostas de B e C respectivamente.
- 2.a) Calcula: intervalos de crecemento e decrecemento e máximos e mínimos relativos de $f(x) = \frac{x-1}{x^2}$
 b) Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola parábola $y = x^2 - 4x$ e a recta $y = x - 4$. (Para o debuxo da parábola, indica: puntos de corte cos eixes, o vértice e concavidade ou convexidade).
3. a) Determina o valor de λ para que os puntos $A(3,0,-1)$, $B(2,2,-1)$, $C(1,-2,-5)$ e $D(\lambda,6,-1)$ sexan coplanarios e calcula a ecuación implícita ou xeral do plano que os contén.
 b) Determina a posición relativa do plano $\pi: 4x + 2y - 3z - 15 = 0$ e a recta r que pasa polos puntos $P(-4,4,2)$ e $Q(4,8,-4)$. Se se cortan, calcula o punto de corte.
 c) Calcula o punto simétrico do punto $P(-4,4,2)$ respecto do plano $\pi: 4x + 2y - 3z - 15 = 0$.
4. Nas rebaixas duns grandes almacéns están mesturadas e á venda 200 bufandas da marca A, 150 da marca B e 50 da marca C. A probabilidade de que unha bufanda da marca A sexa defectuosa é 0,01; 0,02 se é da marca B e 0,04 se é da marca C. Unha persoa elixe unha bufanda ao azar
 a) Calcula a probabilidade de que a bufanda elixida sexa da marca A ou defectuosa.
 b) Calcula a probabilidade de que a bufanda elixida non sexa defectuosa nin da marca C.
 c) Se a bufanda elixida non é defectuosa, cal é a probabilidade de que sexa da marca B?

OPCIÓN B

1. a) Discute, segundo os valores do parámetro m , o sistema de ecuacións:
$$\begin{cases} 3x - 6y + mz = 0 \\ x - 2y + z = 0 \\ x + y = m \end{cases}$$

 b) Resólveo, se é posible, cando $m = 3$.
2. a) Calcula a e b para que a función $f(x) = \begin{cases} e^{2x} + ax + b & \text{si } x < 0 \\ \frac{1}{2}(x^2 + 2) & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ sexa continua e derivable en $x = 0$.
 b) Calcula os vértices do rectángulo de área máxima que se pode construír, se un dos vértices é o $(0,0)$, outro está sobre o eixe X , outro sobre el eixe Y e o outro sobre a recta $2x + 3y = 8$.
 c) Calcula $\int_0^3 x\sqrt{x+1} dx$.
3. a) Dado o plano $\pi: 2x - y - 2z - 3 = 0$, calcula o valor de a para que a recta r que pasa polos puntos $P(a,a,a)$ e $Q(1,3,0)$ sexa paralela ao plano π .
 b) Para $a = 1$, calcula a distancia de r a π .
 c) Para $a = 1$, calcula a ecuación implícita ou xeral do plano que é perpendicular a π e contén a r .
4. a) Un exame tipo test consta de 10 preguntas, cada unha con 4 respostas das cales só unha é correcta. Se se contesta ao azar, cal é a probabilidade de contestar ben polo menos dúas preguntas?
 b) A duración dun certo tipo de pilas eléctricas é unha variable que segue unha distribución normal de media 50 horas e desviación típica 5 horas. Calcula a probabilidade de que unha pila eléctrica deste tipo, elixida ao azar, dure menos de 42 horas.