PROPUESTA A

1. **(2 puntos)** Sean los puntos **A(1 , -1 , 0)**, **B(2 , 2 , 1)**, **C(1 , -2 , -1)**, **D(0 , -1 , 2)**
(i) Halle una ecuación de la recta que pase por **A** y por **B**.
(ii) ¿Son coplanarios los puntos **A(1 , -1 , 0)**, **B(2 , 2 , 1)**, **C(1 , -2 , -1)**, **D(0 , -1 , 2)**?

a) El vector director de la recta **r** es el **AB**, con uno cualquiera de los puntos quedará definida (tomaremos el punto **A**)

$$\overrightarrow{v_r} = \overrightarrow{AB} = (2\,,2\,,1) - (1\,,-1\,,0) = (1\,,3\,,1) \Rightarrow r \equiv x-1 = \frac{y+1}{3} = z$$

b) Hallaremos el plano π que forman los vectores **AB** y **AC;** que queda definido por esos vectores y **AG**, siendo **G** el punto genérico del plano, y su producto mixto (que es el volumen del paralelepípedo que forman) es nulo.
Después analizaremos si el punto **D** perteneces al plano hallado π, si pertenece son coplanarios y no si no está contenido en el plano

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1\,,3\,,1) \\ \overrightarrow{AC} = (1\,,-2\,,-1) - (1\,,-1\,,0) = (0\,,-1\,,-1) \\ \overrightarrow{AG} = (x\,,y\,,z) - (1\,,-1\,,0) = (x-1\,,y+1\,,z) \end{cases} \Rightarrow \pi \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y+1 & z \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$-3(x-1) - z + (x-1) + (y+1) = 0 \Rightarrow -2(x-1) + (y+1) - z = 0 \Rightarrow \pi \equiv 2x - y + z - 3 = 0$$

$$2\cdot 0 - (-1) + 2 - 3 = 0 \Rightarrow 1 + 2 - 3 = 0 \Rightarrow D \textit{ pertenece al plano}\,\pi$$

Los puntos **A, B, C** y **D** son **coplanarios**

2. (3 puntos) Sea el sistema de ecuaciones lineales: $\begin{cases} cx + 3y - z = -3 \\ x + cy + z = c \\ cx + y + z = 1 \end{cases}$

(i) Discuta el sistema anterior para los distintos valores del parámetro c
(ii) Halle la solución o soluciones cuando el sistema sea compatible

$$|A| = \begin{vmatrix} c & 3 & -1 \\ 1 & c & 1 \\ c & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c & 3 & -1 \\ 1+c & c+3 & 0 \\ 2c & 4 & 0 \end{vmatrix} = (-1)\cdot \begin{vmatrix} 1+c & c+3 \\ 2c & 4 \end{vmatrix} = -\left[4(1+c) - 2c(c+3)\right] = -4 - 4c + 2c^2 + 6c$$

$$|A| = 2c^2 + 2c - 4 = 2(c^2 + c - 2) \Rightarrow Si\ |A| = 0 \Rightarrow 2(c^2 + c - 2) = 0 \Rightarrow c^2 + c - 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Delta = 1^2 - 4\cdot 1\cdot(-2) = 9 \Rightarrow c = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2\cdot 1} \Rightarrow \begin{cases} c = \dfrac{-1+3}{2} = 1 \\ c = \dfrac{-1-3}{2} = -2 \end{cases}$$

$$\forall c \in \Re - \{-2\,,1\} \Rightarrow |A| \neq 0 \Rightarrow rang(A) = 3 = \textit{Número incognitas} \Rightarrow \textit{Sistema Compatible Deter}\min\textit{ado}$$

$$Si\ c = -2$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 3 & -1 & -3 \\ 1 & -2 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 3 & -1 & -3 \\ -1 & 1 & 0 & -5 \\ -4 & 4 & 0 & -2 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 3 & -1 & -3 \\ -1 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 18 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$rang(A) = 2 \neq rang(A/B) = 3 \Rightarrow \textit{Sistema Incompatible}$$

Continuación del Problema 2 de la opción A

$a)$ *Continuación*

Si $c=1$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -1 & -3 \\ 2 & 4 & 0 & -2 \\ 2 & 4 & 0 & -2 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -1 & -3 \\ 2 & 4 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow rang(A) = rang(A/B) = 2 < \text{Número incognitas}$$

Sistema Compatible Indeterminado

$b)$

Si $c=1 \Rightarrow$ *Sistema Compatible Indeterminado*

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -1 & -3 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow x+2y=-1 \Rightarrow x=-1-2y \Rightarrow -1-2y+3y-z=-3 \Rightarrow y-z=-2 \Rightarrow z=y+2$$

Solución $\Rightarrow (x\,,\,y\,,\,z) = (-1-2\lambda\,,\,\lambda\,,\,\lambda+2)$

$\forall c \in \Re - \{-2\,,1\} \Rightarrow$ *Sistema Compatible Determinado*

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -3 & 3 & -1 \\ c & c & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{2\,(c^2+c-2)} = \frac{\begin{vmatrix} -3 & 3 & -1 \\ c-3 & c+3 & 0 \\ -2 & 4 & 0 \end{vmatrix}}{2\,(c-1)(c+2)} = \frac{(-1)\cdot\begin{vmatrix} c-3 & c+3 \\ -2 & 4 \end{vmatrix}}{2\,(c-1)(c+2)} = \frac{(-1)\cdot[4\cdot(c-3)+2\,(c-3)]}{2\,(c-1)(c+2)} = \frac{-4c+12-2c+6}{2\,(c-1)(c+2)}$$

$$x = \frac{-6c+18}{2\,(c-1)(c+2)} = \frac{-6\,(c-3)}{2\,(c-1)(c+2)} = \frac{-3\,(c-3)}{(c-1)(c+2)}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} c & -3 & -1 \\ 1 & c & 1 \\ c & 1 & 1 \end{vmatrix}}{2\,(c-1)(c+2)} = \frac{\begin{vmatrix} c & -3 & -1 \\ c+1 & c-3 & 0 \\ 2c & -2 & 0 \end{vmatrix}}{2\,(c-1)(c+2)} = \frac{(-1)\cdot\begin{vmatrix} c+1 & c-3 \\ 2c & -2 \end{vmatrix}}{2\,(c-1)(c+2)} = \frac{(-1)\cdot[-2\cdot(c+1)+2c\,(c-3)]}{2\,(c-1)(c+2)} =$$

$$y = \frac{(-1)\cdot[-2c-2+2c^2-6c]}{2\,(c-1)(c+2)} = \frac{(-1)\cdot(-2c^2+8c-2)}{2\,(c-1)(c+2)} = \frac{2c^2+8c-2}{2\,(c-1)(c+2)} = \frac{2(c^2+4c-1)}{2\,(c-1)(c+2)} = \frac{c^2+4c-1}{(c-1)(c+2)}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} c & 3 & -3 \\ 1 & c & c \\ c & 1 & 1 \end{vmatrix}}{2\,(c-1)(c+2)} = \frac{c^2+3c^2-3+3c^2-c^2-3}{2\,(c-1)(c+2)} = \frac{6c^2-6}{2\,(c-1)(c+2)} = \frac{6\,(c^2-1)}{2\,(c-1)(c+2)} = \frac{3\,(c-1)(c+1)}{(c-1)(c+2)}$$

$$z = \frac{3\,(c+1)}{(c+2)} \Rightarrow \text{Solución} \Rightarrow (x\,,\,y\,,\,z) = \left(\frac{-3\,(c-3)}{(c-1)(c+2)}\,,\,\frac{c^2+4c-1}{(c-1)(c+2)}\,,\,\frac{3\,(c+1)}{(c+2)}\right)$$

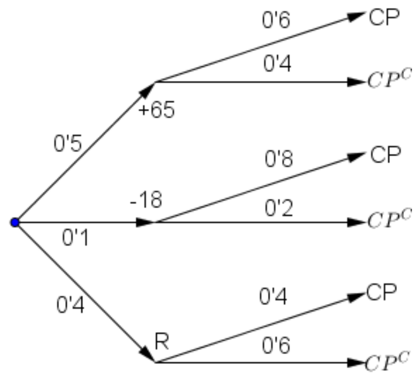
3.- (2 puntos) El 50% de los habitantes de una ciudad tiene más de 65 años y el 10% tiene menos de 18 años. El 60% de los mayores de 65, así como el 80% de los menores de 18 años y el 40% del resto de los habitantes, utilizan el complejo de piscina local
a) Elegido al azar un habitante de la localidad, calcule la probabilidad de que utilice el complejo de piscina local
b) Elegido al azar un habitante de la localidad que no utiliza el complejo de piscina local, halle la probabilidad de que tenga más de 65 años

El 50% de los habitantes de una ciudad tiene más de 65 años y el 10% tiene menos de 18 años. El 60% de los mayores de 65, así como el 80% de los menores de 18 años y el 40% del resto de los habitantes, utilizan el complejo de piscina local
a)
Elegido al azar un habitante de la localidad, calcule la probabilidad de que utilice el complejo de piscina local

Llamemos +65, -18, R, CP y CP^C, a los sucesos siguientes, “tener más de 65 años”, "tener menos de 18 años", "resto de los habitantes", “utilizan el complejo de la piscina” y "no utilizan el complejo de la piscina”, respectivamente.

Datos del problema p(+65) = 50% = 0’5; p(-18) = 10% = 0’1; p(CP/+65) = 60% = 0’6; p(CP/-18) = 80% = 0’8, p(CP/R) = 40% = 0’4 ...

Todo esto se ve mejor en el siguiente diagrama de árbol (completamos las probabilidades sabiendo que la suma de las que parten de un mismo nodo vale 1).



Por el teorema de la Probabilidad Total:
p(utilice el complejo de la piscina) = p(CP) = p(+65).p(CP/+65) + p(-18).p(CP/-18) + p(R).p(CP/R) =
= (0’5)·(0’6) + (0’1)·(0’8) + (0’4)·(0’4) **= 27/50 = 0’54**.
b)
Elegido al azar un habitante de la localidad que no utiliza el complejo de piscina local, halle la probabilidad de que tenga más de 65 años

Aplicando el teorema de Bayes, tenemos:
p(Tenga más de 65 años, sabiendo que no utiliza el complejo de la piscina) = p(+65/CP^C) =

$$= \frac{p\left(+65 \cap CP^C\right)}{p(CP^C)} = \frac{p\left(+65\right).p(CP/+65)}{1 - p(CP)} = \frac{(0'5)\cdot(0'6)}{1 - 0'54} = \mathbf{15/23 \cong 0'6522}.$$

4. **(3 puntos)** Sea la función $f(x)=\left(8-x^2\right)^{\frac{1}{3}}$. Para ella estudie:

(i) El dominio, la continuidad y las asíntotas.
(ii) La derivabilidad, los extremos relativos y la monotonía.
(iii) La curvatura y los puntos de inflexión. Dibuje a grafica de ***f*** destacando los elementos anteriores

i)

$$Dom(f)=\forall x\in\Re \Rightarrow Es\ continua\ para\ \forall x\in\Re$$

$$Asíntotas\ verticales \Rightarrow No\ hay$$

$$Asíntotas\ horizontales$$

$$y=\lim_{x\to\infty}\left(8-x^2\right)^{\frac{1}{3}}=-\infty \Rightarrow No\ hay\ asíntota\ horizontal\ cuando\ x\to\infty$$

$$y=\lim_{x\to-\infty}\left(8-x^2\right)^{\frac{1}{3}}=-\infty \Rightarrow No\ hay\ asíntota\ horizontal\ cuando\ x\to-\infty$$

$$Asíntotas\ oblicuas$$

$$m=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[3]{8-x^2}}{x}=\lim_{x\to\infty}\sqrt[3]{\frac{8-x^2}{x^3}}=\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{\frac{8}{x^3}}-\sqrt[3]{\frac{x^2}{x^3}}\right)=\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{\frac{8}{\infty^3}}-\sqrt[3]{\frac{1}{x}}\right)=\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{0}-\sqrt[3]{\frac{1}{\infty}}\right)=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left(0-\sqrt[3]{0}\right)=0 \Rightarrow No\ hay\ asíntota\ oblicua\ cuando\ x\to\infty$$

$$m=\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt[3]{8-x^2}}{x}=\lim_{x\to-\infty}\sqrt[3]{\frac{8-x^2}{x^3}}=\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{\frac{8}{x^3}}-\sqrt[3]{\frac{x^2}{x^3}}\right)=\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{\frac{8}{(-\infty)^3}}-\sqrt[3]{\frac{1}{x}}\right)=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{0}-\sqrt[3]{\frac{1}{-\infty}}\right)==\lim_{x\to\infty}\left(0-\sqrt[3]{0}\right)=0 \Rightarrow No\ hay\ asíntota\ oblicua\ cuando\ x\to-\infty$$

$b)$

$$f'(x)=\frac{1}{3}\cdot(-2x)\cdot\left(8-x^2\right)^{\frac{1}{3}-1}=-\frac{2x}{3}\cdot\left(8-x^2\right)^{-\frac{2}{3}}=\frac{-2x}{3\sqrt[3]{\left(8-x^2\right)^2}} \Rightarrow 8-x^2=0 \Rightarrow x^2=8 \Rightarrow x=\pm\sqrt{8} \Rightarrow$$

$$Dom(f')=\forall x\in\Re-\left\{-\sqrt{8}\ ,\sqrt{8}\right\} \Rightarrow Creciente \Rightarrow f'(x)>0=-\frac{2x}{3\sqrt[3]{\left(8-x^2\right)^2}} = \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{3}<0 \Rightarrow \forall x\in\Re \\ x>0 \\ \left(8-x^2\right)^2>0 \Rightarrow \forall x\in\Re \end{cases}$$

	$-\infty$ 0	0 ∞
x > 0	**(-)**	**(+)**
$(8 - x^2)^2$	**(+)**	**(+)**
$\frac{2}{3}$ **< 0**	**(-)**	**(-)**
Solución	**(+)**	**(-)**

Creciente $\forall x\in\Re / x<0$ **Decreciente** $\forall x\in\Re / x>0$

Máximo relativo en $x=0 \Rightarrow f(0)=\left(8-0^2\right)^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{8}=2$

Continuación del Problema 4 de la opción A

c)

$$f''(x)=-\frac{2}{3}\left[\left(8-x^2\right)^{-\frac{2}{3}}+\left(-\frac{2}{3}\right)x\left(-2x\right)\left(8-x^2\right)^{-\frac{2}{3}-1}\right]=-\frac{2}{3}\left[\left(8-x^2\right)^{-\frac{2}{3}}+\frac{4}{3}x^2\left(8-x^2\right)^{-\frac{5}{3}}\right]$$

$$f''(x)=-\frac{2}{3}\left[\left(8-x^2\right)^{-\frac{2}{3}}+\frac{4}{3}x^2\left(8-x^2\right)^{-\frac{5}{3}}\right]=-\frac{2}{3}\left(8-x^2\right)^{-\frac{2}{3}}\left[1+\frac{4}{3}x^2\left(8-x^2\right)^{-1}\right]$$

$$f''(x)=-\frac{2}{3}\left(8-x^2\right)^{-\frac{2}{3}}\left[1+\frac{4x^2}{3\left(8-x^2\right)}\right]=-\frac{2}{3}\left(8-x^2\right)^{-\frac{2}{3}}\left[\frac{3\left(8-x^2\right)+4x^2}{3\left(8-x^2\right)}\right]=-\frac{2}{9}\left(8-x^2\right)^{-\frac{2}{3}}\left[\frac{24-3x^2+4x^2}{\left(8-x^2\right)}\right]$$

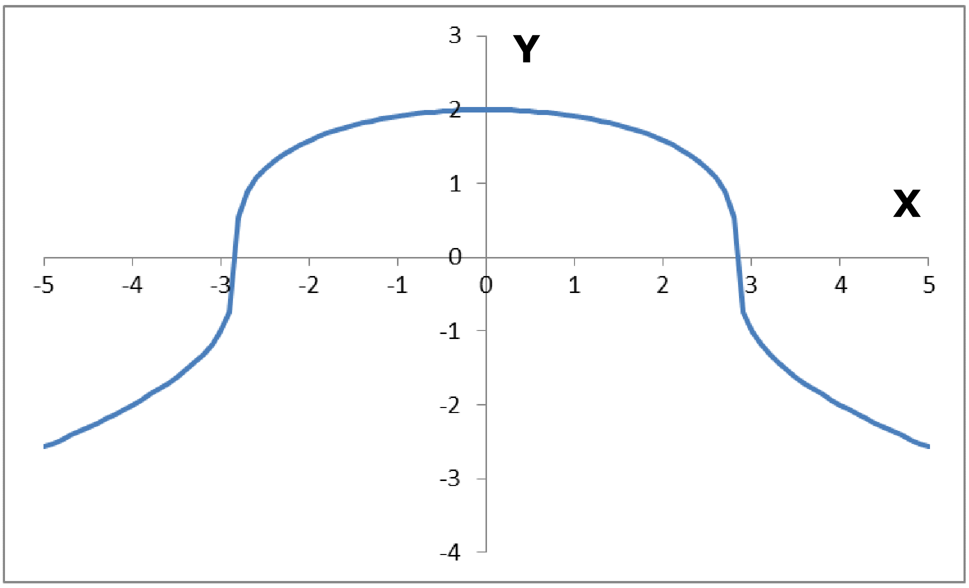
$$f''(x)=-\frac{2}{9}\left(8-x^2\right)^{-\frac{2}{3}}\left(\frac{24+x^2}{8-x^2}\right)=-\frac{2}{9}\left(8-x^2\right)^{-\frac{5}{3}}\left(24+x^2\right)=-\frac{2}{9}\left(8-x\right)^{-\frac{5}{3}}\left(8+x\right)^{-\frac{5}{3}}\left(24+x^2\right)\Rightarrow$$

$$\textit{Cóncava}\Rightarrow-\frac{2}{9}\left(\sqrt{8}-x\right)^{-\frac{5}{3}}\left(\sqrt{8}+x\right)^{-\frac{5}{3}}\left(24+x^2\right)\Rightarrow\begin{cases}-\frac{2}{9}<0\Rightarrow\forall x\in\Re\\ \left(\sqrt{8}-x\right)^{-\frac{5}{3}}>0\Rightarrow\sqrt{8}-x>0\Rightarrow-x>\sqrt{8}\Rightarrow x<\sqrt{8}\\ \left(\sqrt{8}+x\right)^{-\frac{5}{3}}>0\Rightarrow\sqrt{8}+x=0\Rightarrow x=-\sqrt{8}\\ 24+x^2>0\Rightarrow\forall x\in\Re\end{cases}$$

$-\infty$ $-\sqrt{8}$ $\sqrt{8}$ ∞

$-\frac{2}{9}<0$	(-)	(-)	(-)
$x<\sqrt{8}$	(+)	(+)	(-)
$x>-\sqrt{8}$	(-)	(+)	(+)
24 + x²	(+)	(+)	(+)
Solución	(+)	(-)	(+)

Cóncavo $\forall x\in\Re/\left(x<-\sqrt{8}\right)\cup\left(x>\sqrt{8}\right)$ **Convexo** $\forall x\in\Re/-\sqrt{8}<x<\sqrt{8}$



PROPUESTA B

1. **(2 puntos)** Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}3&5\\1&2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix}$

(i) Halle, si existe, $\mathbf{A^{-1}}$.
(ii) Determine, si existe, la solución **X** de la ecuación matricial $\mathbf{A = AXA^{-1} + B}$

i) Una matriz tiene inversa cuando su determinante no es nulo

$$|A|=\begin{vmatrix}3&5\\1&2\end{vmatrix}=6-5=1\neq 0\Rightarrow Existe\ A^{-1}\Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{|A|}\cdot adj\ A^t\Rightarrow A^t=\begin{pmatrix}3&1\\5&2\end{pmatrix}\Rightarrow adj\ A^t=\begin{pmatrix}2&-5\\-1&3\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$A^{-1}=\frac{1}{1}\cdot\begin{pmatrix}2&-5\\-1&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&-5\\-1&3\end{pmatrix}$$

$ii)$

$$AXA^{-1}=B-A\Rightarrow A^{-1}AXA^{-1}=A^{-1}(B-A)\Rightarrow IXA^{-1}=A^{-1}(B-A)\Rightarrow XA^{-1}A=A^{-1}(B-A)A\Rightarrow$$

$$XI=A^{-1}(B-A)A\Rightarrow X=A^{-1}(B-A)A$$

$$X=\begin{pmatrix}2&-5\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\left[\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3&5\\1&2\end{pmatrix}\right]\cdot\begin{pmatrix}3&5\\1&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&-5\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-2&-4\\1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3&5\\1&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-9&-8\\5&4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3&5\\1&2\end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}-35&-61\\19&33\end{pmatrix}$$

2. **(3 puntos)** Dado los vectores $\vec{u}=(2,-3,5), \vec{v}=(1,2,-2), \vec{w}=(2k,-1,k)$,

(i) Calcula el valor de **k** para que los vectores sean linealmente dependientes
(ii) Comprueba que para **k = 2** los vectores forma una base del espacio euclídeo tridimensional
(iii) Halla las coordenadas del vector $\vec{a}=(15,-11,18)$ respecto a la base del apartado anterior

i) El determinante de la matriz que forman es nula

$$\begin{vmatrix}2&-3&5\\1&2&-2\\2k&-1&k\end{vmatrix}=0\Rightarrow 4k+12k-5-20k-4+3k=0\Rightarrow -9-k=0\Rightarrow k=-9$$

ii) El determinante de la matriz que forman no puede ser nula

$$\begin{vmatrix}2&-3&5\\1&2&-2\\4&-1&2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}0&-7&9\\1&2&-2\\0&-9&10\end{vmatrix}=(-1)\cdot\begin{vmatrix}-7&9\\-9&10\end{vmatrix}=-(-70+81)=-11\neq 0$$

iii) Sean **x**, **y** , **z** las coordenadas del vector $\vec{a}$ respecto a la base del espacio euclídeo tridimensional

$$(15,-11,18)=(2,-3,5)x+(1,2,-2)y+(4,-1,2)z\Rightarrow\begin{cases}2x+y+4z=15\\-3x+2y-z=-11\\5x-2y+2z=18\end{cases}$$

Continuación del Problema 2 de la opción B

iii) Continuación

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 4 & 15 \\ -3 & 2 & -1 & -11 \\ 5 & -2 & 2 & 18 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 4 & 15 \\ -7 & 0 & -9 & -41 \\ 9 & 0 & 10 & 48 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 4 & 15 \\ -7 & 0 & -9 & -41 \\ 63 & 0 & 70 & 336 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 4 & 15 \\ -7 & 0 & -9 & -41 \\ 0 & 0 & -11 & -33 \end{array}\right) \Rightarrow -11z = -33 \Rightarrow$$

$$z = 3 \Rightarrow -7x - 27 = -41 \Rightarrow -7x = -14 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow 4 + y + 12 = 15 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow$$

$$Solución \Rightarrow (x\,,\,y\,,\,z) = (2\,,\,-1\,,\,3)$$

3.- (2 puntos) El 50% de los habitantes de una ciudad tiene más de 65 años y el 10% tiene menos de 18 años. El 60% de los mayores de 65, así como el 80% de los menores de 18 años y el 40% del resto de los habitantes, utilizan el complejo de piscina local

a) Elegido al azar un habitante de la localidad, calcule la probabilidad de que utilice el complejo de piscina local

b) Elegido al azar un habitante de la localidad que no utiliza el complejo de piscina local, halle la probabilidad de que tenga más de 65 años

Resuelto como Problema 3 de la Propuesta A

4.- (3 puntos) Sea la función $f(x) = (8 - x^2)^{\frac{1}{3}}$. Para ella estudie:

(i) El dominio, la continuidad y las asíntotas.

(ii) La derivabilidad, los extremos relativos y la monotonía.

(iii) La curvatura y los puntos de inflexión. Dibuje a grafica de ***f*** destacando los elementos anteriores

Resuelto como Problema 4 de la Propuesta A