

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD  
**Junio 2011**  
**MATEMÁTICAS II. CÓDIGO 158**

**OBSERVACIONES IMPORTANTES:** El alumno deberá responder a todas las cuestiones de una de las opciones A o B. No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas.

**OPCIÓN A:**

**CUESTIÓN A.1:** Demuestre, sin utilizar la regla de Sarrus y sin desarrollar directamente por una fila y/o columna, que

$$\begin{vmatrix} x & x+1 & x+2 \\ x & x+3 & x+4 \\ x & x+5 & x+6 \end{vmatrix} = 0.$$

Indique en cada paso qué propiedad (o propiedades) de los determinantes se está utilizando. **[2.5 puntos]**

**CUESTIÓN A.2:** Determine el plano que contiene a la recta

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y - 5z = -2 \\ 4x - 3y - 2z = -1 \end{array} \right\}$$

y es paralelo a la recta

$$\frac{x-5}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-17}{-1}.$$

**[2.5 puntos]**

**CUESTIÓN A.3:** Dada la función  $f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ , se pide:

- Estudiar si existen asíntotas verticales y calcular los límites laterales en caso de que las haya. **[1.25 puntos]**
- Estudiar si existen asíntotas horizontales y calcularlas en caso de que las haya. **[1.25 puntos]**

**CUESTIÓN A.4:**

- Calcule la integral indefinida  $\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} dx$  utilizando el método de cambio de variable (o método de sustitución). **[1 punto]**
- Calcule la integral definida  $\int_0^1 \ln(1+x^2) dx$ , donde  $\ln$  denota la función logaritmo neperiano, utilizando el método de integración por partes. **[1.5 puntos]**

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD  
**Junio 2011**  
**MATEMÁTICAS II. CÓDIGO 158**

**OBSERVACIONES IMPORTANTES:** El alumno deberá responder a todas las cuestiones de una de las opciones A o B. No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas.

**OPCIÓN B:**

**CUESTIÓN B.1:** Discuta, en función de los parámetros  $a$  y  $b$ , el siguiente sistema de ecuaciones. **No hay que resolverlo. [2.5 puntos]**

$$\left. \begin{array}{l} x + ay + 2z = 3 \\ x - 3y - z = -1 \\ -x + 8y + 4z = b \end{array} \right\}$$

**CUESTIÓN B.2:** Se llama *mediana* de un triángulo a cada una de las rectas que pasan por el vértice de un triángulo y por el punto medio del lado opuesto a dicho vértice.

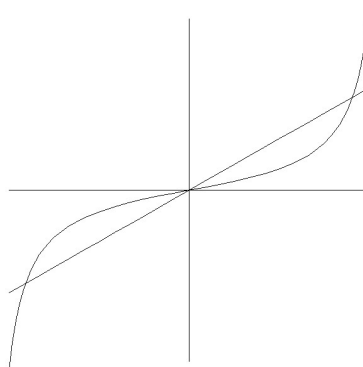
- Calcule las tres medianas del triángulo de vértices  $A = (5, -1, 4)$ ,  $B = (-1, 7, 6)$  y  $C = (5, 3, 2)$ . **[1.25 puntos]**
- Compruebe que las tres medianas se cortan en un punto (llamado *baricentro*) y calcule las coordenadas de dicho punto. **[1.25 puntos]**

**CUESTIÓN B.3:** Las manecillas de un reloj miden 4 y 6 cm; uniendo sus extremos se forma un triángulo.

- Demuestre que el área de dicho triángulo viene dada por la función  $A(x) = 12 \operatorname{sen}(x)$ , donde  $x$  denota el ángulo formado por las manecillas del reloj. **[1.25 puntos]**
- Determine el ángulo que deben formar las manecillas del reloj para que el área de dicho triángulo sea máxima ¿Cuál es el valor de dicha área máxima? **Se puede utilizar el apartado a) aunque no se haya demostrado. [1.25 puntos]**

**CUESTIÓN B.4:**

- Dada la función  $f(x) = \frac{3x}{1-x^2}$  definida para los valores  $-1 < x < 1$ , determine los puntos de corte de la recta  $y = 4x$  con la gráfica de  $f$ . **[0.75 puntos]**
- Calcule el área del recinto limitado por la recta  $y = 4x$  y la gráfica de  $f$ . **[1.75 puntos]**





## PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA ALUMNOS DE BACHILLERATO LOE

Junio 2011

## MATEMATICAS II. CÓDIGO

## CRITERIOS DE VALORACIÓN

**OBSERVACIONES GENERALES:**

El corrector deberá ajustarse a los criterios de evaluación establecidos en este documento y en la reunión correspondiente.

En ningún caso se podrá puntuar por encima de la valoración indicada en cada apartado. Se procurará que, en lo posible, los errores en un apartado no afecten a otros apartados.

Los errores simples de cálculo restarán 0.25 puntos. Los errores importantes de cálculo o errores simples reiterados pueden conllevar puntuación 0 en ese apartado. Si un error simple ha llevado a un problema más sencillo se disminuirá la puntuación.

Las preguntas contestadas correctamente sin incluir el desarrollo necesario para llegar a su resolución serán valoradas con 0 puntos.

Se valorará el correcto uso del vocabulario y de la notación. El alumno puede elegir el método que considere más oportuno para la resolución de una cuestión pero, si esto demuestra la falta de comprensión de conocimientos básicos, la puntuación final puede ser menor que la indicada para dicha cuestión.

**OBSERVACIONES PARTICULARES:****OPCIÓN A****CUESTIÓN A.1: [2.5 puntos]**

Resolución correcta utilizando la regla de Sarrus o desarrollando directamente por una fila y/o columna **[0 puntos]**. Resolución correcta utilizando las propiedades elementales de los determinantes e indicando en cada paso qué propiedad se ha utilizado **[2.5 puntos]**.

**CUESTIÓN A.2: [2.5 puntos]**

Se puede resolver indistintamente calculando la ecuación vectorial, la ecuación paramétrica o la ecuación implícita del plano.

Si se ha elegido calcular la **ecuación vectorial** o la **ecuación paramétrica** del plano, el alumno deberá determinar un punto de la primera recta (que será también un punto del plano), el vector director de la primera recta (que será también vector del plano) y el vector director de la segunda recta (que será también vector del plano). Resolución correcta y justificada siguiendo este razonamiento **[2.5 puntos]**.

Si se ha elegido calcular la **ecuación implícita** del plano, la manera más natural de resolver el ejercicio es utilizando el haz de planos determinado por la primera recta e imponiendo la condición de que el vector perpendicular al plano sea perpendicular al vector director de la segunda recta.

Resolución correcta y justificada siguiendo este razonamiento **[2.5 puntos]**. Otra manera sería escribir el plano a determinar en la forma  $Ax+By+Cz=D$  e imponer las condiciones del ejercicio (que contenga a la primera recta y que sea paralelo a la segunda recta) para encontrar el valor de los coeficientes A, B, C y D. Resolución correcta y justificada siguiendo este razonamiento **[2.5 puntos]**.

### **CUESTIÓN A.3: [2.5 puntos]**

a) Decir que hay una asíntota vertical en  $x=0$  **[0.25 puntos]**. Cálculo correcto y justificado del límite por la izquierda en  $x=0$  **[0.5 puntos]**. Cálculo correcto y justificado del límite por la derecha en  $x=0$  **[0.5 puntos]**.

b) Cálculo correcto y justificado del límite cuando  $x$  tiende a  $+\infty$  y decir que hay una asíntota horizontal en  $y=1$  cuando  $x$  tiende a  $+\infty$  **[0.75 puntos]**. Cálculo correcto y justificado del límite cuando  $x$  tiende a  $-\infty$  y decir que hay una asíntota horizontal en  $y=-1$  cuando  $x$  tiende a  $-\infty$  **[0.5 puntos]**.

### **CUESTIÓN A.4: [2.5 puntos]**

a) Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida **[1 punto]**.

b) Cálculo correcto y justificado de la integral definida **[1.5 puntos]**.

## **OPCIÓN B**

### **CUESTIÓN B.1: [2.5 puntos]**

Determinante de A y cálculo correcto del valor del parámetro a ( $a=2$ ) **[0.5 puntos]**. Justificación de Sistema Compatible Determinado cuando a es distinto de 2 (rango de A = 3) **[0.5 puntos]**. En el caso en que  $a=2$ , determinación del valor del parámetro b ( $b=5$ ) para que el rango de la matriz ampliada siga siendo 2 **[0.5 puntos]**. Justificación de Sistema Compatible Indeterminado cuando  $a=2$  y  $b=5$  **[0.5 puntos]**. Justificación de Sistema Incompatible cuando  $a=2$  y b es distinto de 5 **[0.5 puntos]**.

### **CUESTIÓN B.2: [2.5 puntos]**

a) Cálculo de los puntos medios de cada lado **[0.2 puntos]**. Cálculo de las medianas **[1.05]**.

b) Comprobación correcta y justificada de que las tres medianas se cortan en un punto y cálculo de dicho punto **[1.25 puntos]**

### **CUESTIÓN B.3: [2.5 puntos]**

a) Demostración correcta y justificada de la fórmula **[1.25 puntos]**.

b) Cálculo de la derivada **[0.25 puntos]**. Cálculo del punto crítico y candidato a extremo **[0.5 puntos]**. Comprobación mediante la derivada segunda que es un punto de máximo **[0.25 puntos]**. Cálculo del valor máximo del área **[0.25 puntos]**.

### **CUESTIÓN B.4: [2.5 puntos]**

a) Determinación correcta y justificada de los tres puntos de corte **[0.75 puntos]**.

b) Determinación de las integrales a calcular (identificando en cada uno de los dos subintervalos qué función va por encima y cuál va por debajo) **[0.25 puntos]**. Calcular las integrales indefinidas **[1 punto]**. Aplicar Barrow **[0.5 puntos]**

## CORRESPONDENCIA CON EL PROGRAMA OFICIAL

Programa BORM, 10 de septiembre de 2008, páginas 28109-28110.

### OPCIÓN A

**CUESTIÓN A.1:** Álgebra lineal (Bloque 1). Propiedades elementales de los determinantes.

**CUESTIÓN A.2:** Geometría (Bloque 2). Ecuaciones de rectas y planos en el espacio. Resolución de problemas de posiciones relativas: incidencia, paralelismo y perpendicularidad, entre rectas y planos.

**CUESTIÓN A.3:** Análisis (Bloque 3). Concepto de límite de una función. Cálculo de límites. Continuidad de una función en un punto y en un intervalo. Propiedades elementales. Tipos de discontinuidad.

**CUESTIÓN A.4:** Análisis (Bloque 3). Primitiva de una función. Técnicas elementales para el cálculo de primitivas. Cálculo de integrales definidas. Regla de Barrow.

### OPCIÓN B

**CUESTIÓN B.1:** Álgebra lineal (Bloque 1). Sistemas de ecuaciones lineales. Discusión y resolución de sistemas de ecuaciones lineales, clasificación de los sistemas lineales según sus soluciones. Teorema de Rouché-Fröbenius.

**CUESTIÓN B.2:** Geometría (Bloque 2). Ecuaciones de rectas y planos en el espacio. Resolución de problemas de posiciones relativas: incidencia, paralelismo y perpendicularidad, entre rectas y planos. Resolución de problemas métricos relacionados con el cálculo de ángulos, distancias, áreas y volúmenes.

**CUESTIÓN B.3:** Análisis (Bloque 3). Aplicación de la derivada al estudio de las propiedades locales y la representación gráfica de una función. Problemas de optimización.

**CUESTIÓN B.4:** Análisis (Bloque 3). Primitiva de una función. Técnicas elementales para el cálculo de primitivas. Cálculo de integrales definidas. Regla de Barrow. Aplicación al cálculo de áreas de regiones planas.