

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA EL ALUMNADO DE BACHILLERATO
158 MATEMÁTICAS II. JUNIO 2014

OBSERVACIONES IMPORTANTES: El alumno deberá responder a todas las cuestiones de una de las opciones A o B. No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas.

OPCIÓN A: No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas. Antes bien, se recomienda al alumno que empiece por aquellas cuestiones que le resulten más sencillas.

CUESTIÓN A.1: Sabiendo que $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ 0 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 4$, calcule, sin desarrollar ni utilizar la regla de Sarrus, los siguientes determinantes, indicando en cada paso qué propiedad de los determinantes se está utilizando.

a) [1 punto] $\begin{vmatrix} 3x & 3y & 3z \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}.$

b) [1,5 puntos] $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 3x & 3y+2 & 3z+4 \\ x+2 & y+2 & z+2 \end{vmatrix}.$

CUESTIÓN A.2:

a) [1,25 puntos] Determine para qué valor del parámetro a la recta

$$r: \begin{cases} x+y+z = 1 \\ -x-2y+z = 0 \end{cases}$$

es perpendicular al plano $\pi: -6x+ay+2z=0$.

b) [1,25 puntos] Demuestre que si $a = -8$ la recta r corta al plano π en un punto y calcule dicho punto de corte.

CUESTIÓN A.3: Dada la función $f(x) = \frac{e^x}{x}$, se pide:

- [0,5 puntos] Dominio de definición y cortes con los ejes.
- [0,75 puntos] Estudio de las asíntotas (verticales, horizontales y oblicuas).
- [0,75 puntos] Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Extremos (máximos y mínimos).
- [0,5 puntos] Representación gráfica aproximada.

CUESTIÓN A.4:

- [2 puntos] Calcule la integral indefinida $\int \operatorname{tg} x \, dx$.
- [0,5 puntos] De todas las primitivas de la función $f(x) = \operatorname{tg} x$, encuentre la que pasa por el punto de coordenadas $(0, 2)$.

OPCIÓN B: No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas. Antes bien, se recomienda al alumno que empiece por aquellas cuestiones que le resulten más sencillas.

CUESTIÓN B.1:

- a) **[1,5 puntos]** Discuta el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a :

$$\left. \begin{array}{l} ax + 3y + z = a \\ x + ay + az = 1 \\ x + y - z = 1 \end{array} \right\}.$$

- b) **[1 punto]** Si es posible, resuélvalo para el valor de $a = -1$.

CUESTIÓN B.2: Dos de los tres vértices de un triángulo son los puntos $A = (1, 1, 1)$ y $B = (1, 1, 3)$. El tercer vértice C está en la recta r que pasa por los puntos $P = (-1, 0, 2)$ y $Q = (0, 0, 2)$.

- a) **[0,75 puntos]** Determine la ecuación de la recta r .
- b) **[1,75 puntos]** Calcule las coordenadas del vértice C para que el área del triángulo sea $\sqrt{15}$ unidades cuadradas.

Observación: Hay dos soluciones distintas; basta con calcular una de ellas.

CUESTIÓN B.3: Dada la función $f(x) = x \ln x - x$, se pide:

- a) **[1,25 puntos]** Determine el punto de la gráfica de f para el cual la recta tangente es paralela a la bisectriz del primer cuadrante. Calcule la ecuación de dicha recta.
- b) **[1,25 puntos]** Determine el punto de la gráfica de f para el cual la recta tangente es paralela al eje OX . Calcule la ecuación de dicha recta.

CUESTIÓN B.4:

- a) **[1,5 puntos]** Encuentre una primitiva de la función $f(x) = x \cos x$.
- b) **[1 punto]** Calcule el área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x) = x \cos x$ y el eje de abscisas entre $x = 0$ y $x = \pi$.