PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA ALUMNOS DE BACHILLERATO LOE

Junio 2014

MATEMÁTICAS II. CÓDIGO 158

OBSERVACIONES IMPORTANTES: El alumno deberá responder a todas las cuestiones de una de las opciones A o B. No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas.

OPCIÓN A: No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas. Antes bien, se recomienda al alumno que empiece por aquellas cuestiones que le resulten más sencillas.

CUESTIÓN A.1: Sabiendo que $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ 0 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 4$, calcule, sin desarrollar ni utilizar la regla de Sarrus, los siguientes determinantes, indicando en cada paso qué propiedad de los determinantes se está utilizando.

a) $\begin{vmatrix} 3x & 3y & 3z \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ **[1 punto]** b) $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 3x & 3y+2 & 3z+4 \\ x+2 & y+2 & z+2 \end{vmatrix}$ **[1,5 puntos]**

CUESTIÓN A.2:

a) **[1,25 puntos]** Determine para qué valor del parámetro a la recta $r: \begin{cases} x+y+z=1 \\ -x-2y+z=0 \end{cases}$ es perpendicular al plano $\pi: -6x+ay+2z=0$.

b) **[1,25 puntos]** Demuestre que si a = −8 la recta r corta al plano p en un punto y calcule dicho punto de corte.

CUESTIÓN A.3: Dada la función $f(x)=\dfrac{e^x}{x}$, se pide:

a) **[0,5 puntos]** Dominio de definición y cortes con los ejes.
b) **[0,75 puntos]** Estudio de las asíntotas (verticales, horizontales y oblicuas).
c) **[0,75 puntos]** Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Extremos (máximos y mínimos).
d) **[0,5 puntos]** Representación gráfica aproximada.

CUESTIÓN A.4:

a) **[2 puntos]** Calcule la integral indefinida $\int tgx\, dx$

b) **[0,5 puntos]** De todas las primitivas de la función $f(x)=tgx$, encuentre la que pasa por el punto de coordenadas (0,2).

OPCIÓN B: No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas. Antes bien, se recomienda al alumno que empiece por aquellas cuestiones que le resulten más sencillas.

CUESTIÓN B.1:

a) **[1,5 puntos]** Discuta el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a:

$$\begin{cases} ax+3y+z=a \\ x+ay+az=1 \\ x+y-z=1 \end{cases}$$

b) **[1 punto]** Si es posible, resuélvalo para el valor de a = −1.

CUESTIÓN B.2: Dos de los tres vértices de un triángulo son los puntos A = (1,1,1) y B = (1,1,3). El tercer vértice C está en la recta r que pasa por los puntos P = (−1,0,2) y Q = (0,0,2).

a) **[0,75 puntos]** Determine la ecuación de la recta r.

b) **[1,75 puntos]** Calcule las coordenadas del vértice C para que el área del triángulo sea $\sqrt{15}$ unidades cuadradas.

Observación: Hay dos soluciones distintas; basta con calcular una de ellas.

CUESTIÓN B.3: Dada la función $f(x)=x\cdot lnx-x$, se pide:

a) **[1,25 puntos]** Determine el punto de la gráfica de f para el cual la recta tangente es paralela a la bisectriz del primer cuadrante. Calcule la ecuación de dicha recta.

b) **[1,25 puntos]** Determine el punto de la gráfica de f para el cual la recta tangente es paralela al eje OX. Calcule la ecuación de dicha recta.

CUESTIÓN B.4:

a) **[1,5 puntos]** Encuentre una primitiva de la función $f(x)=xcosx$.

b) **[1 punto]** Calcule el área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x)=xcosx$ y el eje de abscisas entre $x=0$ y $x=\pi$.

SOLUCIONES –Mi agradecimiento a Juan Carlos Alonso Gianonatti

OPCIÓN A

CUESTIÓN A.1

a)
$\begin{vmatrix} 3x & 3y & 3z \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} =$ Si se multiplica un determinante por un número real, queda multiplicado por dicho número cualquier línea (fila o columna), pero sólo una. $= 3 \cdot (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} =$ Si un determinante se cambian entre sí dos líneas paralelas su determinante cambia de signo.
$= (-3) \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} =$ Si se multiplica un determinante por un número real, queda multiplicado por dicho número cualquier línea (fila o columna), pero sólo una $= (-3) \cdot \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ 0 & 2 & 4 \end{vmatrix} = \frac{-3}{2} \cdot 4 = \frac{-12}{2} = \boxed{-6}$

b) $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 3x & 3y+2 & 3z+4 \\ x+2 & y+2 & z+2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & y & z \\ 3x & 3y+2 & 3z+4 \\ x & y & z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & y & z \\ 3x & 3y+2 & 3z+4 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$ Si todos los elementos de una fila o columna están formados por dos sumandos, dicho determinante se descompone en la suma de dos determinantes $= 0 + \begin{vmatrix} x & y & z \\ 3x & 3y+2 & 3z+4 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$ Si hay dos líneas iguales el determinante es nulo los
$= \begin{vmatrix} x & y & z \\ 3x & 3y & 3z \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & y & z \\ 0 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$ Si todos los elementos de una fila o columna están formados por dos sumandos, dicho determinante se descompone en la suma de dos determinantes
$= 3 \cdot \begin{vmatrix} x & y & z \\ x & y & z \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} x & y & z \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$ Si se multiplica un determinante por un número real, queda multiplicado por dicho número cualquier línea (fila o columna), pero sólo una
$= 3 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) \cdot \begin{vmatrix} 0 & 2 & 4 \\ x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 + (-2) \cdot (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ 0 & 2 & 4 \end{vmatrix} = \boxed{+8}$ He intercambiado fila 1ª y 2ª y despues 1ª y 3ª, lo que implica dos cambios de signo que van apareciendo.

CUESTIÓN A.2

a) Para que una recta sea perpendicular al plano el vector director de la recta y el vector normal del plano deben ser iguales o proporcionales.

El vector normal del plano $\pi : -6x + ay + 2z = 0$ es $n_\pi = (-6, a, 2)$ y el vector director de la recta $r : \begin{cases} x + y + z = 1 \\ -x - 2y + z = 0 \end{cases}$ es el producto vectorial de los vectores normales a los dos planos que definen la recta $v_r = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k} - (-\vec{k} + \vec{j} - 2\vec{i}) = 3\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k} = (3, -2, -1)$

$$\left.\begin{array}{l} n_\pi = (-6, a, 2) \\ v_r = (3, -2, -1) \end{array}\right\} \to \frac{-6}{3} = \frac{a}{-2} = \frac{2}{-1} \to \begin{cases} \frac{-6}{3} = \frac{a}{-2} \to a = \frac{12}{3} = 4 \\ \frac{a}{-2} = \frac{2}{-1} \to a = \frac{-4}{-1} = 4 \end{cases} \to \boxed{a = 4}$$

b) Para que se corte en un punto la solución del sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ -x - 2y + z = 0 \\ -6x - 8y + 2z = 0 \end{cases}$ formado por los planos que definen la recta y el plano π debe tener una única solución. Y por lo tanto el determinante de la matriz de los coeficientes debe ser no nulo:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -6 & -8 & 2 \end{vmatrix} = -4 - 6 + 8 - (12 - 2 - 8) = -2 - 2 = -4 \neq 0$$ Luego se cortan en un punto.

Para averiguarlo resuelvo el sistema:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & -8 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -6 & -8 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{-4 + 8}{-4} = -1$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -6 & 0 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -6 & -8 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{-6 + 2}{-4} = 1$$

$$z=\frac{\begin{vmatrix}1&1&1\\-1&-2&0\\-6&-8&0\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1&1&1\\-1&-2&1\\-6&-8&2\end{vmatrix}}=\frac{8-12}{-4}=1$$ El punto de corte es $\boxed{\mathbf{P(-1,\,1,\,1)}}$

CUESTIÓN A.3

a) Dominio de definición y puntos de corte de $f(x)=\frac{e^x}{x}$

<u>Dominio de f(x):</u> El único problema es para $x=0\to f(0)=\frac{e^0}{0}=\frac{1}{0}=No\ existe$ Luego

$Dom(f)=\mathbb{R}-\{0\}$

<u>Puntos de corte:</u>

1º Con eje de ordenadas $x=0$

$\to$ No existe f(0), luego no hay punto de corte con eje de ordenadas

2º Con eje de abcisas y=0

$\to 0=\frac{e^x}{x}\to e^x=0\to$ No existe ningun valor de x cumpliendo esa igualdad

No hay punto de corte con eje de abcisas

No hay puntos de corte con los ejes

b) Asíntotas

<u>Vertical (x=a)</u>

Es $\boxed{x=0}$, ya que $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x}{x}=\frac{e^0}{0}=\frac{1}{0}=\begin{cases}x\to 0^+ \text{ entonces } \frac{e^x}{x} \text{ tiende a } +\infty\\ x\to 0^- \text{entonces } \frac{e^x}{x} \text{ tiende a } -\infty\end{cases}$

<u>Horizontales (y=b)</u>

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=\to \text{Aplicando la regla de L'Hopital}\to=\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{1}=\frac{+\infty}{1}=+\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{e^x}{x}=\to \text{Aplicando la regla de L'Hopital}\to=\lim_{x\to-\infty}\frac{e^x}{1}=\frac{0}{1}=0$$

Luego la asíntota horizontal es $\boxed{\mathbf{y=0}}$.

<u>Oblicuas (y=mx+n)</u>

Para x→+∞

$$m=\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{e^x}{x}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^2}=(L'Hopital)=\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{2x}=(L'Hopital)=\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{2}=+\infty$$ Luego no hay asíntota oblicua

Y para x→-∞ hay asíntota horizontal luego no puede haber oblicua.

c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Extremos (máximos y mínimos).

Empecemos calculando la función derivada: $f'(x)=\dfrac{e^x\cdot x-1\cdot e^x}{x^2}=\dfrac{e^x\cdot(x-1)}{x^2}$

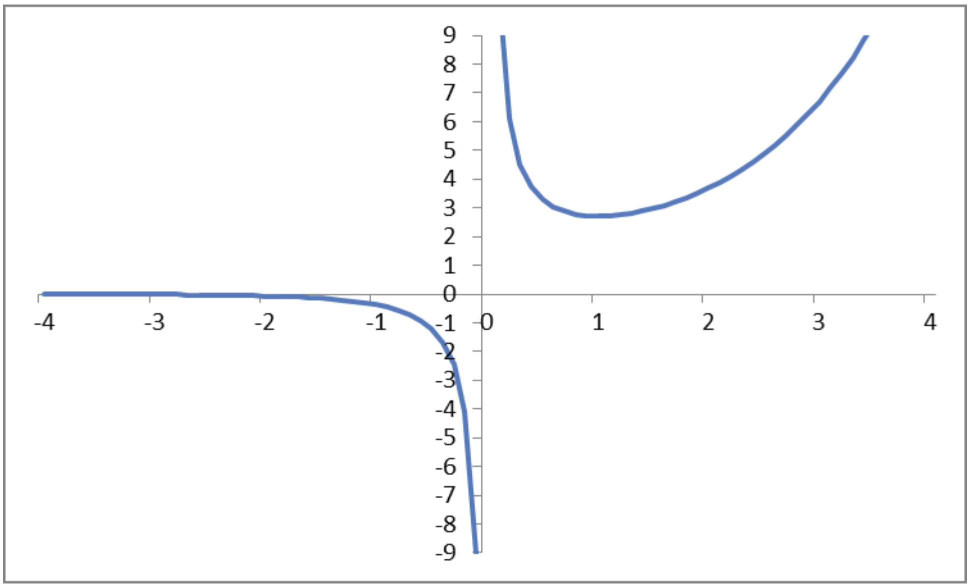
Igualando la derivada a 0 para averiguar donde hay cambios de signo, se obtiene x=1

x<1, por ejemplo x=-1	x>1, por ejemplo x=2
$f'(-1)=\dfrac{e^{-1}\cdot(-1-1)}{1}=\dfrac{-2\cdot e^{-1}}{4}=negativo$	$f'(2)=\dfrac{e^2\cdot(2-1)}{4}=\dfrac{e^2}{4}=positivo$

Luego la función $f(x)=\dfrac{e^x}{x}$ es decreciente en el intervalo (-∞, 0)∪(0,1) y creciente en el intervalo (1, +∞)

Con los datos anteriores podemos asegurar que la función presenta un mínimo en el punto de coordenadas $x=1$ e $y=f(1)=\dfrac{e^1}{1}=e$. Mínimo en (1, e)

d)



CUESTIÓN A.4

a)

$$\int tgx\,dx=\int\frac{senx}{\cos x}dx=\left\{\begin{array}{l}\text{Cambio de variable}\\ \text{cosx=t}\rightarrow\text{-senxdx=dt}\\ \text{dx=}\dfrac{dt}{-senx}\end{array}\right\}=\int\frac{\cancel{senx}}{t}\frac{dt}{-\cancel{senx}}=$$

$$=\int\frac{1}{t}\frac{dt}{-1}=-\int\frac{1}{t}dt=-\ln|t|=-\ln|\cos x|+C$$

b) De todas las primitivas obtenidas $F(x)=\int tgx\,dx=-\ln|\cos x|+C$ la única que pasa por (0, 2) es la que cumple $F(0)=2\rightarrow-\ln|\cos 0|+C=2\rightarrow-\ln|1|+C=2\rightarrow 0+C=2\rightarrow\boxed{C=2}$

La primitiva pedida es $\boxed{F(x)=-\ln|\cos x|+2}$

OPCIÓN B

CUESTIÓN B.1

a) Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} ax+3y+z=a \\ x+ay+az=1 \\ x+y-z=1 \end{cases}$ su matriz de coeficientes es $A=\begin{pmatrix} a & 3 & 1 \\ 1 & a & a \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$,

calculamos su determinante y lo igualamos a cero

$$\begin{vmatrix} a & 3 & 1 \\ 1 & a & a \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -a^2+3a+1-\left(a-3+a^2\right) = -2a^2+2a+4=0 \rightarrow$$

$$\rightarrow a=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-2\pm\sqrt{4-4\cdot(-2)\cdot 4}}{-4}=\frac{-2\pm 6}{-4}=\begin{cases} a=\dfrac{-2+6}{-4}=-1 \\ a=\dfrac{-2-6}{-4}=2 \end{cases}$$

Existen tres casos posibles:

<u>1er caso:</u> <u>$a\neq -1, a\neq 2$</u>

$|A|\neq 0 \rightarrow$ rango de A=3=Número de incógnitas, luego el sistema es $\boxed{\text{Compatible Determinado}}$

<u>2º caso: a=-1</u>

El sistema es el siguiente $\begin{cases} -x+3y+z=-1 \\ x-y-z=1 \\ x+y-z=1 \end{cases}$ y la matriz ampliada es

$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 3 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right)$ Cambio F2 por F2+F1 y F3 por F3+F1, obteniendo una matriz equivalente:

$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \end{array}\right)$ Cambio F3 por F3-2F2 y obtenemos la matriz equivalente

$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$ y podemos afirmar rango de $\begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}=2$ y rango de $\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)=2$

RangoA=Rango Ampliada=2<Nº incognitas, luego el Sistema de ecuaciones es $\boxed{\text{Compatible Indeterminado}}$.

<u>3er caso: a=2</u>

El sistema es el siguiente $\begin{cases} 2x+3y+z=2 \\ x+2y+2z=1 \\ x+y-z=1 \end{cases}$ y la matriz ampliada es

$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right)$ Cambio F2 por 2F2-F1 y F3 por 2F3-F1, obteniendo una matriz equivalente:

$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & 0 \end{array}\right)$ Cambio F3 por F3+F2 y obtenemos la matriz equivalente

$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$ y podemos afirmar rango de $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 2y$ rango de $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) = 2$

RangoA=Rango Ampliada=2<Nº incógnitas, luego el Sistema de ecuaciones es $\boxed{\text{Compatible Indeterminado}}$.

b) Si a=-1 el sistema es el siguiente $\begin{cases} -x+3y+z=-1 \\ x-y-z=1 \\ x+y-z=1 \end{cases}$ que con las transformaciones del apartado anteriror

queda el sistema equivalente

$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$, el sistema es $\begin{cases} -x+3y+z=-1 \\ 2y=0 \\ 0=0 \end{cases}$ que tiene como solución y=0, sustituyendo en la primera ecuació

$\rightarrow$ -x+0+z=-1, que despejando: z=-1+x.

La solución del sistema es $\begin{cases} x = \text{cualquier valor} \\ y=0 \\ z=-1+x \end{cases}$

CUESTIÓN B.2

a) La recta **r** queda determinada por el vector **PQ**, que es su vector director, y uno cualquiera de esos puntos, tomaremos **Q**

$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{PQ} = (0,0,2)-(-1,0,2)=(1,0,0) \\ Q=(0,0,2) \end{array}\right\} \rightarrow r \equiv \begin{cases} x=0+1\cdot\lambda \\ y=0+0\lambda \\ z=2+0\lambda \end{cases} \equiv \begin{cases} x=\lambda \\ y=0 \\ z=2 \end{cases}$$

b) La mitad del módulo del producto vectorial de los vectores **AB** y **AR**, siendo **R=(λ,0,2)** el punto genérico de la recta **r,** es el área que nos piden. Con el valor del parámetro (λ) que consigamos hallaremos el punto C pedido.

$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{AB} = (1,1,3)-(1,1,1)=(0,0,2) \\ \overrightarrow{AR} = (\lambda,0,2)-(1,1,1)=(\lambda-1,-1,1) \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AR} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 2 \\ \lambda-1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0\cdot\vec{i}+2(\lambda-1)\vec{j}+0\cdot\vec{k}-(0\cdot\vec{k}+0\cdot\vec{j}-2\vec{i}) = 2\vec{i}+2(\lambda-1)\vec{j}-0\cdot\vec{k}$$

$$\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AR}\right| = \left|2\vec{i}+2(\lambda-1)\vec{j}\right| = \sqrt{2^2+\left(2(\lambda-1)\right)^2} = \sqrt{4+4(\lambda^2+1-2\lambda)} = \sqrt{4+4\lambda^2+4-8\lambda} =$$

$= \sqrt{8-8\lambda+4\lambda^2}$ como debe ser igual al doble de $\sqrt{15}$, debe cumplirse:

$$\sqrt{8-8\lambda+4\lambda^2} = 2\sqrt{15}$$

$$8-8\lambda+4\lambda^2 = 4\cdot 15$$

$$-52-8\lambda+4\lambda^2 = 0$$

$$\lambda = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{+8\pm\sqrt{64-4\cdot 4\cdot(-52)}}{8} = \frac{8\pm\sqrt{696}}{8} = \{Simplificando\} = \frac{1\pm\sqrt{14}}{1} =$$

$$\lambda = \begin{cases} \dfrac{1+\sqrt{14}}{1} = 1+\sqrt{14} \\ \dfrac{1-\sqrt{14}}{1} = 1-\sqrt{14} \end{cases}$$

El vértice C puede ser:

C_1=($1+\sqrt{14}$, 0, 2) **C_2=($1-\sqrt{14}$, 0, 2)**

CUESTIÓN B.3

a) La recta paralela a la bisectriz del primer cuadrante tiene pendiente **m=1**. La pendiente de la recta tangente es el valor de la derivada de la función en dicho punto. Igualamos ambas expresiones y determinamos el punto pedido.

$$f(x) = x\cdot lnx - x \rightarrow f'(x) = 1\cdot\ln x + x\cdot\frac{1}{x} - 1 = \ln x + 1 - 1 = \ln x$$

$$m = 1 = f'(x) = \ln x$$

$$1 = \ln x$$

$$\boxed{x = e}$$

La recta tangente en $x = e$ se calcula:

$$y - f(e) = 1\cdot(x-e)$$

$$y - (e\cdot\ln e - e) = \mathrm{x} - \mathrm{e}$$

$$\mathrm{y} - 0 = \mathrm{x} - \mathrm{e}$$

$$\boxed{\mathrm{y} = \mathrm{x} - \mathrm{e}}$$

b) La recta paralela al eje OX es horizontal y por tanto su pendiente es m=0. La pendiente de la recta tangente es el valor de la derivada de la función en dicho punto. Igualamos ambas expresiones y determinamos el punto pedido.

$$f(x) = x \cdot lnx - x \to f'(x) = 1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x} - 1 = \ln x + 1 - 1 = \ln x$$

$$m = 0 = f'(x) = \ln x$$

$$0 = \ln x$$

$$\boxed{x = 1}$$

La recta tangente en $x = 1$ se calcula:

$$y - f(1) = 0 \cdot (x - 1)$$

$$y - (1 \cdot \ln 1 - 1) = 0 \quad (\ln 1 = 0)$$

$$\mathrm{y} + 1 = 0$$

$$\boxed{\mathrm{y} = -1}$$

CUESTIÓN B.4

a)

$$\mathrm{F}(x) = \int xcosx\, dx = \left\{ \begin{array}{l} \text{Integrando por partes} \\ \mathrm{u{=}x} \to \mathrm{du{=}1 \cdot dx} \\ \mathrm{dv{=}cosxdx} \to \mathrm{v{=}}\int \mathrm{cosxdx} = senx \end{array} \right\} = \int udv = u \cdot v - \int vdu =$$

$$= x \cdot senx - \int senxdx = x \cdot senx - (-\cos x) = \boxed{x \cdot senx + \cos x + K}$$

b) Antes de proceder a calcular el area con el calculo integral hay que determinar si la función corta al eje OX en algun punto entre 0 y π:

$$f(x) = x \cdot cosx = 0 \to \left\{ \begin{array}{l} x = 0 \\ \cos x = 0 \to x = \left\{ 90º = \dfrac{\pi}{2};\ 270º = \dfrac{3\pi}{2}; ... \right\} \end{array} \right.$$

De estos valores solo nos influye $x = \frac{\pi}{2}$. El área pedida es el valor de la suma de las integrales:

$$ÁREA = \left| \int_0^{\pi/2} x \cos x\, dx \right| + \left| \int_{\pi/2}^{\pi} x \cos x\, dx \right| = \left| \left. x \cdot senx + \cos x \right|_0^{\pi/2} \right| + \left| \left. x \cdot senx + \cos x \right|_{\pi/2}^{\pi} \right| =$$

$$= \left| \left(\frac{\pi}{2} sen \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2} \right) - (0 \cdot sen0 + \cos 0) \right| + \left| (\pi \cdot sen\pi + \cos \pi) - \left(\frac{\pi}{2} sen \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2} \right) \right| =$$

$$= \left| \frac{\pi}{2} - 1 \right| + \left| -1 - \frac{\pi}{2} \right| = \frac{\pi}{2} - 1 + \frac{\pi}{2} + 1 = \boxed{\pi \text{ unidades cuadradas de superficie}}$$