



PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA EL ALUMNADO DE BACHILLERATO
158 MATEMÁTICAS II. SEPTIEMBRE 2014

OBSERVACIONES IMPORTANTES: El alumno deberá responder a todas las cuestiones de una de las opciones A o B. No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas.

OPCIÓN A: No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas. Antes bien, se recomienda al alumno que empiece por aquellas cuestiones que le resulten más sencillas.

CUESTIÓN A.1:

- a) **[1,25 puntos]** Compruebe que la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$, es regular (o inversible) y calcule su matriz inversa.
- b) **[1,25 puntos]** Resuelva la ecuación matricial $AXA = B$, siendo A la matriz anterior y $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.
- ¡OJO!: El producto de matrices NO es conmutativo.**

CUESTIÓN A.2:

- a) **[1,5 puntos]** Estudie la posición relativa de las rectas r y s en función del parámetro a :
- $$r: \begin{cases} x+3y = 8 \\ 4y+z = 10 \end{cases} \quad s: \frac{x}{7} = \frac{y}{a-4} = \frac{z+6}{5a-6}.$$
- b) **[1 punto]** Para el valor del parámetro $a = 4$ determine, si es posible, el punto de corte de ambas rectas.

CUESTIÓN A.3: [2,5 puntos] Dada la función $f(x) = ax + b\sqrt{x}$, determine los valores de los parámetros a y b sabiendo que $f(x)$ cumple las siguientes propiedades:

- a) $f(x)$ alcanza su máximo en el punto de abscisa $x = 100$;
- b) La gráfica de $f(x)$ pasa por el punto $(49, 91)$.

CUESTIÓN A.4:

- a) **[2 puntos]** Calcule la integral indefinida $\int \arctg x \, dx$, donde $\arctg x$ denota la función arco-tangente de x .
- b) **[0,5 puntos]** De todas las primitivas de la función $f(x) = \arctg x$, encuentre la que pasa por el punto de coordenadas $(0, 3)$.

OPCIÓN B: No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas. Antes bien, se recomienda al alumno que empiece por aquellas cuestiones que le resulten más sencillas.

CUESTIÓN B.1:

- a) [1,5 puntos] Discuta el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a :

$$\left. \begin{array}{l} ax + 2z = 0 \\ ay - z = a \\ x - y + z = 0 \end{array} \right\}.$$

- b) [1 punto] Si es posible, resuélvalo para el valor de $a = 0$.

CUESTIÓN B.2: Considere la recta r y el plano π dados por las ecuaciones siguientes

$$r: \frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-4} = \frac{z+1}{0} \quad \text{y} \quad \pi: 7x - y = 8$$

- a) [1,5 puntos] Compruebe que la recta r corta al plano π y calcule el ángulo que forman.
- b) [1 punto] Determine el plano que contiene a la recta r y es perpendicular al plano π .

CUESTIÓN B.3: Calcule los siguientes límites:

a) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 3}{x - 5} - \frac{x^2}{x - 2} \right)$

b) [1,5 puntos] $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \ln x + 1 - x}{(x - 1)^2}$

CUESTIÓN B.4:

a) [1,5 puntos] Encuentre una primitiva de la función $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

- b) [1 punto] Calcule el área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje de abscisas entre $x = \frac{1}{e}$ y $x = e$.