CiUG
COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade
XULLO 2019

Código: 40

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(Responde solamente a los ejercicios de una de las opciones. Puntuación máxima de los ejercicios de cada opción: ejercicio 1 = 3 puntos, ejercicio 2 = 3 puntos, ejercicio 3 = 2 puntos, ejercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1. En una caja hay billetes de 5, 10 y 20 por un valor de 400 €. Se sabe que el número de billetes de 20 € es la tercera parte del total y que el número de billetes de 5 € es inferior en 4 unidades al del resto.

a) Escribe un sistema de ecuaciones que represente el problema.
b) Escríbelo en forma matricial.
c) Calcula la matriz inversa de la matriz de coeficientes y resuelve el sistema.

2. El precio de venta de un electrodoméstico en un centro comercial (en cientos de euros) viene dado por la función:

$$P(t)=\frac{44}{t^2-4t+16}+2$$

siendo t el tiempo transcurrido en años desde el momento en que se puso a la venta.

a) Calcula el precio de lanzamiento del producto. ¿En qué momento el precio del electrodoméstico vuelve a ser el mismo que el precio del lanzamiento?
b) Determina los periodos en los que el precio del electrodoméstico ha aumentado y ha disminuido. ¿Cuál ha sido el precio de venta máximo? ¿En qué momento se ha producido?
c) Estudia la tendencia del precio de venta del electrodoméstico con el paso del tiempo?

3. En una ciudad, el 20% de las personas que acceden a un centro comercial proceden del centro de la ciudad, el 45% de barrios periféricos y el resto de pueblos cercanos. Efectúan alguna compra el 60%, el 75% y el 50% de cada procedencia respectivamente.

a) Si en un determinado día visitan el centro comercial 2000 personas, ¿cuál es el número esperado de personas que no realizan compras?
b) Si elegimos al azar una persona que ha realizado alguna compra en ese centro comercial, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de un pueblo cercano?

4. Se tomó una muestra aleatoria de 100 jóvenes y se les midió el nivel de glucosa en sangre obteniendo una media muestral de 105 mg/cm^3. Se sabe que la desviación típica en la población es de 15 mg/cm^3.

a) Obtén un intervalo de confianza, al 95%, para el nivel de glucosa en sangre en la población.
b) ¿Cuánto vale el error máximo en el intervalo anterior?
c) ¿Qué ocurre con la amplitud del intervalo si el nivel de confianza es del 99%?

OPCIÓN B

1. Una bodega produce vinos blancos y tintos. La producción de ambos tipos de vino no debe superar los 90 millones de litros y la producción de vino blanco no debe superar el doble de la de vino tinto ni ser inferior a su mitad. También se sabe que para atender la demanda se deben producir al menos 45 millones de litros. La bodega comercializa el vino blanco a 8 € el litro y el tinto a 6 € el litro.

a) Plantea y representa gráficamente el problema.
b) ¿A cuánto ascienden los ingresos máximos y como se consiguen?

2. Considera la función $f(x)=\begin{cases} x^2-4x+3 & si \quad 0\le x\le 4 \\ 7-x & si \quad 4<x\le 7 \end{cases}$.

a) Representa la función estudiando sus puntos de corte con los ejes, monotonía y extremos relativos. ¿Para qué valores de x es $f(x)\ge 0$?.
b) Calcula el área del recinto limitado por los ejes y la parte de la función tal que $f(x)\ge 0$.

3. Para la construcción de un panel luminoso se dispone de un contenedor con 200 bombillas blancas, 150 bombillas azules y 250 bombillas rojas. La probabilidad de que una bombilla del contenedor no funcione es 0,01 si es blanca, 0,02 si es azul y 0,03 si es roja. Se elige al azar una bombilla del contenedor;

a) Calcula la probabilidad de que la bombilla no funcione.
b) Sabiendo que la bombilla elegida funciona, calcula la probabilidad de que dicha bombilla no sea roja.

4. En una muestra aleatoria de n = 25 estudiantes de bachillerato, el 75% afirman querer realizar estudios universitarios.

a) Calcula un intervalo de confianza para la proporción de estudiantes de bachillerato que quieren realizar estudios universitarios con un nivel de confianza del 90%.
b) Si se sabe que 8 de cada 10 estudiantes de bachillerato afirman querer realizar estudios universitarios y tomamos una muestra aleatoria de n = 100 estudiantes, ¿cuál es la probabilidad de que la proporción de estudiantes de la muestra que quieren realizar estudios universitarios sea superior al 65%?

SOLUCIONES

OPCIÓN A

1. En una caja hay billetes de 5, 10 y 20 por un valor de 400 €. Se sabe que el número de billetes de 20 € es la tercera parte del total y que el número de billetes de 5 € es inferior en 4 unidades al del resto.
a) Escribe un sistema de ecuaciones que represente el problema.
b) Escríbelo en forma matricial.
c) Calcula la matriz inversa de la matriz de coeficientes y resuelve el sistema.

a) Llamemos x = número de billetes de 5€. y = número de billetes de 10€. z = número de billetes de 20€

- En total (x + y + z) son 400 € → $5x+10y+20z=400$.
- El número de billetes de 20 € (z) es la tercera parte del total (x + y + z) → $z=\dfrac{x+y+z}{3}$
- El número de billetes de 5 € (x) es inferior en 4 unidades al del resto (y + z) → $x=(\text{y}+z)-4$

El sistema de ecuaciones sería:

$$\left.\begin{array}{l} 5x+10y+20z=400 \\ z=\dfrac{x+y+z}{3} \\ x=y+z-4 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+2y+4z=80 \\ 3z=x+y+z \\ x-y-z=-4 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+2y+4z=80 \\ -x-y+2z=0 \\ x-y-z=-4 \end{array}\right\}$$

b)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 80 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \Rightarrow A\cdot X=B$$

c) La matriz de los coeficientes es:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Su determinante es:

$$|A|=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix}=1+4+4-(-4+2-2)=9+4=13\neq 0$$. La matriz A tiene inversa.

Calculamos la inversa con la fórmula:

$$A^{-1}=\frac{Adj\left(A^t\right)}{|A|}=\frac{Adj\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix}}{13}=\frac{1}{13}\begin{pmatrix} \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \end{pmatrix}=\frac{1}{13}\begin{pmatrix} 3 & -2 & 8 \\ 1 & -5 & -6 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

La solución del sistema es:

$$A\cdot X=B\Rightarrow X=A^{-1}B=\frac{1}{13}\begin{pmatrix}3 & -2 & 8\\ 1 & -5 & -6\\ 2 & 3 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}80\\ 0\\ -4\end{pmatrix}=\frac{1}{13}\begin{pmatrix}240-32\\ 80+24\\ 160-4\end{pmatrix}=\frac{1}{13}\begin{pmatrix}208\\ 104\\ 156\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}16\\ 8\\ 12\end{pmatrix}$$

La solución es $x=16;\ y=8;\ z=12$. 16 billetes de 5 €, 8 de 10 € y 12 de 20 €.

2. El precio de venta de un electrodoméstico en un centro comercial (en cientos de euros) viene dado por la función:

$$P(t)=\frac{44}{t^2-4t+16}+2$$

siendo *t* el tiempo transcurrido en años desde el momento en que se puso a la venta.

a) Calcula el precio de lanzamiento del producto. ¿En qué momento el precio del electrodoméstico vuelve a ser el mismo que el precio del lanzamiento?

b) Determina los periodos en los que el precio del electrodoméstico ha aumentado y ha disminuido. ¿Cuál ha sido el precio de venta máximo? ¿En qué momento se ha producido?

c) Estudia la tendencia del precio de venta del electrodoméstico con el paso del tiempo?

a) Nos piden P(0). $P(0)=\frac{44}{0^2-0+16}+2=2,75+2=4,75$. El precio de lanzamiento es 475 €.

Buscamos cuando se repite el precio de promoción. ¿Cuándo P(t) = 4,75?

$$P(t)=\frac{44}{t^2-4t+16}+2=4,75\Rightarrow\frac{44}{t^2-4t+16}=2,75\Rightarrow 44=2,75t^2-11t+44\Rightarrow 2,75t^2-11t=0$$

$$\Rightarrow t\left(2,75t-11\right)=0\Rightarrow\begin{cases}t=0\\ o\\ 2,75t-11=0\Rightarrow t=\frac{11}{2,75}=4\end{cases}$$

Al cabo de los 4 años vuelve a tener el precio de la promoción (475 €).

b) Calculamos la derivada.

$$P(t)=\frac{44}{t^2-4t+16}+2\Rightarrow P'(t)=\frac{-44\cdot\left(2t-4\right)}{t^2-4t+16}$$

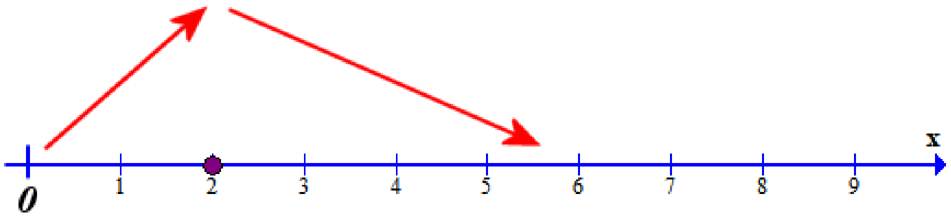
La igualamos a cero.

$$P'(t)=0\Rightarrow\frac{-44\cdot\left(2t-4\right)}{t^2-4t+16}=0\Rightarrow -44\cdot\left(2t-4\right)=0\Rightarrow 2t-4=0\Rightarrow t=2$$

Estudiamos la variación del signo de la derivada (crece o decrece).

En (0, 2) tomamos x = 1 y la derivada vale $P'(1)=\frac{-44\cdot\left(1-4\right)}{1^2-4+16}=\frac{132}{13}>0$. La función crece.

En (2, +∞) tomamos x = 5 y la derivada vale $P'(5)=\frac{-44\cdot\left(10-4\right)}{5^2-20+16}=\frac{-244}{21}<0$. La función decrece.



La función crece en (0, 2) y decrece en (2, +∞). Presenta un máximo en x = 2. Siendo el precio máximo de $P(2)=\frac{44}{2^2-8+16}+2=\frac{44}{12}+2=5,6666..$

El precio aumenta durante los 2 primeros años, disminuye a partir del segundo año. Alcanzando un precio máximo de 566,66 €.

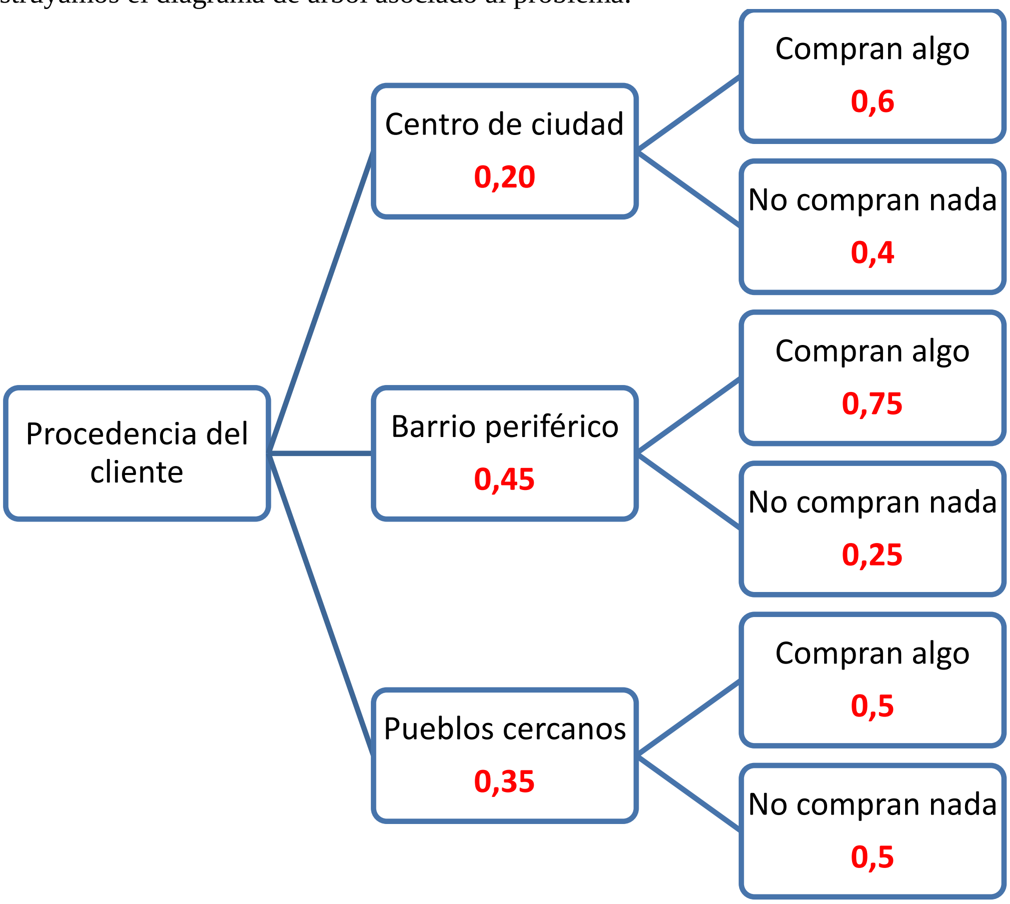
c) Calculamos la situación límite, cuando el tiempo es infinito.

$$\lim_{t\to+\infty}\text{P(t)}=\lim_{t\to+\infty}\frac{44}{t^2-4t+16}+2=\frac{44}{+\infty}+2=0+2=2$$

El precio tiende a ser de 200 €.

3. En una ciudad, el 20% de las personas que acceden a un centro comercial proceden del centro de la ciudad, el 45% de barrios periféricos y el resto de pueblos cercanos. Efectúan alguna compra el 60%, el 75% y el 50% de cada procedencia respectivamente.
a) Si en un determinado día visitan el centro comercial 2000 personas, ¿cuál es el número esperado de personas que no realizan compras?
b) Si elegimos al azar una persona que ha realizado alguna compra en ese centro comercial, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de un pueblo cercano?

Construyamos el diagrama de árbol asociado al problema.



Con estos datos respondemos a las preguntas planteadas.

a)

$$P(\text{No compra nada}) = P(\text{Es del centro y No compra nada}) +$$
$$+P(\text{Es de un barrio y No compra nada}) +$$
$$+P(\text{Es de un pueblo cercano y No compra nada}) =$$
$$= P(\text{Es del centro})P(\text{No compra nada / Es del centro}) +$$
$$+P(\text{Es de un barrio})P(\text{No compra nada / Es de un barrio}) +$$
$$+P(\text{Es de un pueblo cercano})P(\text{No compra nada /Es de un pueblo cercano}) =$$
$$= 0,2 \cdot 0,4 + 0,45 \cdot 0,25 + 0,35 \cdot 0,5 = 0,08 + 0,1125 + 0,175 = \boxed{0,3675}$$

De los 2000 visitantes no compran nada $2000 \cdot 0,3675 = 2 \cdot 367,5 = \boxed{735 \text{ visitantes}}$

b)

$$P(\text{Sea de un pueblo cercano / Compra algo}) = \frac{P(\text{Sea de un pueblo cercano y Compra algo})}{P(\text{Compra algo})} =$$
$$= \frac{0,35 \cdot 0,5}{1 - 0,3675} = \frac{0,1750}{0,6325} = \frac{1750}{6325} = \frac{70}{253} = \boxed{0,277}$$

4. Se tomó una muestra aleatoria de 100 jóvenes y se les midió el nivel de glucosa en sangre obteniendo una media muestral de 105 mg/cm^3. Se sabe que la desviación típica en la población es de 15 mg/cm^3.
a) Obtén un intervalo de confianza, al 95%, para el nivel de glucosa en sangre en la población.
b) ¿Cuánto vale el error máximo en el intervalo anterior?
c) ¿Qué ocurre con la amplitud del intervalo si el nivel de confianza es del 99%?

a) X = Nivel de glucosa en sangre.

X ≈ N(μ, 15)

n = 100 → $\bar{x} = 105 \, mg/cm^3$

$$1 - \alpha = 0,95 \to \alpha = 0,05 \to \frac{\alpha}{2} = 0,025 \to 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,975 \to \left\{ \begin{array}{l} \text{Busco en la tabla de} \\ \text{la N(0,1)} \end{array} \right\} \to z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$$

El error es $z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \cdot \frac{15}{\sqrt{100}} = 2,94$

El intervalo de confianza es:
$$\left(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error\right) = (105 - 2,94, 105 + 2,94) = (102.06, 107.94)$$

b) El error máximo es 2,94 mg/cm^3

c) Si aumentamos el nivel de confianza al 99% la amplitud del intervalo debe ser mayor.

X = Nivel de glucosa en sangre.

$X \approx N(\mu, 15)$

n = 100 → $\bar{x} = 105\ mg/cm^3$

$$1-\alpha = 0,99 \rightarrow \alpha = 0,01 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,005 \rightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0,995 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Busco en la tabla de} \\ \text{la N(0,1)} \end{array} \right\} \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2,575$$

El error es $z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2,575 \cdot \frac{15}{\sqrt{100}} = 3,8625$

El intervalo de confianza es:

$$\left(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error\right) = \left(105 - 3,8625, 105 + 3,8625\right) = \left(101.1375, 108.8625\right)$$

Con un nivel de confianza del 95% la amplitud es 2 · 2,94 = 5,88. Para un nivel de confianza del 99% es de 2 · 3,8625 = 7,725.

OPCIÓN B

1. Una bodega produce vinos blancos y tintos. La producción de ambos tipos de vino no debe superar los 90 millones de litros y la producción de vino blanco no debe superar el doble de la de vino tinto ni ser inferior a su mitad. También se sabe que para atender la demanda se deben producir al menos 45 millones de litros. La bodega comercializa el vino blanco a 8 € el litro y el tinto a 6 € el litro.
a) Plantea y representa gráficamente el problema.
b) ¿A cuánto ascienden los ingresos máximos y como se consiguen?

a) Llamemos x = número de millones de litros de vino blanco, y = número de millones de litros de vino tinto.

Buscamos las restricciones:

- La producción de ambos tipos de vino no debe superar los 90 millones de litros → $x+y\le 90$.
- La producción de vino blanco no debe superar el doble de la de vino tinto → $x\le 2y$.
- La producción de vino blanco no debe ser inferior a su mitad → $x\ge \frac{y}{2}$.
- Se deben producir al menos 45 millones de litros → $x+y\ge 45$.

Resumiendo las restricciones:

$$\left.\begin{array}{l} x\ge 0 \\ y\ge 0 \\ x+y\le 90 \\ x\le 2y \\ x\ge \frac{y}{2} \\ x+y\ge 45 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x\ge 0 \\ y\ge 0 \\ x+y\le 90 \\ y\ge \frac{x}{2} \\ y\le 2x \\ x+y\ge 45 \end{array}\right\}$$

La función Ingresos es $I(x,y)=8x+6y$, expresado en millones de euros.

Las rectas asociadas a las restricciones son:

$$\left.\begin{array}{l} x=0 \\ y=0 \\ x+y=90 \\ y=\frac{x}{2} \\ y=2x \\ x+y=45 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=0 \\ y=0 \\ y=90-x \\ y=\frac{x}{2} \\ y=2x \\ y=45-x \end{array}\right\}$$

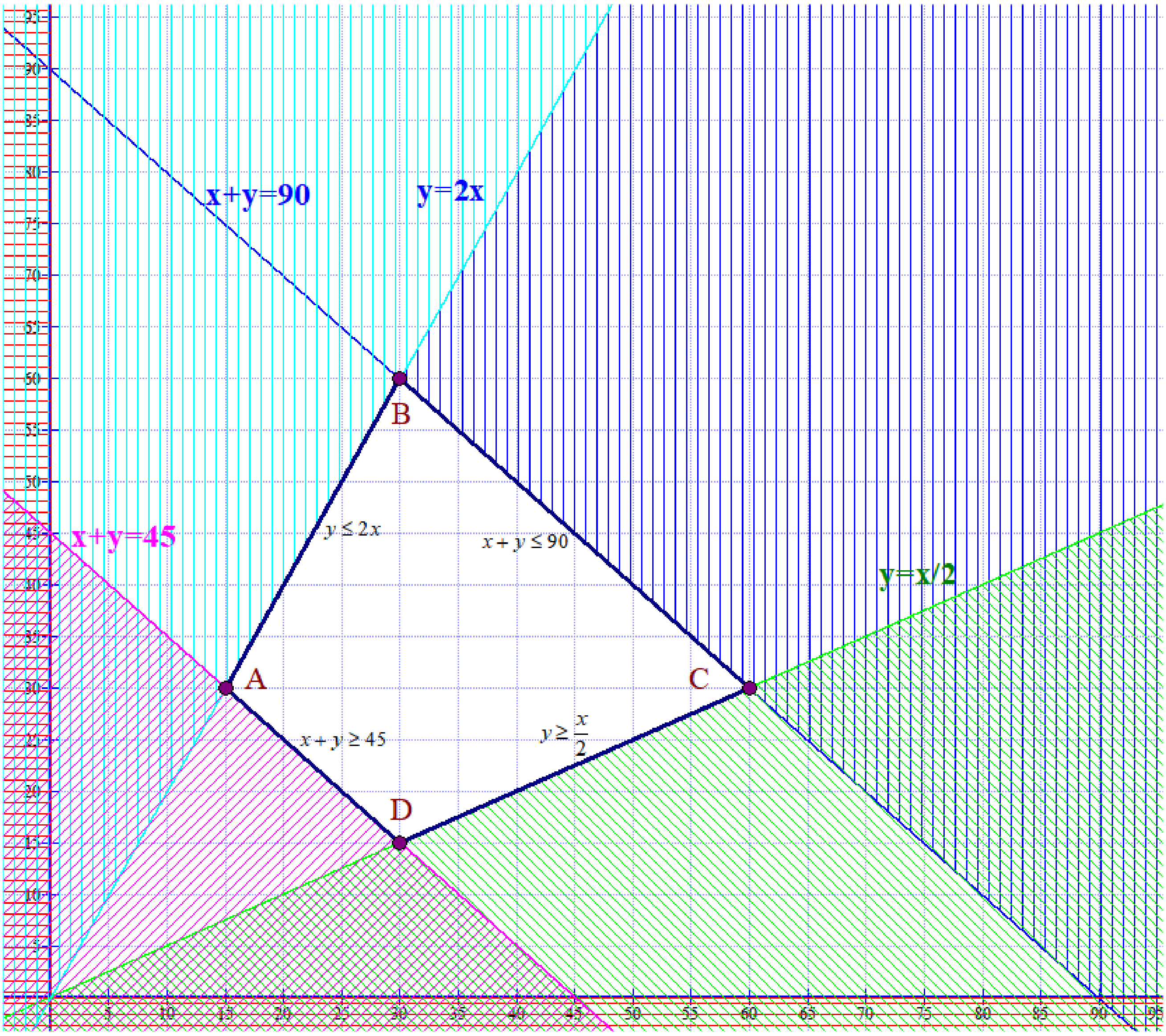
Las representamos, partiendo de tablas de valores:

x	$y=90-x$
0	90
90	0

x	$y=45-x$
0	45
45	0

x	$y=\frac{x}{2}$
0	0
90	45

x	$y=2x$
0	0
45	90



b) Para resolver el problema debemos de determinar las coordenadas de los vértices de la región factible.

$$\left.\begin{matrix} x+y=45 \\ y=2x \end{matrix}\right\} \Rightarrow x+2x=45 \Rightarrow 3x=45 \Rightarrow x=15 \Rightarrow y=30$$

El punto A tiene coordenadas A(15, 30)

$$\left.\begin{matrix} x+y=90 \\ y=2x \end{matrix}\right\} \Rightarrow x+2x=90 \Rightarrow 3x=90 \Rightarrow x=30 \Rightarrow y=60$$

El punto B tiene coordenadas B(30, 60)

$$\left.\begin{matrix} x+y=90 \\ y=\frac{x}{2} \end{matrix}\right\} \Rightarrow x+\frac{x}{2}=90 \Rightarrow 2x+x=180 \Rightarrow 3x=180 \Rightarrow x=60 \Rightarrow y=30$$

El punto C tiene coordenadas C(60, 30)

$$\left.\begin{matrix} x+y=45 \\ y=\frac{x}{2} \end{matrix}\right\} \Rightarrow x+\frac{x}{2}=45 \Rightarrow 2x+x=90 \Rightarrow 3x=90 \Rightarrow x=30 \Rightarrow y=15$$

El punto D tiene coordenadas D(30, 15)

Valoramos los ingresos $I(x,y)=8x+6y$ en cada punto:

A(15, 30) → $I(15,30)=120+180=300$

B(30, 60) → $I(30,60)=240+360=600$

C(60, 30) → $I(60,30)=480+180=660$

D(30, 15) → $I(30,15)=240+90=330$

El ingreso máximo se obtiene con 60 millones de litros de vino blanco y 30 millones de litros de vino tinto. Este ingreso máximo es 660 millones de euros.

2. Considera la función $f(x)=\begin{cases} x^2-4x+3 & si \quad 0\le x\le 4 \\ 7-x & si \quad 4<x\le 7 \end{cases}$.

a) Representa la función estudiando sus puntos de corte con los ejes, monotonía y extremos relativos. ¿Para qué valores de x es $f(x)\ge 0$?.

b) Calcula el área del recinto limitado por los ejes y la parte de la función tal que $f(x)\ge 0$.

a) Es una función definida a trozos. Es un trozo de parábola y un trozo de recta.

Puntos de corte con el eje OY. x = 0

$f(0)=0^2-0+3=3$. El punto de corte con el eje OY es A(0, 3)

Puntos de corte con el eje OX. y = 0

$$f(x)=0\Rightarrow\begin{cases} x^2-4x+3=0\Rightarrow x=\dfrac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}=\dfrac{4\pm 2}{2}=\begin{cases} x=\dfrac{4+2}{2}=3 \\ x=\dfrac{4-2}{2}=1 \end{cases} \quad si\ valen,\ pues \quad 0\le x\le 4 \\ 7-x=0\Rightarrow x=7 \qquad si\ vale,\ pues \quad 4<x\le 7 \end{cases}$$

Los puntos de corte con el eje OX son B(3, 0), C(1, 0) y D(7, 0).

La rama que es una parábola $f(x)=x^2-4x+3 \quad si \quad 0\le x\le 4$, tiene como derivada:
$f'(x)=2x-4$. La igualamos a cero. $f'(x)=0\Rightarrow 2x-4=0\Rightarrow x=2$.
En (0, 2) tomamos x = 1 y la derivada es $f'(1)=2-4=-2<0$. La función decrece.
En (2, 4) tomamos x = 3 y la derivada es $f'(3)=6-4=2>0$. La función crece.
Tiene un mínimo relativo en x = 2.

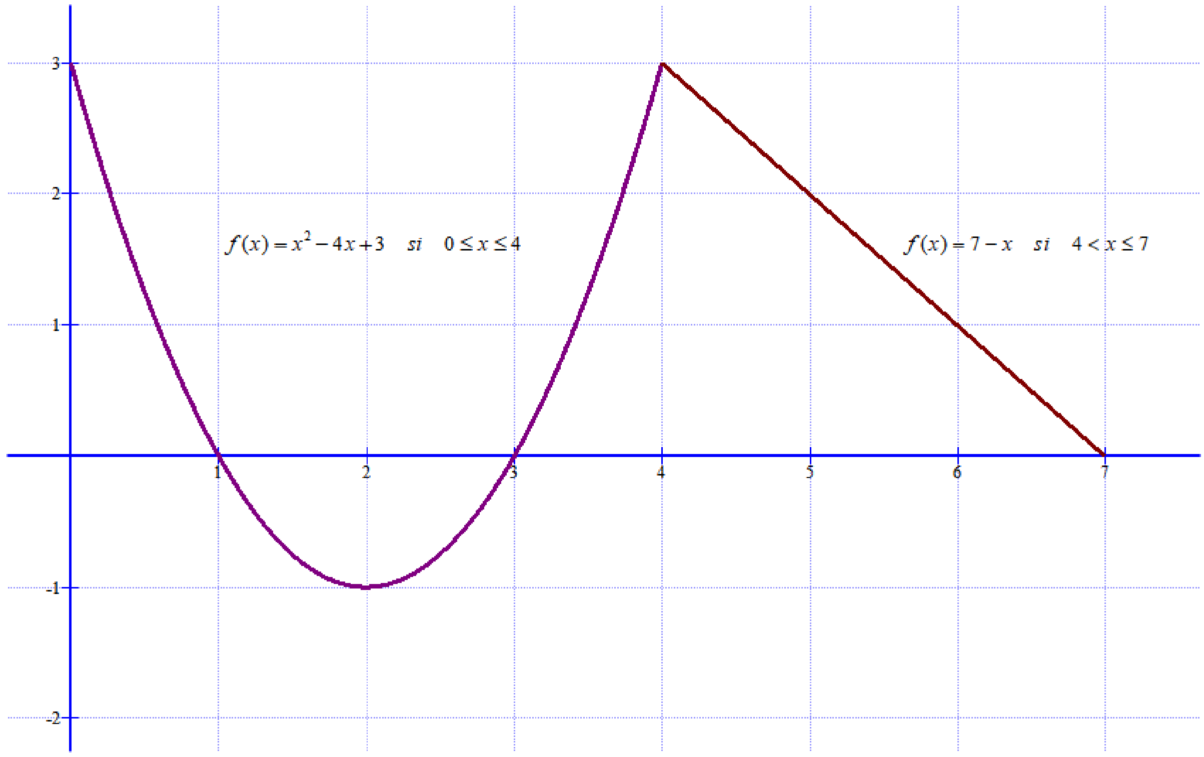
La rama que es una recta $f(x)=7-x \quad si \quad 4<x\le 7$, tiene como derivada:
$f(x)=-1<0$.
En (4, 7) siempre es decreciente (al ser la derivada siempre negativa).

La función decrece en (0, 2), crece en (2, 4) y decrece en (4, 7). Tiene un mínimo relativo en x =2.

Para representar la función hacemos una tabla de valores.

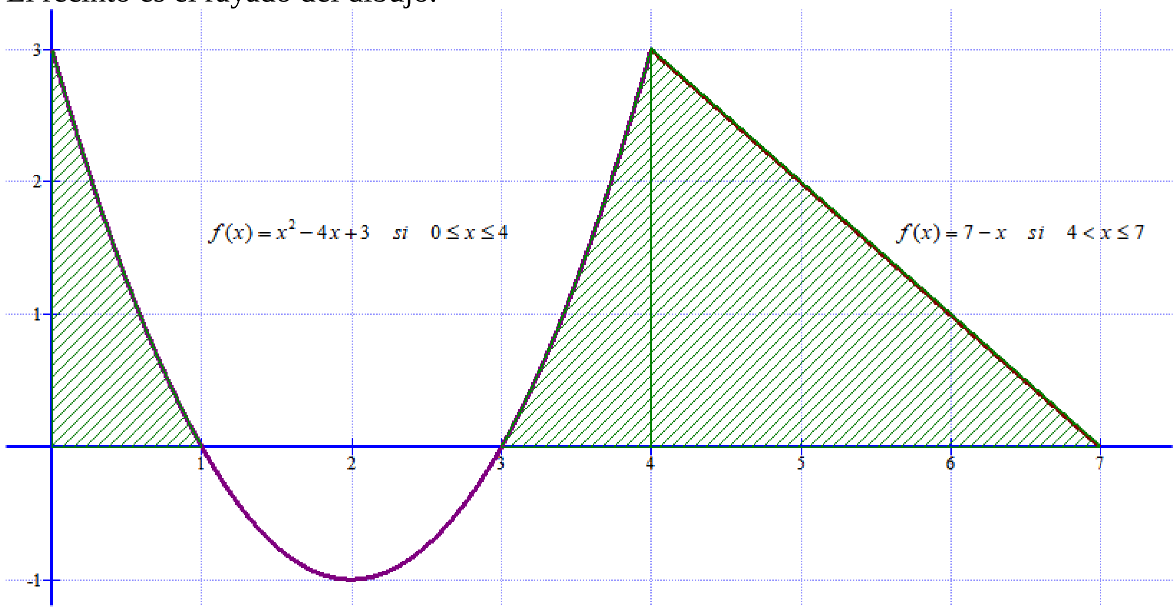
x	$y = x^2 - 4x + 3 \quad si \quad 0 \le x \le 4$
0	3
1	0
2	-1
4	3

x	$y = 7 - x \quad si \quad 4 < x \le 7$
4	3 (*no se incluye*)
7	0



$f(x) \ge 0$ en el intervalo $[0,1] \cup [3,7]$

b) El recinto es el rayado del dibujo.



Contando cuadraditos el área será 7 u^2 aproximadamente.
Calculémoslo con integrales.

$$Área = \int_0^1 x^2 - 4x + 3dx + \int_3^4 x^2 - 4x + 3dx + \int_4^7 7 - xdx =$$

$$= \left[\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x\right]_0^1 + \left[\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x\right]_3^4 + \left[7x - \frac{x^2}{2}\right]_4^7 =$$

$$= \left[\frac{1^3}{3} - 2 + 3\right] - \left[\frac{0^3}{3} - 0 + 0\right] + \left[\frac{4^3}{3} - 32 + 12\right] - \left[\frac{3^3}{3} - 18 + 9\right] + \left[49 - \frac{49}{2}\right] - \left[28 - \frac{16}{2}\right] =$$

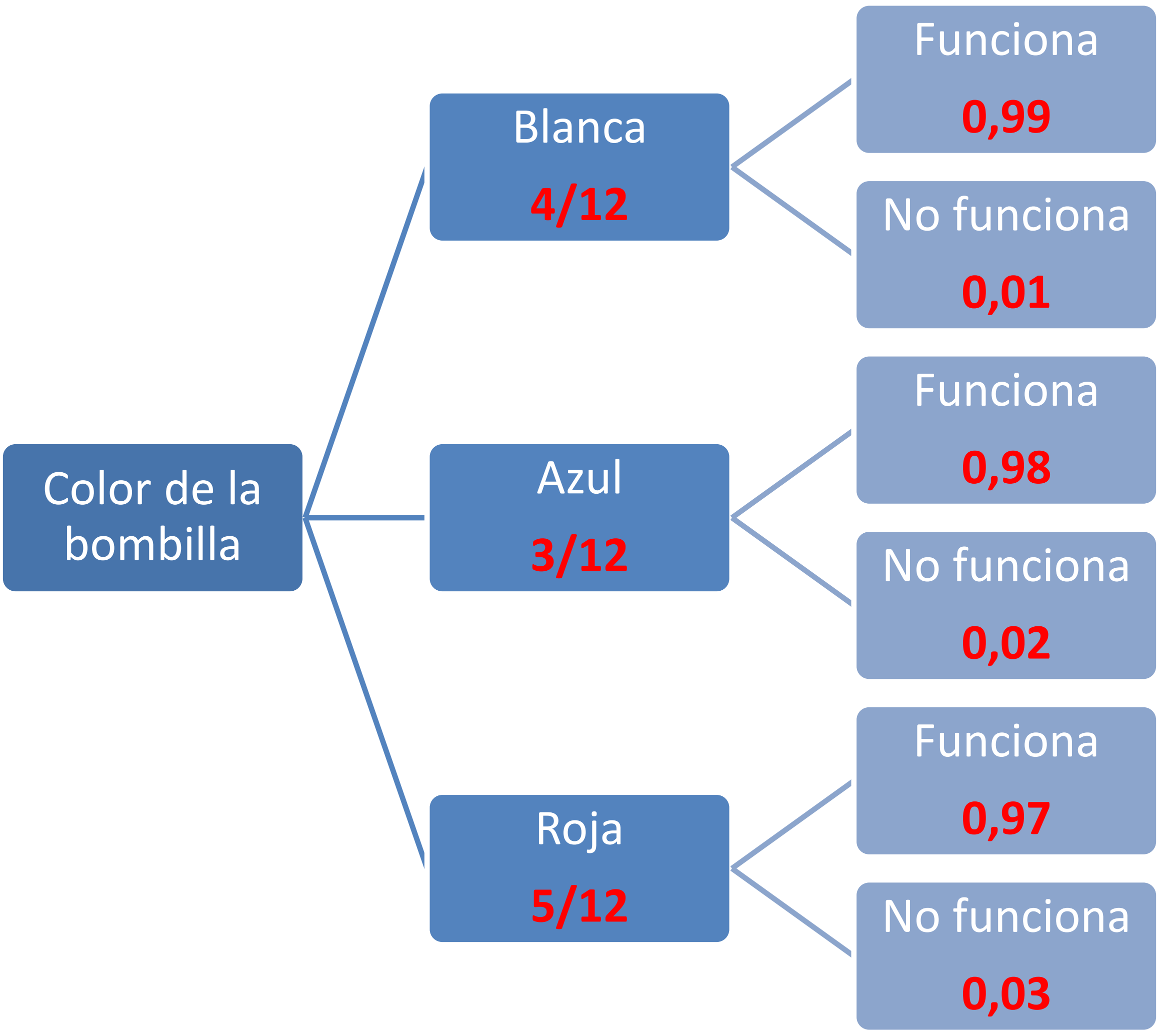
$$= \frac{1}{3} + 1 + \frac{64}{3} - 20 + \frac{49}{2} - 20 = \frac{2 + 6 + 128 - 120 + 147 - 120}{6} = \boxed{\frac{43}{6} = 7{,}16\,u^2}$$

3. Para la construcción de un panel luminoso se dispone de un contenedor con 200 bombillas blancas, 150 bombillas azules y 250 bombillas rojas. La probabilidad de que una bombilla del contenedor no funcione es 0,01 si es blanca, 0,02 si es azul y 0,03 si es roja. Se elige al azar una bombilla del contenedor;

a) Calcula la probabilidad de que la bombilla no funcione.

b) Sabiendo que la bombilla elegida funciona, calcula la probabilidad de que dicha bombilla no sea roja.

Hay un total de 600 bombillas. La probabilidad de elegir una blanca es 200/600 = 4/12. De elegir una azul es 150/600 = 3/12 y de elegir roja es 250/600 = 5/12.
Construyamos el diagrama de árbol.



a)

$$P(\text{Bombilla no funciona}) = P(\text{Bombilla es blanca})P(\text{Bombilla no funciona / es blanca}) +$$
$$+P(\text{Bombilla es azul})P(\text{Bombilla no funciona / es azul}) +$$
$$+P(\text{Bombilla es roja})P(\text{Bombilla no funciona / es roja}) =$$
$$= \frac{4}{12}\cdot 0,01 + \frac{3}{12}\cdot 0,02 + \frac{5}{12}\cdot 0,03 = \frac{4+6+15}{1200} = \frac{25}{1200} = \boxed{\frac{1}{48} = 0,0208}$$

b)

$$P(\text{No sea roja / Funciona}) = \frac{P(\text{No sea roja y Funciona})}{P(\text{Funciona})} =$$
$$= \frac{P(\text{Sea azul})P(\text{Funciona / Es azul}) + P(\text{Sea blanca})P(\text{Funciona / Es blanca})}{1 - P(\text{No funciona})} =$$
$$= \frac{\frac{4}{12}\cdot 0,99 + \frac{3}{12}\cdot 0,98}{1 - \frac{1}{48}} = \frac{\frac{396}{1200} + \frac{294}{1200}}{\frac{47}{48}} = \frac{\frac{690}{1200}}{\frac{47}{48}} = \frac{690\cdot 48}{1200\cdot 47} = \boxed{\frac{138}{235} = 0,587}$$

4. En una muestra aleatoria de n = 25 estudiantes de bachillerato, el 75% afirman querer realizar estudios universitarios.
a) Calcula un intervalo de confianza para la proporción de estudiantes de bachillerato que quieren realizar estudios universitarios con un nivel de confianza del 90%.
b) Si se sabe que 8 de cada 10 estudiantes de bachillerato afirman querer realizar estudios universitarios y tomamos una muestra aleatoria de n = 100 estudiantes, ¿cuál es la probabilidad de que la proporción de estudiantes de la muestra que quieren realizar estudios universitarios sea superior al 65%?

a) Los datos son $p = 0,75$, n = 25.

$$1-\alpha = 0,9 \to \alpha = 0,1 \to \frac{\alpha}{2} = 0,05 \to 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,95 \to z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,645$$

Como $Error = z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 1,645\cdot\sqrt{\frac{0,75\cdot 0,25}{25}} = 0,1425$

Sabemos que el intervalo de confianza es

$$(p - Error,\ p + Error) = (0,75 - 0,1425,\ 0,75 + 0,1425) = (0.6075,\ 0.8925)$$

a) $p \approx N\left(0,8, \sqrt{\frac{0,8\cdot 0,2}{100}}\right) \Rightarrow p \approx N(0,8,\ 0,04)$

$$P(p \geq 0,65) = \{Tipificamos\} = P\left(Z \geq \frac{0,65 - 0,8}{0,04}\right) = P(Z \geq -3,75) =$$
$$= P(Z \leq 3,75) = \{\text{Miramos en la tabla}\} = \boxed{0,9999}$$