Prueba de Evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad de Extremadura
Curso 2018-2019

Materia: Matemáticas II Tiempo máximo de la prueba: 1h 30m

Instrucciones: La prueba consta de dos opciones A y B, de las cuales el alumno deberá elegir una. Cada opción consta de 5 ejercicios. En el caso de realizar ejercicios de opciones diferentes, se considerará como elegida la correspondiente al primer ejercicio presentado por el alumno. Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

OPCIÓN A

1. Dadas las siguientes matrices A e I, pruebe que la inversa de A es $A^{-1} = A^2 - 3A + 3I$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ **(2 puntos)**

2. Sean las rectas $r: \begin{cases} x = 1 + y \\ z = 1 \end{cases}$ y $s: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 0 \\ z = \lambda \end{cases}$

(a) Estudie si las trayectorias de las rectas se cortan, se cruzan o coinciden. **(1 punto)**
(b) Halle dos vectores directores de r y s. Calcule el área del triángulo que forman. **(1 punto)**

3. Sea la función $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & si\ x < 0 \\ e^{x} & si\ x \geq 0 \end{cases}$

(a) Estudie la continuidad y derivabilidad de *f(x)*. **(1,5 puntos)**
(b) Estudie si existe un extremo relativo de *f(x)* en $x = 0$. **(0,5 puntos)**

4. Dadas las funciones $f(x) = x^2 - 2$ y $g(x) = x$.

(a) Represente la región plana encerrada por *f(x)* y *g(x)*. **(0,5 puntos)**
(b) Calcule el área de la región anterior. **(1,5 puntos)**

5. Una persona utiliza Whatsapp un 70% y Telegram un 30%. El 80% de los Whatsapp son de amigos y el 20% de trabajo, mientras que de Telegram, el 80% son de trabajo y 20% de amigos.

(a) Calcule la probabilidad de recibir un mensaje del trabajo. **(1 punto)**
(b) Si el usuario recibe un mensaje de trabajo, calcule la probabilidad de que sea a través del Whatsapp. **(1 punto)**

Prueba de Evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad de Extremadura

Curso 2018-2019

Materia: Matemáticas II Tiempo máximo de la prueba: 1h 30m

OPCIÓN B

1. Discute en función del parámetro $a \in \mathbb{R}$ el siguiente sistema de ecuaciones: **(2 puntos)**

$$\left.\begin{array}{l} 2x+y-az=2 \\ x+y \qquad = a+1 \\ (a+1)x+y-z=2 \end{array}\right\}$$

2. Sean r la recta que pasa por los puntos A = (0,0,–1) y B = (0,–2,–1) y s la recta que pasa por los puntos C = (–1,2,0) y D = (1,0,–1).

(a) Calcule el plano π que contiene a s y es paralelo a r. **(1 punto)**

(b) Calcule la distancia entre r y s. **(1 punto)**

3. Sea la función

$$f(x)=\frac{x^2}{x^2-1} \ .$$

(a) Estudie las asíntotas, la monotonía (crecimiento y decrecimiento) y los extremos relativos (máximos y mínimos) de *f(x).* **(1,5 puntos)**

(b) Represente la gráfica de *f(x)* utilizando el apartado anterior. **(0,5 puntos)**

4. Calcule la primitiva F(x) de la función

$$f(x)=\frac{x-3}{x^2-1}$$ **(2 puntos)**

5. Se estima que el 40% de los alumnos que comienzan un grado de ingeniería acaban obteniendo el grado. Si se elige al azar a 5 alumnos que comenzaron una ingeniería, calcule:

(a) La probabilidad de que los 5 alumnos obtengan el grado de ingeniero. **(0,75 puntos)**

(b) La probabilidad de que como máximo 2 obtengan el grado de ingeniero. **(0,75 puntos)**

(c) La media y la desviación típica de la distribución. **(0,5 puntos)**

SOLUCIONES

OPCIÓN A

1. Dadas las siguientes matrices A e I, pruebe que la inversa de A es $A^{-1}=A^2-3A+3I$

$$A=\begin{pmatrix}1&1&-1\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix},\qquad I=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$ **(2 puntos)**

$$A^{-1}=A^2-3A+3I \Rightarrow A^{-1}\cdot A=A^2\cdot A-3A\cdot A+3I\cdot A \Rightarrow I=A^3-3A^2+3A$$

Probemos esto último: $I=A^3-3A^2+3A$

$$A^2=\begin{pmatrix}1&1&-1\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&-1\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2&-1\\0&1&2\\0&0&1\end{pmatrix}$$

$$A^3=A^2\cdot A=\begin{pmatrix}1&2&-1\\0&1&2\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&-1\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&3&0\\0&1&3\\0&0&1\end{pmatrix}$$

$$A^3-3A^2+3A=\begin{pmatrix}1&3&0\\0&1&3\\0&0&1\end{pmatrix}-3\begin{pmatrix}1&2&-1\\0&1&2\\0&0&1\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}1&1&-1\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$$

$$A^3-3A^2+3A=\begin{pmatrix}1&3&0\\0&1&3\\0&0&1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3&6&-3\\0&3&6\\0&0&3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3&3&-3\\0&3&3\\0&0&3\end{pmatrix}$$

$$A^3-3A^2+3A=\begin{pmatrix}1-3+3&3-6+3&0+3-3\\0&1-3+3&3-6+3\\0&0&1-3+3\end{pmatrix}$$

$$A^3-3A^2+3A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

$$A^3-3A^2+3A=I$$

2. Sean las rectas $r:\begin{cases}x=1+y\\z=1\end{cases}$ y $s:\begin{cases}x=1+\lambda\\y=0\\z=\lambda\end{cases}$

(a) Estudie si las trayectorias de las rectas se cortan, se cruzan o coinciden. **(1 punto)**
(b) Halle dos vectores directores de r y s. Calcule el área del triángulo que forman. **(1 punto)**

(a)

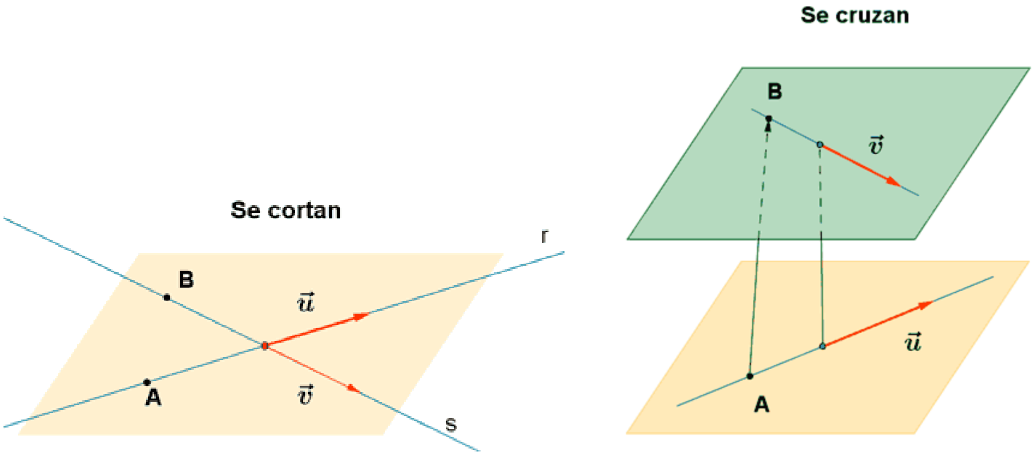
La ecuación de la recta r se puede poner como

$$r:\begin{cases} x=1+y \\ y=y \\ z=1 \end{cases}$$

Los vectores directores de las rectas son $\overrightarrow{v_r}=(1,1,0)$ y $\overrightarrow{v_s}=(1,0,1)$.

Estos vectores no son proporcionales: $\frac{1}{1}\neq\frac{1}{0}\neq\frac{0}{1}$. Las rectas no son paralelas y por tanto no coinciden.

Veamos si se cortan o cruzan. Para ello necesitamos un tercer vector, el que va de un punto de una de las rectas a un punto de la otra recta. Con esos tres vectores puede pasar que estén en el mismo plano (producto mixto de los vectores es nulo) con lo cual las rectas se cortan o no están en el mismo plano (producto mixto de los vectores no es nulo) con lo que las rectas se cruzan.



A(1,0,1) es un punto de la recta r y B(1,0,0) es un punto de la recta s.

$$\left.\begin{aligned} \overrightarrow{AB}&=(1,0,0)-(1,0,1)=(0,0,-1) \\ \overrightarrow{v_r}&=(1,1,0) \\ \overrightarrow{v_s}&=(1,0,1) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0+0+0+1-0-0=1\neq 0$$

Las rectas r y s se cruzan.

(b) Los vectores directores de las rectas son $\overrightarrow{v_r}=(1,1,0)$ y $\overrightarrow{v_s}=(1,0,1)$. El área del triángulo que forman es la mitad del módulo del producto vectorial de ambos vectores.

$$\overrightarrow{v_r}\times\overrightarrow{v_s}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = i-k-j=i-j-k=(1,-1,-1)$$

$$\left|\overrightarrow{v_r}\times\overrightarrow{v_s}\right|=\sqrt{1+1+1}=\sqrt{3}$$

$$Área=\frac{\left|\overrightarrow{v_r}\times\overrightarrow{v_s}\right|}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}u^2$$

3. Sea la función $f(x)=\begin{cases} e^{-x} & si\ x<0 \\ e^{x} & si\ x\geq 0 \end{cases}$

(a) Estudie la continuidad y derivabilidad de *f(x)*. **(1,5 puntos)**

(b) Estudie si existe un extremo relativo de *f(x)* en $x=0$. **(0,5 puntos)**

(a) Veamos si es continua en x = 0.

- Existe $f(0)=e^0=1$
- Existe $\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-} e^{-x}=1$
- Existe $\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+} e^{x}=1$
- Los tres valores son iguales.

La función es continua en x = 0 y por tanto es continua en $\mathbb{R}$.

La función es derivable en $\mathbb{R}-\{0\}$ y su derivada es:

$$f'(x)=\begin{cases} -e^{-x} & si\ x<0 \\ e^{x} & si\ x>0 \end{cases}$$

Veamos si es derivable en x = 0.

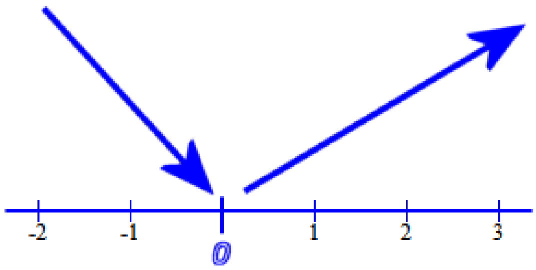
$$\left.\begin{array}{l} f'(0^-)=-e^{-0}=-1 \\ f'(0^+)=e^0=1 \end{array}\right\} \Rightarrow f'(0^-)\neq f'(0^+)$$

No es derivable en x = 0

La función es derivable en $\mathbb{R}-\{0\}$.

(b) Para que exista un extremo en x = 0, dado que no es derivable en x = 0 hay que ver si la derivada cambia de signo de valores de x menores que 0 a valores de x mayores que 0.

$$f'(x)=\begin{cases} -e^{-x} & si\ x<0 \\ e^{x} & si\ x>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(-0{,}1)=-\mathrm{e}^{0{,}1}<0. \text{ La función decrece} \\ f'(0{,}1)=\mathrm{e}^{0{,}1}>0. \text{ La función crece} \end{cases}$$



La función tiene un mínimo relativo en x = 0.

4. Dadas las funciones $f(x)=x^2-2$ y $g(x)=x$.

(a) Represente la región plana encerrada por *f(x)* y *g(x)*. **(0,5 puntos)**

(b) Calcule el área de la región anterior. **(1,5 puntos)**

(a) Averigüemos los puntos de corte entre ambas funciones.

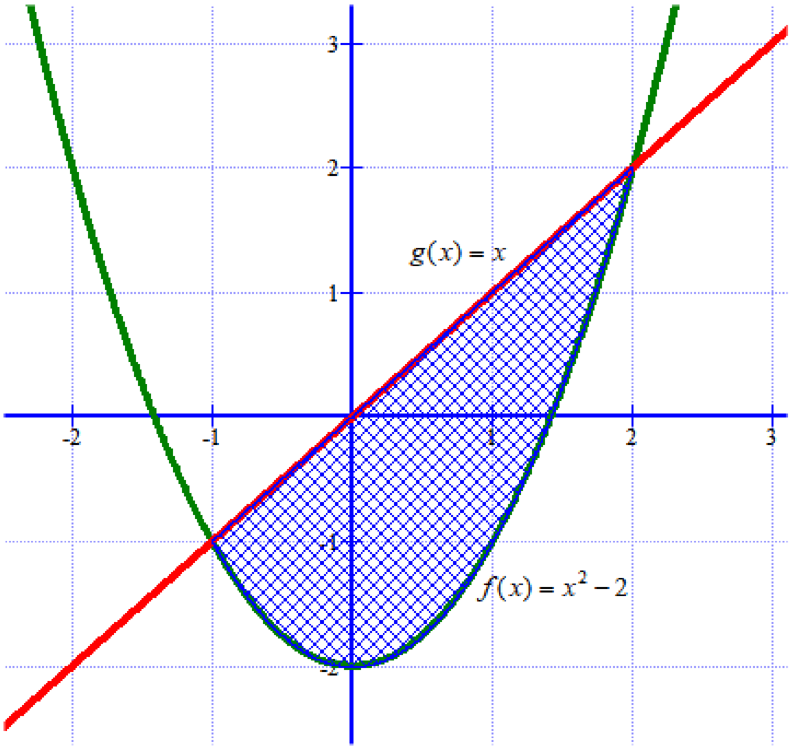
$$f(x)=g(x)\Rightarrow x^2-2=x\Rightarrow x^2-x-2=0\Rightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{2}=\frac{1\pm 3}{2}=\begin{cases} =\dfrac{1+3}{2}=2 \\ =\dfrac{1-3}{2}=-1 \end{cases}$$

Las funciones se cortan en x = –1 y x = 2.

Con una tabla de valores de cada función la dibujamos. $f(x)=x^2-2$ es una parábola y $g(x)=x$ es una recta.

x	$f(x)=x^2-2$
-1	-1
0	-2
1	-1
2	2

x	$g(x)=x$
-1	-1
0	0
2	2



(b) Mirando el dibujo de sus gráficas y contando cuadraditos (1 u^2), el área es aproximadamente 4,5 u^2. Calculémosla exactamente con una integral definida de la diferencia de las funciones entre –1 y 2.

$$\int_{-1}^{2} x-\left(x^2-2\right)dx=\int_{-1}^{2} -x^2+x+2dx=\left[-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+2x\right]_{-1}^{2}=$$

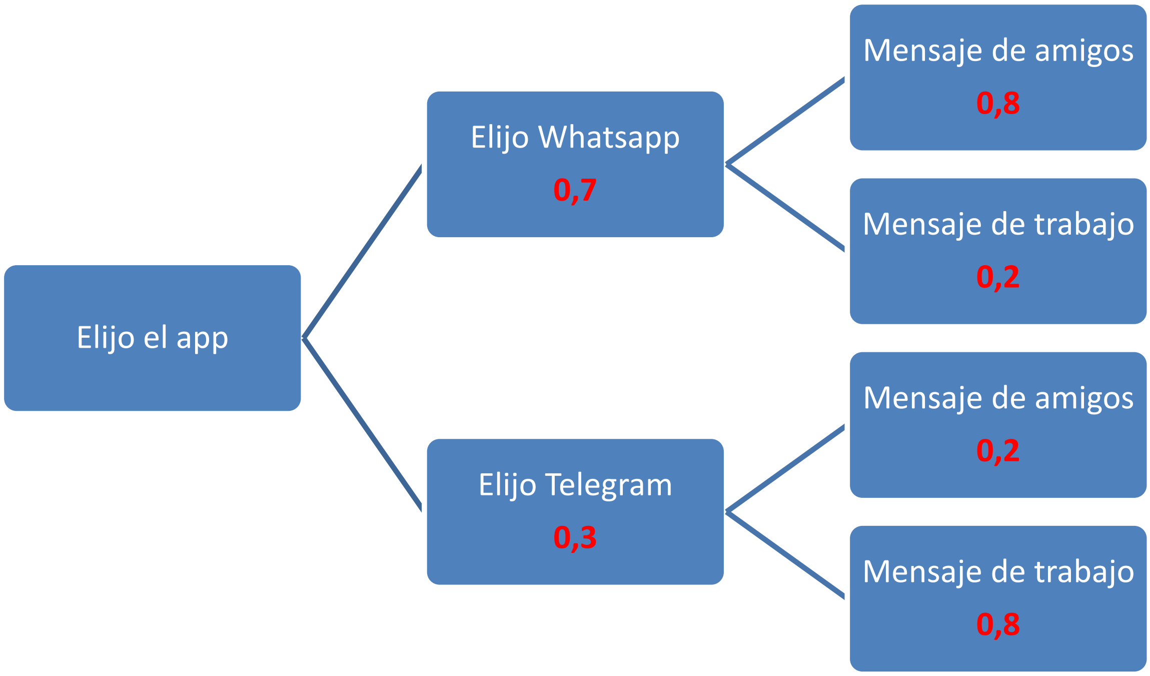
$$=\left[-\frac{2^3}{3}+\frac{2^2}{2}+4\right]-\left[-\frac{(-1)^3}{3}+\frac{(-1)^2}{2}+2(-1)\right]=-\frac{8}{3}+2+4-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+2=8-3-\frac{1}{2}=\frac{9}{2}=\boxed{4,5\,u^2}$$

5. Una persona utiliza Whatsapp un 70% y Telegram un 30%. El 80% de los Whatsapp son de amigos y el 20% de trabajo, mientras que de Telegram, el 80% son de trabajo y 20% de amigos.

(a) Calcule la probabilidad de recibir un mensaje del trabajo. **(1 punto)**

(b) Si el usuario recibe un mensaje de trabajo, calcule la probabilidad de que sea a través del Whatsapp. **(1 punto)**

Realicemos un diagrama de árbol relativo a la situación descrita en el ejercicio



(a)

P(Recibir mensaje del trabajo) = P(Recibirlo por Whatsapp) · P(Por Whatsapp recibir mensaje del trabajo) + P(Recibirlo por Telegram) · P(Por Telegram recibir mensaje del trabajo) = 0,7 · 0,2 + 0,3 · 0,8 = 0,14 + 0,24 = $\boxed{0{,}38}$.

(b)

$$P\left(\text{Recibir mensaje por Whatsapp, sabiendo que es del trabajo}\right) =$$

$$= P\left(\text{Recibir mensaje por Whatsapp /Es de trabajo}\right) =$$

$$= \frac{P\left(\text{Recibir mensaje por Whatsapp } \cap \text{Es de trabajo}\right)}{P\left(\text{Recibe mensaje de trabajo}\right)} =$$

$$= \frac{0{,}7 \cdot 0{,}2}{0{,}38} = \frac{0{,}14}{0{,}38} = \boxed{0{,}368}$$

OPCIÓN B

1. Discute en función del parámetro $a \in \mathbb{R}$ el siguiente sistema de ecuaciones: **(2 puntos)**

$$\left.\begin{array}{l} 2x+y-az=2 \\ x+y \quad\quad = a+1 \\ (a+1)x+y-z=2 \end{array}\right\}$$

La matriz de coeficientes asociada al sistema es

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -a \\ 1 & 1 & 0 \\ a+1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \text{ con determinante } |A|=\begin{vmatrix} 2 & 1 & -a \\ 1 & 1 & 0 \\ a+1 & 1 & -1 \end{vmatrix}=-2-a+a^2+a+1=a^2-1$$

Si igualamos a cero.

$$|A|=0 \Rightarrow a^2-1=0 \Rightarrow a=\sqrt{1}=\pm 1$$

Hay tres casos distintos a considerar.

CASO 1. $a \neq 1 \text{ y } a \neq -1$

En este caso el rango de A es 3 al igual que el rango de la matriz ampliada A/B e igual que el número de incógnitas. El sistema es compatible determinado. Tiene una única solución.

CASO 2. $a=1$

El sistema queda

$$\left.\begin{array}{l} 2x+y-z=2 \\ x+y \quad\quad =2 \\ 2x+y-z=2 \end{array}\right\}$$ que tiene la ecuación 1ª y 2ª iguales. Podemos suprimir la 3ª ecuación.

$$\left.\begin{array}{l} 2x+y-z=2 \\ x+y \quad\quad =2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2x+y-z=2 \\ x=2-y \end{array}\right\} \Rightarrow 2(2-y)+y-z=2 \Rightarrow 4-2y+y-z=2 \Rightarrow z=2-y$$

Este sistema es compatible indeterminado. Tiene infinitas soluciones que vienen dadas por las expresiones $x=z=2-t;\ y=t$

CASO 3. $a=-1$

El sistema queda

$$\left.\begin{array}{l} 2x+y+z=2 \\ x+y \quad\quad =0 \\ y-z=2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2x+y+z=2 \\ x=-y \\ z=y-2 \end{array}\right\} \Rightarrow 2(-y)+y+y-2=2 \Rightarrow -2=2$$

Hemos llegado a una ecuación falsa. Este sistema es incompatible. No tiene solución.

2. Sean r la recta que pasa por los puntos A = (0,0,–1) y B = (0,–2,–1) y s la recta que pasa por los puntos C = (–1,2,0) y D = (1,0,–1).

(a) Calcule el plano π que contiene a s y es paralelo a r. **(1 punto)**

(b) Calcule la distancia entre r y s. **(1 punto)**

(a)

El plano si contiene a s tiene como vector director el director de s

$\overrightarrow{v_s} = \overrightarrow{CD} = (1,0,-1)-(-1,2,0) = (2,-2,-1)$ y pasa por el punto C= (–1,2,0) y al ser paralelo a r tiene como vector director el director de r $\overrightarrow{v_r} = \overrightarrow{AB} = (0,-2,-1)-(0,0,-1) = (0,-2,0)$.

$$\pi \equiv \begin{vmatrix} x+1 & y-2 & z \\ 2 & -2 & -1 \\ 0 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -4z-2x-2=0 \Rightarrow 2z+x+1=0 \Rightarrow \boxed{\pi \equiv x+2z+1=0}$$

(b)

Los vectores directores de las rectas son: $\overrightarrow{v_r} = \overrightarrow{AB} = (0,-2,0)$ y $\overrightarrow{v_s} = \overrightarrow{CD} = (2,-2,-1)$.

Estos vectores no son paralelos, ya que no tienen coordenadas proporcionales.

¿$\frac{0}{2} = \frac{-2}{-2} = \frac{0}{-1}$? No es cierto

Veamos si se cortan o cruzan. Para ello tomamos el vector que une el punto A(0,0,–1) de r con el punto D(1,0,–1) de s. $\overrightarrow{AD} = (1,0,-1)-(0,0,-1) = (1,0,0)$.

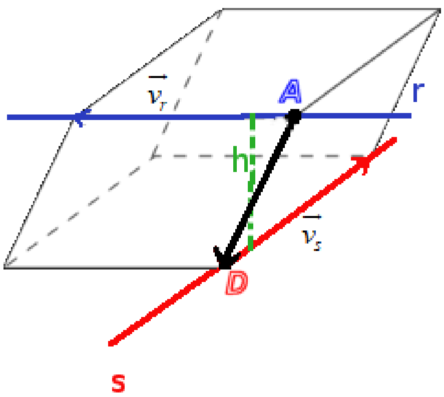
El producto mixto de $\overrightarrow{v_r} = \overrightarrow{AB} = (0,-2,0)$, $\overrightarrow{v_s} = \overrightarrow{CD} = (2,-2,-1)$ y $\overrightarrow{AD} = (1,0,0)$ ¿da cero?

$$\begin{vmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 2 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 2 \neq 0$$

Las rectas se cruzan.

La fórmula de la distancia entre dos rectas que se cruzan es:

$$d(r,s) = Altura\ del\ paralelepípedo = \frac{Volumen\ del\ paralelepípedo}{Área\ de\ la\ base} = \frac{\overrightarrow{AD}\cdot\left(\overrightarrow{v_s}\times\overrightarrow{v_r}\right)}{\left|\overrightarrow{v_s}\times\overrightarrow{v_r}\right|}$$



Calculemos el producto vectorial de los vectores directores de las rectas

$$\overrightarrow{v_s}\times\overrightarrow{v_r} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & -2 & 0 \\ 2 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 2i+4k = (2,0,4)$$

$$\left|\overrightarrow{v_s}\times\overrightarrow{v_r}\right| = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

Hemos calculado anteriormente $\overrightarrow{AD}\cdot\left(\overrightarrow{v_s}\times\overrightarrow{v_r}\right) = 2$

$$d(r,s) = \frac{\overrightarrow{AD}\cdot\left(\overrightarrow{v_s}\times\overrightarrow{v_r}\right)}{\left|\overrightarrow{v_s}\times\overrightarrow{v_r}\right|} = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \boxed{\frac{\sqrt{5}}{5}u}$$

3. Sea la función

$$f(x)=\frac{x^2}{x^2-1}\ .$$

(a) Estudie las asíntotas, la monotonía (crecimiento y decrecimiento) y los extremos relativos (máximos y mínimos) de *f(x).* **(1,5 puntos)**

(b) Represente la gráfica de *f(x)* utilizando el apartado anterior. **(0,5 puntos)**

(a) El dominio de la función es $\mathbb{R}-\{1,-1\}$ ya que 1 y –1 anulan el denominador.

- Asíntotas verticales. Son $x=1$ y $x=-1$

- Asíntotas horizontales.

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{x^2-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{x^2}=\lim_{x\to\infty}1=1$$

La asíntota horizontal es $y=1$

- Asíntota oblicua no hay al haber una horizontal.

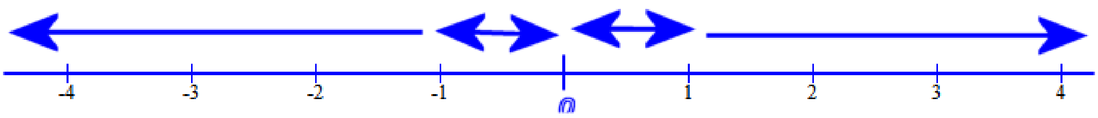
Para la monotonía calculamos la derivada de la función $f(x)=\frac{x^2}{x^2-1}$

$$f'(x)=\frac{2x\left(x^2-1\right)-2x\cdot x^2}{\left(x^2-1\right)^2}=\frac{2x^3-2x-2x^3}{\left(x^2-1\right)^2}=\frac{-2x}{\left(x^2-1\right)^2}$$

Igualamos a cero y obtenemos los puntos críticos.

$$f'(x)=0\Rightarrow\frac{-2x}{\left(x^2-1\right)^2}=0\Rightarrow-2x=0\Rightarrow x=0$$

Veamos el signo de la derivada antes de –1, entre –1 y 0, entre 0 y 1 y después de 1.

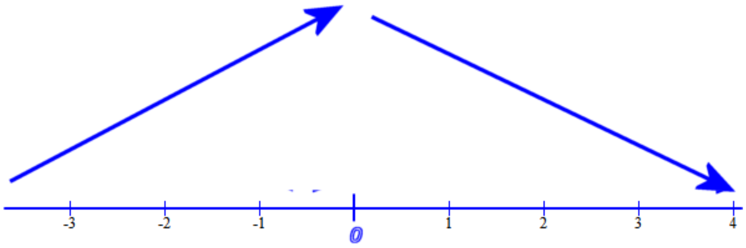


En $(-\infty,-1)$ tomamos x = –2 y la derivada vale $f'(-2)=\frac{4}{(4-1)^2}>0$. La función crece.

En $(-1,0)$ tomamos x = –0,5 y la derivada vale $f'(-0,5)=\frac{1}{(0,25-1)^2}>0$. La función crece.

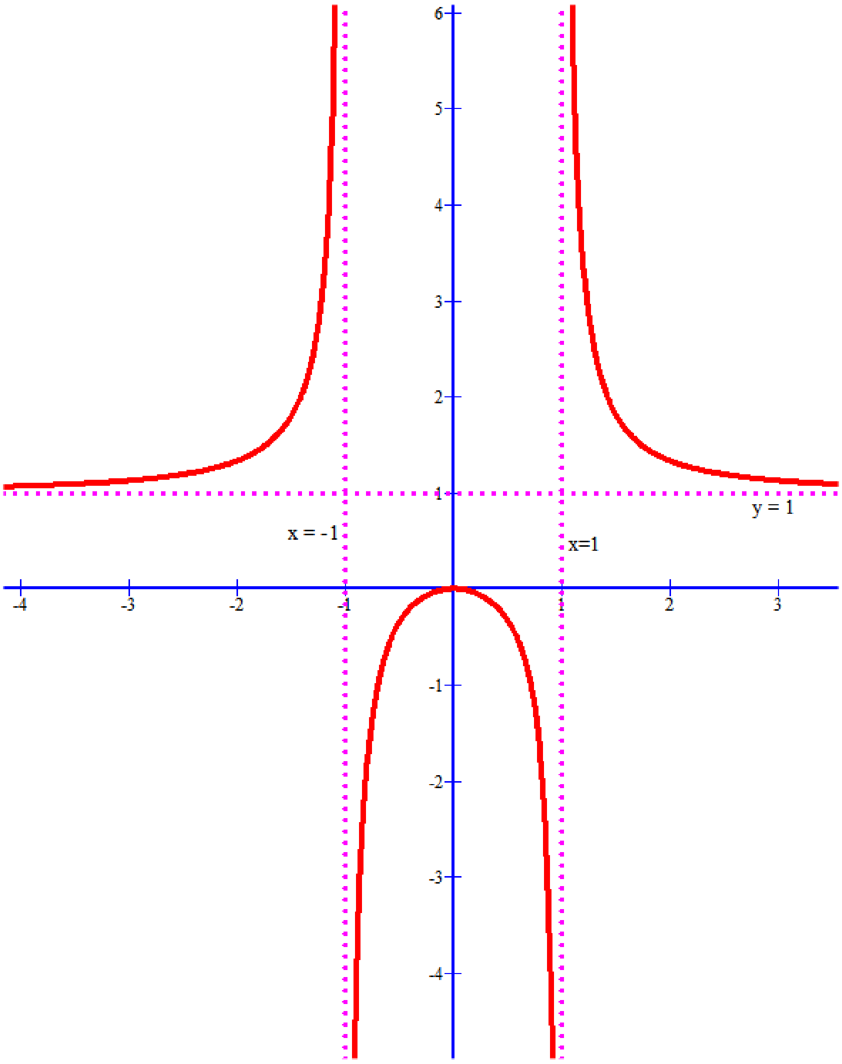
En $(0,1)$ tomamos x = 0,5 y la derivada vale $f'(0,5)=\frac{-1}{(0,25-1)^2}<0$. La función decrece.

En $(1,+\infty)$ tomamos x = 2 y la derivada vale $f'(2)=\frac{-4}{(4-1)^2}<0$. La función decrece.



La función crece en $(-\infty,-1)\cup(-1,0)$ y decrece en $(0,1)\cup(1,+\infty)$. Tiene un máximo relativo en x = 0.

(b) La gráfica de $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2-1}$ es



4. Calcule la primitiva F(x) de la función

$$f(x)=\frac{x-3}{x^2-1}$$ **(2 puntos)**

Para calcular la integral $\int \frac{x-3}{x^2-1}dx$ descomponemos en fracciones simples la función.

$$\frac{x-3}{x^2-1}=\frac{x-3}{(x-1)(x+1)}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+1}\Rightarrow\frac{x-3}{(x-1)(x+1)}=\frac{A(x+1)+B(x-1)}{(x-1)(x+1)}$$

$$x-3=A(x+1)+B(x-1)$$

$$Si\ x=1\to -2=2A\to A=-1$$

$$Si\ x=-1\to -4=-2B\to B=2$$

$$\frac{x-3}{x^2-1}=\frac{-1}{x-1}+\frac{2}{x+1}$$

Apliquémoslo a la integral que deseamos calcular.

$$\int\frac{x-3}{x^2-1}dx=\int\frac{-1}{x-1}+\frac{2}{x+1}dx=\int\frac{-1}{x-1}dx+\int\frac{2}{x+1}dx=$$

$$=-\ln|x-1|+2\ln|x+1|=-\ln|x-1|+\ln(x+1)^2=\boxed{\ln\frac{(x+1)^2}{|x-1|}+C}$$

La primitiva es $F(x)=\ln\frac{(x+1)^2}{|x-1|}+C$

5. Se estima que el 40% de los alumnos que comienzan un grado de ingeniería acaban obteniendo el grado. Si se elige al azar a 5 alumnos que comenzaron una ingeniería, calcule:
(a) La probabilidad de que los 5 alumnos obtengan el grado de ingeniero. **(0,75 puntos)**
(b) La probabilidad de que como máximo 2 obtengan el grado de ingeniero. **(0,75 puntos)**
(c) La media y la desviación típica de la distribución. **(0,5 puntos)**

Sea X = Número de alumnos que obtienen el grado de 5 estudiantes.
Llamamos éxito a obtener el grado. P (éxito) = P (sacar el grado) = 0,4 = p. Las repeticiones son 5 = n.

$$X=B(5,\ 0,4)\Rightarrow P(X=m)=\binom{5}{m}0,4^m\cdot 0,6^{5-m}$$

(a) $P(Obtengan\ los\ 5\ el\ grado)=P(X=5)=\binom{5}{5}0,4^5\cdot 0,6^0=0,4^5=\boxed{0,01024}$

OTRA FORMA DE HACERLO

Sin utilizar la binomial P(obtengan los 5 el grado) = P(obtenga el 1º) · P(obtenga el 2º) · P(obtenga el 3º) · P(obtenga el 4º) · P(obtenga el 5º) = $0,4^5$= $\boxed{0,01024}$

(b)

$$P(Obtengan\ como\ máximo\ 2\ el\ grado)=P(X\le 2)=$$

$$=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=$$

$$=\binom{5}{0}0,4^0\cdot 0,6^5+\binom{5}{1}0,4^1\cdot 0,6^4+\binom{5}{2}0,4^2\cdot 0,6^3=$$

$$=0,6^5+5\cdot 0,4\cdot 0,6^4+\frac{5\cdot 4}{2}0,4^2\cdot 0,6^3=0,6^5+2\cdot 0,6^4+10\cdot 0,4^2\cdot 0,6^3=\boxed{0,68256}$$

(c) Media = n · p = 5 · 0,4 = 2. Desviación típica = $\sqrt{npq}=\sqrt{5\cdot 0,4\cdot 0,6}=\sqrt{1,2}=1,09$