UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

Prueba de Evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (EBAU)

Curso 2018/2019

Convocatoria: Julio

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS II

El alumno contestará a los ejercicios de una de las dos propuestas (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a ejercicios de una propuesta y a ejercicios distintos de la otra. **Es necesario justificar las respuestas.**

Se permite el uso de calculadoras científicas siempre que no sean programables ni gráficas ni calculen integrales. **Si algún alumno es sorprendido con una calculadora no autorizada, podrá ser expulsado del examen; en todo caso, se le retirará la calculadora sin que tenga derecho a que le proporcionen otra.**

Tiempo: Una hora y media

PROPUESTA A:

1.- (2 puntos) Sea $\{e_1, e_2, e_3\}$ una base de $\mathbb{R}^3$, de modo que los vectores son unitarios y forman entre sí ángulos de 45º. Dados los vectores $u = e_1 + e_2$ y $v = e_1 - e_2 + e_3$.

(I) Calcula el módulo de los vectores u y v.

(II) Calcula el coseno del ángulo formado por los vectores u y v.

2.- (2 puntos) El peso medio según la OMS de un niño de 5 años sigue una distribución normal de media 18,5 kg y desviación típica 2,25 kg. Si se elige un niño al azar, Halla el porcentaje de niños

(I) cuyo peso es superior a 23 kg.

(II) cuyo peso está entre 15 y 23 kg.

(Véase la tabla simplificada de la normal tipificada que aparece al final del examen)

3.- (3 puntos) Sea la función

$$f(x) = \frac{|x|}{x^2 - 1}$$

(I) Analiza la continuidad y derivabilidad de la función *f*.

(II) Razona si se puede aplicar, o no, el teorema de Rolle en el intervalo $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$. En caso afirmativo, calcula el valor $c \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ a que se refiere el teorema de Rolle.

(III) Halla el área encerrada por *f* y el eje de abscisas en el intervalo $\left[\frac{3}{2}, 4\right]$

4.- (3 puntos) Sea a un parámetro real cualquiera. Considere la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & -a & 2a-1 \end{pmatrix}.$$

(I) Determina para qué valores del parámetro a existe la inversa de la matriz A.

(II) Halla la inversa de la matriz A, cuando exista.

(III) Para $a=1$ y las matrices

$$B=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix},\quad D=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

resuelve el sistema

$$\begin{cases} BXA=Y \\ \dfrac{1}{3}Y+C=D \end{cases}$$

PROPUESTA B:

1.- (2 puntos) En un colegio se han ofertado para los niños de infantil tres actividades extraescolares Inglés (ING), Multideporte (MUL) y Robótica (ROB), con dos rangos de edad de 3 a 4 años (MP) y de 5 a 6 años (MG). Se sabe que se han apuntado a alguna actividad un total de 300 niños. De ellos, hay 100 que tienen entre 3 y 4 años, de los cuales 82 hacen Inglés y 10 han elegido Multideporte. Se sabe que al grupo de Robótica se han apuntado 83 niños, y hay 105 niños de entre 5 y 6 años que se han apuntado a Inglés.

(I) Toma un niño al azar, halla las siguientes probabilidades:

$P(MG),\ P(MUL), P(MP \cap ROB), P(ROB/MP)\ y\ P(MG/ING)$.

(II) Comprueba que el suceso MUL es independiente de la edad del niño.

2.- (2 puntos) Dos vértices consecutivos de un rectángulo son P = (2,2,1) y Q = (0,0,–1) y los otros dos pertenecen a una recta r que pasa por el punto A = (5,4,3).

(I) Determina la ecuación de la recta r.

(II) Determina la ecuación del plano que contiene al rectángulo.

3.- (3 puntos) Sea la función

$$f(x) = \frac{|x|}{x^2 - 1}$$

(I) Analiza la continuidad y derivabilidad de la función *f*.

(II) Razona si se puede aplicar, o no, el teorema de Rolle en el intervalo $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$. En caso afirmativo, calcula el valor $c \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ a que se refiere el teorema de Rolle.

(III) Halla el área encerrada por *f* y el eje de abscisas en el intervalo $\left[\frac{3}{2}, 4\right]$

4.- (3 puntos) Sea a un parámetro real cualquiera. Considere la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & -a & 2a-1 \end{pmatrix}.$$

(I) Determina para qué valores del parámetro a existe la inversa de la matriz A.

(II) Halla la inversa de la matriz A, cuando exista.

(III) Para $a = 1$ y las matrices

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

resuelve el sistema

$$\begin{cases} BXA = Y \\ \frac{1}{3}Y + C = D \end{cases}$$

SOLUCIONES

PROPUESTA A:

1.- (2 puntos) Sea $\{e_1, e_2, e_3\}$ una base de $\mathbb{R}^3$, de modo que los vectores son unitarios y forman entre sí ángulos de 45º. Dados los vectores $u = e_1 + e_2$ y $v = e_1 - e_2 + e_3$.

(I) Calcula el módulo de los vectores u y v.

(II) Calcula el coseno del ángulo formado por los vectores u y v.

(I)

$$|u| = \sqrt{u \cdot u} = \sqrt{(e_1+e_2)(e_1+e_2)} = \sqrt{e_1e_1 + e_1e_2 + e_2e_1 + e_2e_2} =$$

$$= \sqrt{e_1e_1 + 2e_1e_2 + e_2e_2} = \sqrt{|e_1||e_1|\cos 0^o + 2|e_1||e_2|\cos 45^o + |e_2||e_2|\cos 0^o} =$$

$$= \sqrt{1 + 2\frac{\sqrt{2}}{2} + 1} = \boxed{\sqrt{2+\sqrt{2}}}$$

$$|v| = \sqrt{v \cdot v} = \sqrt{(e_1 - e_2 + e_3)(e_1 - e_2 + e_3)} =$$

$$= \sqrt{e_1e_1 - e_1e_2 + e_1e_3 - e_2e_1 + e_2e_2 - e_2e_3 + e_3e_1 - e_3e_2 + e_3e_3} =$$

$$= \sqrt{e_1e_1 - 2e_1e_2 + 2e_1e_3 + e_2e_2 - 2e_2e_3 + e_3e_3} =$$

$$= \sqrt{|e_1||e_1|\cos 0^o - 2|e_1||e_2|\cos 45^o + 2|e_1||e_3|\cos 45^o + |e_2||e_2|\cos 0^o - 2|e_2||e_3|\cos 45^o + |e_3||e_3|\cos 0^o} =$$

$$= \sqrt{1 - 2\frac{\sqrt{2}}{2} + 2\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - 2\frac{\sqrt{2}}{2} + 1} = \boxed{\sqrt{3-\sqrt{2}}}$$

(II) Apliquemos la fórmula del producto escalar.

$$u \cdot v = (e_1 + e_2)(e_1 - e_2 + e_3) = e_1e_1 - e_1e_2 + e_1e_3 + e_2e_1 - e_2e_2 + e_2e_3 =$$

$$= |e_1||e_1|\cos 0^o - |e_1||e_2|\cos 45^o + |e_1||e_3|\cos 45^o + |e_2||e_1|\cos 45^o - |e_2||e_2|\cos 0^o + |e_2||e_3|\cos 45^o =$$

$$= 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

Por otro lado

$$u \cdot v = |u| \cdot |v| \cdot \cos(u,v) = \sqrt{2+\sqrt{2}}\sqrt{3-\sqrt{2}} \cdot \cos(u,v) = \sqrt{(2+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})} \cdot \cos(u,v)$$

$$u \cdot v = \sqrt{6 - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 2} \cdot \cos(u,v) = \sqrt{4+\sqrt{2}} \cdot \cos(u,v)$$

Igualando ambos resultados

$$\sqrt{2} = \sqrt{4+\sqrt{2}} \cdot \cos(u,v) \Rightarrow \boxed{\cos(u,v) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4+\sqrt{2}}}}$$

2.- (2 puntos) El peso medio según la OMS de un niño de 5 años sigue una distribución normal de media 18,5 kg y desviación típica 2,25 kg. Si se elige un niño al azar, Halla el porcentaje de niños

(I) cuyo peso es superior a 23 kg.

(II) cuyo peso está entre 15 y 23 kg.

(Véase la tabla simplificada de la normal tipificada que aparece al final del examen)

X = Peso de un niño de 5 años. X = N(18,5, 2,25)

(I)

$$P(X>23)=\{Tipificamos\}=P\left(\frac{X-18,5}{2,25}>\frac{23-18,5}{2,25}\right)=$$
$$=P(Z>2)=1-P(Z<2)=1-0,9772=\boxed{0,0228}$$

El porcentaje es de 2,28%

(II)

$$P(15<X<23)=\{Tipificamos\}=P\left(\frac{15-18,5}{2,25}<\frac{X-18,5}{2,25}<\frac{23-18,5}{2,25}\right)=$$
$$=P(-1,55<Z<2)=P(Z<2)-P(Z<-1,55)=P(Z<2)-P(Z>1,55)=$$
$$=P(Z<2)-(1-P(Z<1,55))=0,9772-1+0,9394=\boxed{0,9166}$$

El porcentaje es del 91,66 %

3.- (3 puntos) Sea la función

$$f(x)=\frac{|x|}{x^2-1}$$

(I) Analiza la continuidad y derivabilidad de la función *f*.

(II) Razona si se puede aplicar, o no, el teorema de Rolle en el intervalo $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$. En caso afirmativo, calcula el valor $c\in\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ a que se refiere el teorema de Rolle.

(I) Halla el área encerrada por *f* y el eje de abscisas en el intervalo $\left[\frac{3}{2},4\right]$

La función $f(x)=\frac{|x|}{x^2-1}$ tiene como dominio $\mathbb{R}-\{-1,1\}$, ya que el denominador se anula para x = 1 y x = –1

La función se puede expresar como $f(x)=\begin{cases}\dfrac{-x}{x^2-1} & si \quad x\le 0 \ y \ x\neq -1\\ \dfrac{x}{x^2-1} & si \quad x>0 \ y \ x\neq 1\end{cases}$

Esa función es continua en cualquier valor de x distinto de –1, 0 y 1. Veamos en x = 0.

- Existe $f(0)=\frac{0}{0-1}=0$
- Existe $\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{-x}{x^2-1}=0$
- Existe $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{x}{x^2-1}=0$
- Los tres valores son iguales.

La función es continua en $\mathbb{R}-\{-1,1\}$.

Veamos la derivabilidad de la función en x = 0

Como la derivada de la función es $f'(x)=\begin{cases} \dfrac{-x^2+1+2x^2}{x^2-1}=\dfrac{x^2+1}{x^2-1} & si \quad x<0 \ y \ x\neq -1 \\ \dfrac{x^2-1-2x^2}{x^2-1}=\dfrac{-x^2-1}{x^2-1} & si \quad x>0 \ y \ x\neq 1 \end{cases}$

Entonces $f'(0^-)=\lim_{x\to 0^-}\dfrac{x^2+1}{x^2-1}=\dfrac{0+1}{0-1}=-1$ y $f'(0^+)=\lim_{x\to 0^-}\dfrac{-x^2-1}{x^2-1}=\dfrac{0-1}{0-1}=1$. Como son valores distintos no existe la derivada en x = 0.

Es derivable en $\mathbb{R}-\{-1,0,1\}$

(II) En el intervalo $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$ la función es continua, pero en el intervalo $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ la función no es derivable, ya que existe un punto del intervalo donde no es derivable x = 0. No es aplicable el teorema de Rolle.

(III) En el intervalo $\left[\frac{3}{2},4\right]$ la función es $f(x)=\dfrac{x}{x^2-1}$. Veamos donde corta la función el eje de abscisas. $f(x)=0 \Rightarrow \dfrac{x}{x^2-1}=0 \Rightarrow x=0$. Como x = 0 no pertenece al intervalo $\left[\frac{3}{2},4\right]$ el área de la región pedida es:

$$Área=\int_{1,5}^{4}\frac{x}{x^2-1}dx=\frac{1}{2}\int_{1,5}^{4}\frac{2x}{x^2-1}dx=\frac{1}{2}\left[\ln\left(x^2-1\right)\right]_{1,5}^{4}=$$

$$=\frac{1}{2}\left(\left[\ln\left(4^2-1\right)\right]-\left[\ln\left(1,5^2-1\right)\right]\right)=\frac{1}{2}(\ln 15-\ln 1,25)=\frac{1}{2}\ln\frac{15}{1,25}=\boxed{\frac{1}{2}\ln 12\,u^2}$$

4.- (3 puntos) Sea a un parámetro real cualquiera. Considere la matriz:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & -a & 2a-1 \end{pmatrix}.$$

(I) Determina para qué valores del parámetro a existe la inversa de la matriz A.
(II) Halla la inversa de la matriz A, cuando exista.
(III) Para $a=1$ y las matrices

$$B=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad C=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad D=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

resuelve el sistema

$$\begin{cases} BXA=Y \\ \frac{1}{3}Y+C=D \end{cases}$$

(I) Para que tenga inversa no se debe anular su determinante.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & -a & 2a-1 \end{vmatrix} = a(2a-1) \text{ si igualamos a cero}$$

$$|A| = 0 \Rightarrow a(2a-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ 2a-1=0 \Rightarrow 2a=1 \Rightarrow a = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

La matriz A tiene inversa para todo valor de a distinto de 0 y 0,5.

(II) Su inversa se calcula con la fórmula

$$A^{-1} = \frac{Adj\left(A^t\right)}{|A|} = \frac{Adj\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & -a \\ 0 & 0 & 2a-1 \end{pmatrix}}{a(2a-1)} = \frac{\begin{pmatrix} +\begin{vmatrix} a & -a \\ 0 & 2a-1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & -a \\ 0 & 2a-1 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 0 & a \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2a-1 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2a-1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \\ +\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ a & -a \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -a \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a \end{vmatrix} \end{pmatrix}}{a(2a-1)}$$

$$A^{-1} = \frac{\begin{pmatrix} a(2a-1) & 0 & 0 \\ 0 & 2a-1 & 0 \\ 0 & a & a \end{pmatrix}}{a(2a-1)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{a} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{2a-1} & \dfrac{1}{2a-1} \end{pmatrix}$$

(III)

$$\begin{cases} BXA = Y \\ \dfrac{1}{3}Y + C = D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BX = YA^{-1} \\ Y + 3C = 3D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = B^{-1}YA^{-1} \\ Y = 3D - 3C \end{cases}$$

$$Y = 3D - 3C = 3\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -3 & -3 \\ 3 & -6 & 9 \end{pmatrix}$$

Calculemos la inversa de la matriz B.

$$|B| = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = 6 - 5 = 1 \neq 0$$

$$B^{-1} = \frac{Adj\left(B^t\right)}{|B|} = \frac{Adj\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}}{1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$X = B^{-1}YA^{-1} = X = B^{-1}YA^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 6 & -3 & -3 \\ 3 & -6 & 9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}12-3 & -6+6 & -6-9\\ -30+9 & 15-18 & 15+27\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}9 & 0 & -15\\ -21 & -3 & 42\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9 & -15 & -15\\ -21 & 39 & 42\end{pmatrix}$$

La solución es $X=\begin{pmatrix}9 & -15 & -15\\ -21 & 39 & 42\end{pmatrix}$ e $Y=\begin{pmatrix}6 & -3 & -3\\ 3 & -6 & 9\end{pmatrix}$

PROPUESTA B:

1.- (2 puntos) En un colegio se han ofertado para los niños de infantil tres actividades extraescolares Inglés (ING), Multideporte (MUL) y Robótica (ROB), con dos rangos de edad de 3 a 4 años (MP) y de 5 a 6 años (MG). Se sabe que se han apuntado a alguna actividad un total de 300 niños. De ellos, hay 100 que tienen entre 3 y 4 años, de los cuales 82 hacen inglés y 10 han elegido Multideporte. Se sabe que al grupo de Robótica se han apuntado 83 niños, y hay 105 niños de entre 5 y 6 años que se han apuntado a inglés.

(I) Toma un niño al azar, halla las siguientes probabilidades:

$P(MG)$, $P(MUL)$, $P(MP \cap ROB)$, $P(ROB/MP)$ y $P(MG/ING)$.

(II) Comprueba que el suceso MUL es independiente de la edad del niño.

Realicemos una tabla de contingencia para aclararnos con los datos proporcionados y obtener los datos consecuencia de estos.

	Inglés	Multideporte	Robótica	
De 3 y 4 años	**82**	**10**		**100**
De 5 a 6 años	**105**			
			83	**300**

Completamos la tabla, a partir de estos datos

	Inglés (ING)	Multideporte (MUL)	Robótica (ROB)	
De 3 y 4 años (MP)	**82**	**10**	**8**	**100**
De 5 a 6 años (MG)	**105**	**20**	**75**	**200**
	187	**30**	**83**	**300**

(I)

$$P(MG) = \frac{200}{300} = \frac{2}{3} = 0,66$$

$$P(MUL) = \frac{30}{300} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$P(MP \cap ROB) = \frac{8}{300} = 0,026$$

$$P(ROB/MP) = \frac{8}{100} = 0,08$$

$$P(MG/ING) = \frac{105}{187} = 0,561$$

(II)

$$\left.\begin{array}{l} P(MUL \cap MP) = \frac{10}{300} = \frac{1}{30} \\ P(MUL) \cdot P(MP) = \frac{30}{300} \cdot \frac{100}{300} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{30} \end{array}\right\} \Rightarrow MUL \text{ y } MP \text{ son independientes}$$

$$\left.\begin{array}{l} P(MUL\cap MG)=\dfrac{20}{300}=\dfrac{1}{15} \\ P(MUL)\cdot P(MG)=\dfrac{30}{300}\cdot\dfrac{200}{300}=\dfrac{1}{10}\cdot\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{15} \end{array}\right\}\Rightarrow MUL\ y\ MG \text{ son independientes}$$

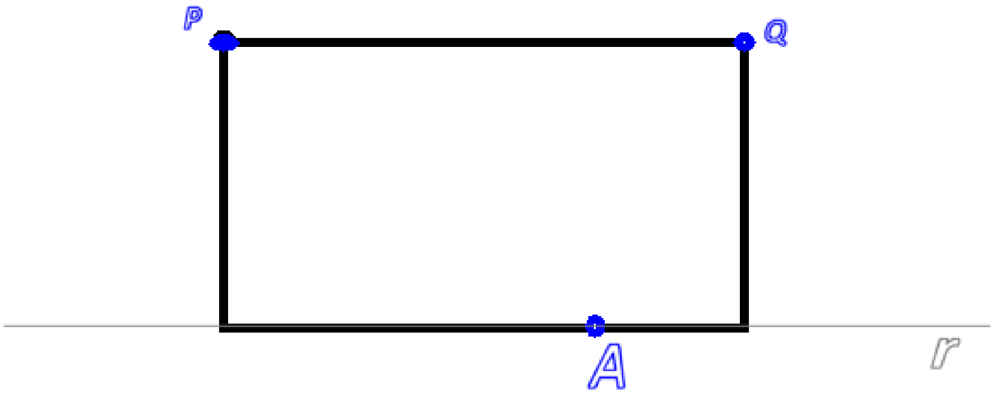
El suceso *MUL* es independiente de la edad.

2.- (2 puntos) Dos vértices consecutivos de un rectángulo son P = (2,2,1) y Q = (0,0,–1) y los otros dos pertenecen a una recta r que pasa por el punto A = (5,4,3).

(I) Determina la ecuación de la recta r.

(II) Determina la ecuación del plano que contiene al rectángulo.

La situación es la del dibujo



(I) La recta pedida tiene como vector director $\overrightarrow{PQ}=(0,0,-1)-(2,2,1)=(-2,-2,-2)$ y pasa por A = (5,4,3).

$$\left.\begin{array}{l} \text{Pasa por } A(5,4,3) \\ \vec{v}=(-2,-2,-2) \end{array}\right\}\Rightarrow r:\begin{cases} x=5-2t \\ y=4-2t \\ z=3-2t \end{cases}$$

Podríamos haber utilizado el vector director (1,1,1), pero es igualmente válido.

(II) La ecuación del plano necesita de otro vector director que puede ser $\overrightarrow{PA}=(5,4,3)-(2,2,1)=(3,2,2)$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Pasa por Q}(0,0,-1) \\ \overrightarrow{PQ}=(-2,-2,-2) \\ \overrightarrow{PA}=(3,2,2) \end{array}\right\}\Rightarrow \pi:\begin{vmatrix} x & y & z+1 \\ -2 & -2 & -2 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}=0$$

$$-4x-6y-4z-4+6z+6+4y+4x=0$$

$$\pi:-2y+2z+2=0$$

$$\boxed{\pi: y-z-1=0}$$

3.- (3 puntos) Sea la función

$$f(x)=\frac{|x|}{x^2-1}$$

(I) Analiza la continuidad y derivabilidad de la función *f*.

(II) Razona si se puede aplicar, o no, el teorema de Rolle en el intervalo $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$. En caso afirmativo, calcula el valor $c\in\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ a que se refiere el teorema de Rolle.

(III) Halla el área encerrada por f y el eje de abscisas en el intervalo $\left[\frac{3}{2},4\right]$

Hecho en la propuesta A

4.- (3 puntos) Sea a un parámetro real cualquiera. Considere la matriz:

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & a & 0\\ 0 & -a & 2a-1\end{pmatrix}.$$

(I) Determina para qué valores del parámetro a existe la inversa de la matriz A.

(II) Halla la inversa de la matriz A, cuando exista.

(III) Para $a=1$ y las matrices

$$B=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 5 & 2\end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ -1 & 2 & -3\end{pmatrix},\quad D=\begin{pmatrix}3 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

resuelve el sistema

$$\begin{cases}BXA=Y\\ \frac{1}{3}Y+C=D\end{cases}$$

Hecho en la propuesta A