**CONVOCATORIA DE XULLO 2019**

**MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A**

***Exercicio 1:***

x = nº billetes de 5 €

y = nº billetes de 10 €

z = nº billetes de 20€

**a) Formulación problema**

| | | |
|---|---|---|
| 5x+ 10y+ 20z =400 | | 5x+ 10y+ 20z =400 |
| $z = \frac{x+y+z}{3}$ | De forma equivalente | x+ y -2z = 0 |
| x =y + z- 4 | | x - y - z = -4 |

**b) En forma matricial**

$$\underset{A}{\begin{pmatrix} 5 & 10 & 20 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}} \underset{X}{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}} = \underset{B}{\begin{pmatrix} 400 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}}$$

**c) Inversa matriz coeficientes**

Matriz de coeficientes: A

$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)}(A^t)^*$ ; det(A) = (-5-20-20-20-10+10) = – 65

$$A^t = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 10 & 1 & -1 \\ 20 & -2 & -1 \end{pmatrix}; \ (A^t)^* = \begin{pmatrix} -3 & -10 & -40 \\ -1 & -25 & 30 \\ -2 & 15 & -5 \end{pmatrix}; \ \mathbf{A^{-1}} = -\frac{1}{65}\begin{pmatrix} -3 & -10 & -40 \\ -1 & -25 & 30 \\ -2 & 15 & -5 \end{pmatrix}$$

Para resolver o sistema

$A \cdot X = B \Rightarrow A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B \Rightarrow X = A^{-1} \cdot B$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = -\frac{1}{65}\begin{pmatrix} -3 & -10 & -40 \\ -1 & -25 & 30 \\ -2 & 15 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 400 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 8 \\ 12 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} x = 16 \\ y = 8 \\ z = 12 \end{matrix}$$

**18= nº billetes de 5 €; 8= nº billetes de 10 €; 12= nº billetes de 20 €**

**CONVOCATORIA DE XULLO 2019**

**MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A**

***Exercicio 2:***

P(t) = $\frac{24}{t^2-4t+16}+2$ si $t\geq 0$

**a)** Para calcular **o prezo de lanzamento** P(0)= $\frac{24}{16}+2$= 3,5 centos de € $\Leftrightarrow$ **350€**

Calculamos o momento en que o prezo volve a ser 350€ ?

P(t) = $\frac{24}{t^2-4t+16}+2$ = 3,5 $\Rightarrow t^2-4t+16$ =16 $\Rightarrow t^2-4t=0 \Leftrightarrow t=\begin{cases}4\\0\end{cases}$

**O prezo coincide co de lanzamento no 4º ano**

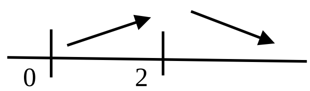
**b)** P'(t)= $\frac{-24(2t-4)}{(t^2-4t+16)^2}$ ; P'(t)= 0 $\Leftrightarrow$ 24(2t-4)=0 $\Leftrightarrow$ t=2 (punto crítico?)

t = 2 punto crítico

(0, 2) P'(t) > 0 $\Rightarrow$ P crecente

(2, $\infty$) P'(t) < 0 $\Rightarrow$ P decrecente

| | (0, 2) | (2, $\infty$) |
|---|---|---|
| t | t = 1 | t = 3 |
| Signo P'(t) | P'(t) > 0 | P'(t) < 0 |
| | ↗ | ↘ |




En t = 2 hai un máximo de P(t)

**O prezo crece desde o momento que se puxo a venta ata o 2º ano en despois decrece, habendo un máximo en t=2**

Máx P(t) = $\frac{24}{4-8+16}$+2 = 4; **"o prezo máximo foi de 400€ no 2º ano"**

**c)** Estudamos a tendencia : $\lim\limits_{t\to\infty}$ P(t) = $\lim\limits_{t\to\infty}\frac{24}{t^2-4t+16}+2$ = 2

**Co paso do tempo o prezo tende a 200€**

**CONVOCATORIA DE XULLO 2019**

**MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A**

***Exercicio 3:***

Sexan os sucesos

**$A_1$=“proceder do centro da cidade”**

**$A_2$=“proceder de barrios periféricos”**

**$A_3$=“proceder de vilas próximas”**

**C =“realizar compra”**

Sabemos que $P(A_1)=0,2$; $P(A_2)=0,45$; $P(A_3)=0,35$

$P(C \mid A_1)=0,6$; $P(C \mid A_2)=0,75$; $P(C \mid A_3)=0,5$

**a)** $P(\overline{C}) = 1-P(C)$

$P(C)= P(C \mid A_1)\text{x } P(A_1)+ P(C \mid A_2)\text{x } P(A_2)+ P(C \mid A_3)\text{x } P(A_3)=0,6\text{x}0,2+ 0,75\text{x}0,45+ 0,5\text{x}0,35=$

↓

**Probabilidades Totais** $=0,6325 \Rightarrow P(\overline{C})= 1-0,6325= 0,3675$

Se visitan o centro 2000 persoas, espérase que **NON compren** 0,3675x2000=**735 persoas**

**(Tamén se podería resolver con un diagrama de árbore)**

**b)** $P(A_3 \mid C)= \dfrac{P(A_3 \cap C)}{P(C)} = \dfrac{P(C \mid A3)\text{x } P(A3)}{P(C)} = \dfrac{0,5\text{x}0,35}{0,6325} = 0,2767$

**Se realizou algunha compra a probabilidade de que proceda dunha vila próxima é 0,2767**

***Exercicio 4:***

X= nivel de glicosa en sangue $N(\mu,\sigma=15)$

n = 100; media mostral $\hat{\mu} = 105$

a) Intervalo de Confianza para $\mu$ = nivel medio glicosa: $\mu \in (\hat{\mu} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ $(1-\alpha)$

$1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow \alpha = 0,05 \Rightarrow \alpha/2 = 0,025 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$ (táboas)

**CONVOCATORIA DE XULLO 2019**

**MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A**

Intervalo:

$L_1 = 105 - 1{,}96\frac{15}{\sqrt{100}} = 105\text{-}2{,}94 = 102{,}06$

$L_2 = 105 + 1{,}96\frac{15}{\sqrt{100}} = 105+2{,}94 = 107{,}94$

**Intervalo de confianza para o nivel medio de glicosa ( 102,06 , 107,94) a un n.c do 95%**

b) **Erro máximo?**

**e** = $z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1{,}96\frac{15}{\sqrt{100}} =$ **2,94 mg/cm$^3$**

Ou tamén, **e**= $L_2 - \hat{\mu} = 107{,}94 - 105 =$ **2,94 mg/cm$^3$**

c) N.c 99%

$1 - \alpha = 0{,}99 \Rightarrow \alpha = 0{,}01 \Rightarrow \alpha/2 = 0{,}005 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0{,}995$

$z_{\alpha/2} = 2{,}575$ **A maior n.c maior amplitude de intervalo**

**e** = $z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2{,}575\frac{15}{\sqrt{100}} =$ **3,86 mg/cm$^3$ →maior amplitude**

Intervalo (105- 3,86 , 105+3,86)= ( 101,14 , 108,86) **a un n.c do 99%** mais amplo que o n.c do 95%

**CONVOCATORIA DE XULLO 2019**

## MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

***Exercicio 1:***

x = Cantidade viño branco (en millóns de litros)

y = Cantidade viño tinto (en millóns de litros)

**a) Formulación problema**

Función obxectivo **Máx f(x, y) = 8x +6y** s.a restricións

$$x + y \leq 90$$
$$x \leq 2y$$
$$x \geq \frac{y}{2} \Leftrightarrow 2x \geq y$$
$$x+y \geq 45$$
$$x \geq 0$$
$$y \geq 0$$

Vértices

A: $\left.\begin{array}{r} x+y=90 \\ x=2y \end{array}\right\} A(60,30)$

B: $\left.\begin{array}{r} x+y=90 \\ 2x=y \end{array}\right\} B(30,60)$

C: $\left.\begin{array}{r} x+y=45 \\ 2x=y \end{array}\right\} C(15,30)$

D: $\left.\begin{array}{r} x+y=45 \\ x=2y \end{array}\right\} D(30,15)$

**b)** Avaliamos a función obxectivo nos vértices

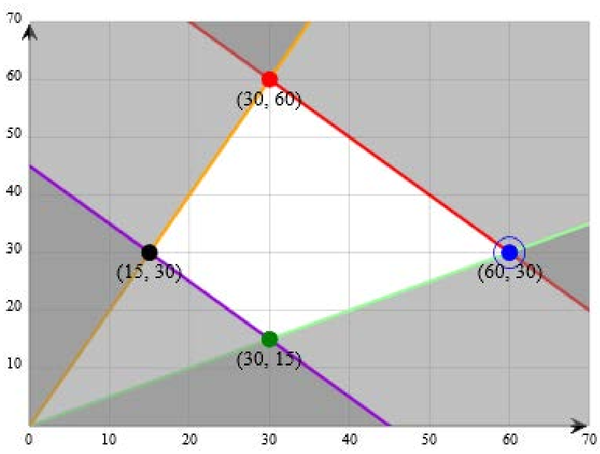
f(A) =f(60, 30)=8x60+6x30= 660 $\rightarrow$ Máximo, **solución óptima**

f(B) =600

f(C) = 300

f(D) =330

**Para maximizar os ingresos deben producirse 60 millóns de litros de viño branco e 30 millóns de tinto**




**Os ingresos máximos ascenden a 660 millóns de €**

**CONVOCATORIA DE XULLO 2019**

**MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B**

***Exercicio 2:***

Representaremos a función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & se \quad 0 \le x \le 4 \\ 7 - x & se \quad 4 < x \le 7 \end{cases}$

**Dominio de f: (0,4]∪(4,7]**

**Puntos corte eixes: Se** $0 \le x \le 4$ f(0) = 3 $\rightarrow$ punto de **corte con OY (0,3)**

f(x)=0= $x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} = \begin{cases} \boxed{1} \\ \boxed{3} \end{cases}$ $\rightarrow$ **Corta a OX en (1,0) e (3,0)**

**Se** $4 < x \le 7$ f(x)= 0=7-x $\Rightarrow$x=7 $\rightarrow$ **Corta a OX en (7,0)**

**Monotonía**

**En (0,4)** f'(x) = 2x-4; f'(x)=0 $\Rightarrow$ x=2 ( punto crítico)

**(0, 2)** f'(x) < 0 $\Rightarrow$ **f decrecente**

**(2, 4)** f'(x) > 0 $\Rightarrow$ **f crecente**

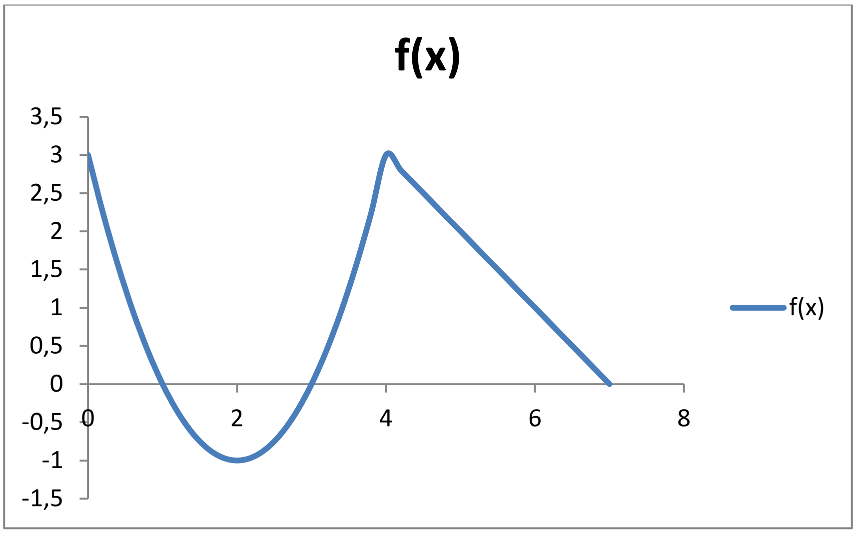
| | (0, 2) | (2, 4) |
|---|---|---|
| x | x= 1 | x = 3 |
| Signo f'(x) | f'(x) < 0 | f'(x) > 0 |

**En (4,7)** **f**(x)=7-x, recta decrecente **ou ben** f'(x) = -1 < 0 $\Rightarrow$ **f decrecente**

**En x= 2 hai un mínimo f(2)= -1** $\rightarrow$ **(2, -1) mínimo**

**CONVOCATORIA DE XULLO 2019**

**MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B**




**b)** Area entre os eixes e f(x)≥0

Área=$\int_0^1 (x^2 - 4x + 3)dx + \int_3^4 (x^2 - 4x + 3)dx + \int_4^7 (7 - x)dx$

Aplicamos a regra de Barrow:

**Area** = $\left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x\right]_0^1 + \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x\right]_3^4 + \left(7x - \frac{x^2}{2}\right]_4^7$

$= \left(\frac{1}{3} - 2 + 3\right) + \left(\frac{64}{3} - 32 + 12 - \frac{27}{3} + 18 - 9\right) + \left(49 - \frac{49}{2} - 28 + 8\right) = \frac{43}{6}$ **u²**

***Exercicio 3***

Consideramos os sucesos

B=lámpada branca → P(B) = $\frac{200}{200+150+250} = \frac{200}{600} = \frac{1}{3}$

A= lámpada azul → P(A)= $\frac{150}{200+150+250} = \frac{150}{600} = \frac{1}{4}$

V = lámpada vermella→ P(V) = $\frac{150}{200+150+250} = \frac{150}{600} = \frac{5}{12}$

$\overline{\mathrm{F}}$ = lámpada non funciona

Tamén sabemos que : P($\overline{\mathrm{F}}$ | B) =0,01 ; P($\overline{\mathrm{F}}$ | A) =0,02 ; P($\overline{\mathrm{F}}$ | V) =0,03

**a)** **P($\overline{\mathrm{F}}$)=** P($\overline{\mathrm{F}}$ | B)x P(B)+ P($\overline{\mathrm{F}}$ | A)xP(A)+ P($\overline{\mathrm{F}}$ | V)xP(V)= 0,01x$\frac{1}{3}$+0,02x$\frac{1}{4}$+0,03x$\frac{5}{12}$ =

$=\frac{0,25}{12}=$**0,020833**

**b) $P(\overline{V}\mid F)$=**1- $P(V \mid F)$ ; $P(V \mid F)=\frac{P(F\mid V)xP(V)}{P(F)}$

Calculamos $P(F)=1-P(\overline{F})=1-\frac{0,25}{12}=\frac{11,75}{12}$ e $P(F\mid V)=1-P(\overline{F}\mid V)=1-0,03=0,97$

Substituíndo $P(V \mid F)=0,4128$

A probabilidade pedida **$P(\overline{V}\mid F)$** =1- 0,4128= **0,5872**

**Tamén podemos resolvelo a través dun diagrama de árbore**

***Exercicio 4***

p = proporción de estudantes que manifestan querer realizar estudos universitarios
mostra n = 25

**proporción mostral** $\hat{p}=0,75$

**a ) IC para p:** $\left(\hat{p}\pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right)$ **a un n.c (1-$\alpha$ )**

$1-\alpha=0,90 \Rightarrow \alpha=0,10 \Rightarrow \alpha/2=0,05 \Rightarrow 1-\alpha/2=0,95 \Rightarrow z_{\alpha/2}=1,645$

$L_1=0,75-1,645\sqrt{\frac{0,75\text{x }0,25}{25}}=0,75-0,14246=0,6075$

$L_2=0,75+1,645\sqrt{\frac{0,75\text{x }0,25}{25}}=0,75+0,14246=0,8925$

A proporción de estudantes que manifestan querer realizar estudos universitarios estará entre (0,6075 , 0,8925 ) a un **Nivel de confianza do 90%**

**c)** p=0,8 n=100

A distribución de $\hat{p}$ e $N\left(p,\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right)=N(0,8\ ,\ 0,04)$

**$P(\hat{p}>0,65)$=** $P\left(Z>\frac{0,65-0,8}{0,04}\right)=P(Z>-3,75)=P(Z\leq 3,75)=$**0,9999**