

# Exemplos de resposta / Soluciones

## CONVOCATORIA DE XUÑO 2019 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

### Exercicio 1:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } B^t \cdot A \cdot B &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 13 & 5 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{b) } \text{Sexa } I \text{ a matriz identidade, } I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Calculamos } A-I = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Det}(A-I) = |A-I| = -1$$

$$(A-I)^t = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Adj}(A-I)^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

**A matriz inversa de A-I** será  $(A-I)^{-1} = \frac{1}{\text{Det}(A-I)} \text{Adj}(A-I)^t$

$$(A-I)^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

**c)** Despexamos X na ecuación matricial  $A \cdot X - B = X$

$$A \cdot X - X = B \Rightarrow (A-I) \cdot X = B \Rightarrow X = (A-I)^{-1} \cdot B$$

Cálculo de X

$$X = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

# Exemplos de resposta / Solucións

## CONVOCATORIA DE XUÑO 2019 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

### Exercicio 2:

N = número de espectadores en millóns

$N(t) = K + \frac{8t}{1+t^2}$ , sendo t o tempo en anos

a) Calculamos K substituíndo en N(t)

$$N(2) = K + \frac{16}{1+4} = 4,2 \Rightarrow K = 4,2 - \frac{16}{5} = 1$$

b) Estudamos o crecemento e decrecemento da función N(t)

$$N'(t) = \frac{8(1+t^2) - 2t \cdot 8t}{(1+t^2)^2} = 0 \Rightarrow 8+8t^2-16t^2 = 0$$

$$\Rightarrow 8-8t^2 = 0 \Rightarrow t^2 = 1 \Rightarrow t = \pm 1 \text{ (A solución } t = -1 \text{ non e válida)}$$

t=1 punto crítico (A audiencia crece ata o ano 1 e despois decrece)

	(0, 1)	(1, ∞)
-----		
t	t = 0,5	t = 2
Signo N'(t)	N'(t) > 0	N'(t) < 0
	↗	↘

**(A audiencia crece ata o ano 1 e despois decrece)**

A **máxima audiencia** alcanzase en N(1) con **5 millóns** de espectadores

(Tamén poderíamos estudar N''(t) )

### Exercicio 3:

Consideramos os sucesos

C=xogos en consola → P(C) = 0,45

M= xogos en móbil → P(M) = 0,55

A<sub>1</sub> = xogos de acción → P(A<sub>1</sub> | C) = 0,7

# Exemplos de resposta / Solucións

## CONVOCATORIA DE XUÑO 2019 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

$A_2$  = xogos de estratexia  $\rightarrow P(A_2|C) = 0,1$

$A_3$  = outros xogos  $\rightarrow P(A_3|C) = 0,2$

Tamén sabemos que:  $P(A_1|M) = 0,25$  ;  $P(A_2|M) = 0,25$  ;  $P(A_3|M) = 0,5$

**Calculamos  $P(A_1)$**

$$P(A_1) = P(A_1|C) \cdot P(C) + P(A_1|M) \cdot P(M) = 0,7 \times 0,45 + 0,25 \times 0,55 = 0,4525$$

**O 45,25% dos xogos consumidos en Galicia son de acción**

a) **Calculamos  $P(M|A_2)$**   $= \frac{P(A_2 \cap M)}{P(A_2)} = \frac{P(A_2|M) \cdot P(M)}{P(A_2)}$

Como  $P(A_2) = P(A_2|M) \cdot P(M) + P(A_2|C) \cdot P(C) = 0,25 \times 0,55 + 0,1 \times 0,45 = 0,1825$

$$P(M|A_2) = \frac{0,25 \times 0,55}{0,1825} = 0,7534$$

**Táboa**

	C	M	Total
$A_1$	0,315	0,1375	<b>0,4525</b>
$A_2$	0,045	0,1375	<b>0,1825</b>
$A_3$	0,09	0,275	<b>0,365</b>
Total	<b>0,45</b>	<b>0,55</b>	<b>1</b>

- Tamén podemos resolvelo a través dun diagrama de árbore

### Exercicio 4

$p$  = proporción votantes dese partido

mostra  $n = 400$

Intervalo para  $p$ : (0,23 ,0,31)

a) **proporción mostral:**  $\hat{p} = \frac{L_1 + L_2}{2} = \frac{0,23 + 0,31}{2} = 0,27 \rightarrow \hat{p} = 27\%$

# Exemplos de resposta / Solucións

## CONVOCATORIA DE XUÑO 2019 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

b) IC para p:  $(\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}})$

$$(\hat{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}) = 0,31 = 0,27 + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{0,27 \times 0,73}{400}} \Rightarrow 0,31 - 0,27 = z_{\alpha/2} \cdot 0,02219 \Rightarrow$$

$$z_{\alpha/2} = \frac{0,04}{0,0222} = 1,8018$$

$$\text{Táboas: } 1 - \alpha/2 = 0,9641 \Rightarrow \alpha/2 = 0,0359 \Rightarrow \alpha = 0,0718 \Rightarrow 1 - \alpha = 0,9282$$

Nivel de confianza  $1 - \alpha = 0,9282 \rightarrow 92,82\%$

b) Erro máximo

$$e = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 1,8018 \times 0,02219 = 0,0399 \rightarrow e \approx 4\%$$

Ou ben mais sinxelo,

$$e = \frac{L_2 - L_1}{2} = \frac{0,31 - 0,23}{2} = 0,04 \rightarrow e \approx 4\%$$

# Exemplos de resposta / Soluções

## CONVOCATORIA DE XUÑO 2018 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

### Exercicio 1:

$x = \text{n}^\circ$  lotes da oferta 1

$y = \text{n}^\circ$  lotes da oferta 2

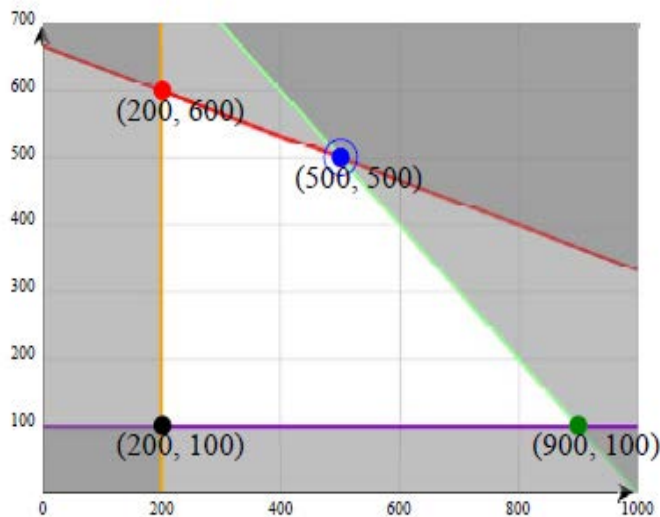
a) Función obxectivo **Máx  $f(x, y) = 30x + 50y$**  s.a

$$x + 3y \leq 2000$$

$$x + y \leq 1000$$

$$x \geq 200$$

$$y \geq 100$$



Vértices

$$A: \left. \begin{array}{l} x + y = 1000 \\ x + 3y = 2000 \end{array} \right\} A(500, 500)$$

$$B: \left. \begin{array}{l} x + y = 1000 \\ y = 100 \end{array} \right\} B(900, 100)$$

$$C: \left. \begin{array}{l} x = 200 \\ y = 100 \end{array} \right\} C(200, 100)$$

$$D: \left. \begin{array}{l} x + 3y = 2000 \\ x = 200 \end{array} \right\} D(200, 600)$$

# Exemplos de resposta / Soluções

## CONVOCATORIA DE XUÑO 2019 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

c) Avaliamos a función obxectivo nos vértices

$$f(A) = f(500, 500) = 30 \times 500 + 50 \times 500 = 40.000 \rightarrow \text{Máximo, solución óptima}$$

$$f(B) = 32.000$$

$$f(C) = 11.000$$

$$f(D) = 36.000$$

**Para maximizar os ingresos debe vender 500 lotes de cada tipo**

**Os ingresos máximos ascenden a 40.000€**

**Exercicio 2:**

a)  $f(x) = x^2 - 6x + 8$

**Dominio de f: todo  $\mathbb{R}$**

**Puntos corte eixes:**

$$f(0) = 8 \rightarrow \text{punto de corte OY en } (0,8)$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \begin{matrix} \nearrow 4 \\ \searrow 2 \end{matrix}$$

**→ Corta a OX en (4,0), (2,0)**

**Monotonía**

$$f'(x) = 2x - 6; f'(x) = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ ( punto crítico)}$$

**En  $(-\infty, 3)$  ,  $f'(x) < 0 \Rightarrow f$  decrecente**

**En  $(3, \infty)$  ,  $f'(x) > 0 \Rightarrow f$  crecente**

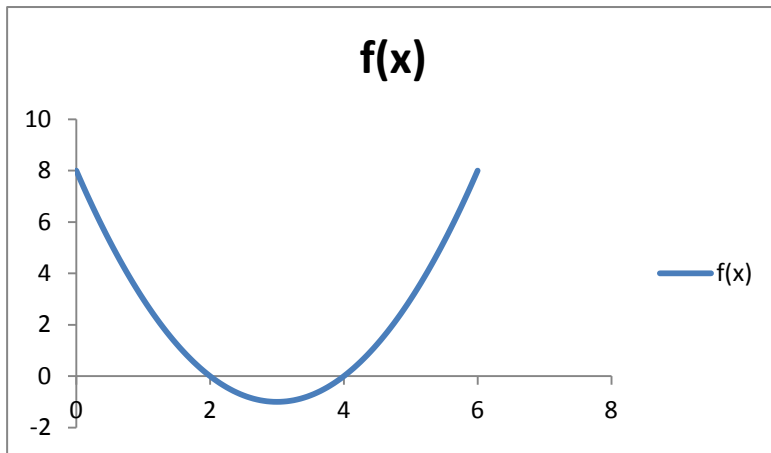
Extremos relativos

En  $x = 3$  hai un mínimo

$$f(3) = -1 \rightarrow (3, -1) \text{ punto mínimo}$$

# Exemplos de resposta / Solucións

## CONVOCATORIA DE XUÑO 2019 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B



b) Area entre  $f(x)$  e os dous eixes

$$\text{Área} = \left| \int_0^2 (x^2 - 6x + 8) dx \right| + \left| \int_2^4 (x^2 - 6x + 8) dx \right|$$

Aplicamos a regra de Barrow:

$$\text{Área} = \int_0^2 (x^2 - 6x + 8) dx + \int_2^4 (-x^2 + 6x - 8) dx = \left[ \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 8x \right]_0^2 + \left[ -\frac{x^3}{3} + 3x^2 - 8x \right]_2^4 =$$

$$\frac{20}{3} + \frac{4}{3} = \frac{24}{3} = 8 \text{ u}^2$$

### Exercicio 3:

Consideramos os sucesos: M = "muller" ; H = "home"

A = "marca A"

B = "marca B"

C = "marca C"

Táboa	M	H	Total
A	9	21	30
B	5	20	25
C	18	27	45
Total	32	68	100

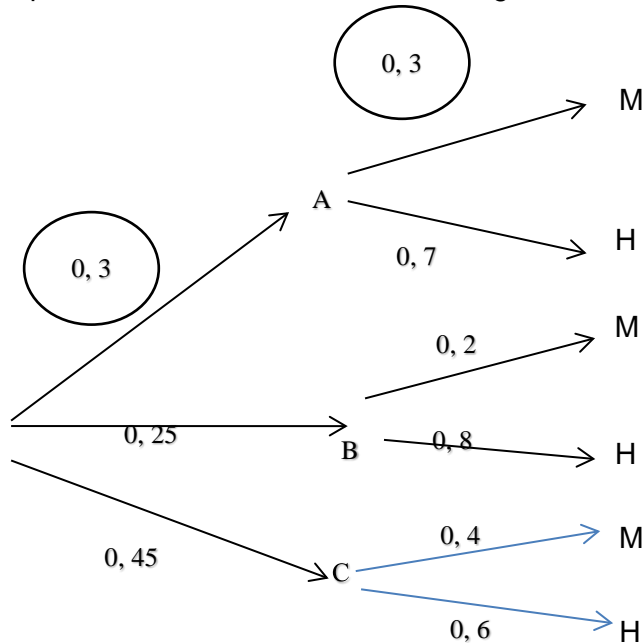
# Exemplos de resposta / Solucións

## CONVOCATORIA DE XUÑO 2019 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

a)  $P(M) = \frac{32}{100} = 0,32$

b)  $P(B|M) = \frac{5}{32} = 0,15625$

- Tamén podemos resolvelo a través dun diagrama de árbore



$$P(M|A) = 0,3$$

$$P(A) = 0,3$$

$$P(M|B) = 0,2$$

$$P(B) = 0,25$$

$$P(M|C) = 0,4$$

$$P(C) = 0,45$$

a)  $P(M) = P(M|A) \cdot P(A) + P(M|B) \cdot P(B) + P(M|C) \cdot P(C) = 0,3 \times 0,3 + 0,2 \times 0,25 + 0,4 \times 0,45 = 0,32$

b)  $P(B|M) = \frac{P(M|B) \cdot P(B)}{P(M)} = \frac{0,2 \times 0,25}{0,32} = \frac{0,05}{0,32} = 0,15625$

### Exercicio 4:

$X =$  puntuación test  $X \sim N(\mu=74, \sigma = 16)$

$n = 100$

A distribución de  $\bar{X} \sim N(\mu=74, \sigma = \frac{16}{\sqrt{100}})$

a)  $P(\bar{X} > 78) = P(Z > \frac{78-74}{1,6}) = P(Z > 2,5) = 1 - P(Z \leq 2,5)$

Mirando as táboas da distribución Normal

$$P(\bar{X} > 78) = 1 - 0,9938 = 0,0062$$



# Exemplos de resposta / Solucións

## CONVOCATORIA DE XUÑO 2019 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

b)  $P(\bar{X} < 74) = 0,5$

Ou ben a través das táboas:  $P(\bar{X} < 74) = P\left(Z < \frac{74-74}{1,6}\right) = P(Z < 0) = 0,5$