



Modelo de examen

MATERIA: *MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II*

El examen consta de 4 preguntas, cada una de ellas con dos opciones A y B. El alumno o alumna debe elegir cuatro cualquiera de las ocho preguntas y responder **razonadamente** a todos los apartados de dichas preguntas.

1A. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} y & 1 \\ x & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} m \\ -1 \end{pmatrix}$ y $D = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- [1 punto] Si $A - B \cdot C = D$, plantea un sistema de 2 ecuaciones y 2 incógnitas (representadas por x e y) en función del parámetro m .
 - [1,5 puntos] ¿Para qué valores de m el sistema tiene solución? En caso de existir solución, ¿es siempre única? Encuentra, si es posible, la solución para $m = 2$.
-

1B. Para que una encuesta sobre política de inmigración sea fiable, se exige que haya al menos 2300 personas entrevistadas, entre españoles y extranjeros, de las cuales como mucho 1000 serán extranjeros, y también se exige que los extranjeros sean, por lo menos, un 10% del total de personas entrevistadas.

- [1,75 puntos] ¿Cuántos españoles y cuántos extranjeros pueden ser entrevistados? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Podrían ser entrevistados 1000 españoles?
 - [0,75 puntos] Si el coste estimado de cada entrevista es de 6 euros, ¿cuál sería el máximo coste que podría tener la encuesta? ¿a cuántos españoles se habría entrevistado en dicho caso?
-

2A. A la hora de estudiar la relación entre el beneficio de una empresa y el producto vendido, se representa por $f(x)$ el beneficio mensual, en miles de euros, si se han vendido x toneladas de producto ese mes. Si un mes se venden como mucho 10 toneladas de producto, el beneficio mensual se puede considerar que es de $10x - \frac{5x^2}{4} + 1800$ miles de euros. Si se venden más de 10 toneladas, el beneficio mensual se considera que es constante e igual a 1805000 euros.

- [0,25 puntos] Obtén la expresión de dicha función f para cualquier valor positivo x .
 - [0,5 puntos] ¿Es el beneficio una función continua de la cantidad de producto vendido?
 - [1 punto] Estudia y representa gráficamente la función f .
 - [0,75 puntos] ¿Cuál es el beneficio mensual mínimo? ¿Puede llegar algún mes a tener unos beneficios de 1900 miles de euros? ¿y de 1815 miles de euros?
-

2B. Dada la función $f(x) = \frac{9}{x} - \frac{18}{x^2} - 1$, se pide:

- [0,5 puntos] Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(1) = 20$.
 - [2 puntos] Estudiar y representar gráficamente la función f en todo su dominio. Calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 1$ y $x = 12$.
-

3A. De los estudiantes de secundaria que fueron al viaje de estudios, se determina que tres quintas partes de ellos han comprado camisetas de recuerdo y que un cuarto de ellos han comprado sudaderas. Además se sabe que el veinte por ciento de ellos han comprado tanto camisetas como sudaderas.

- a) [1,25 puntos] Si un estudiante elegido al azar ha comprado sudaderas, ¿cuál es la probabilidad de que haya comprado camisetas?
 - b) [1,25 puntos] Si se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no haya comprado ni camisetas ni sudaderas?
-

3B. De los turistas que visitaron Asturias el año pasado, el 5 % eran españoles y viajaban en avión. Además se sabe que un 20 % eran extranjeros y que el 25 % de los que viajaron en avión eran españoles.

- a) [1,25 puntos] Si se selecciona un turista al azar, ¿cuál es la probabilidad de que haya viajado en avión?
 - b) [1,25 puntos] Si seleccionamos un turista al azar entre los extranjeros, ¿cuál es la probabilidad de que haya viajado en avión?
-

4A. Tras poner en marcha unos programas de prevención de tabaquismo en la universidad, se quiere estimar, a partir de una muestra aleatoria, la proporción actual de fumadores en la universidad.

- a) [1 punto] ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para que pueda estimarse la verdadera proporción de fumadores en la universidad a partir de la proporción muestral con un error de estimación máximo de 0,02 y un nivel de confianza del 90 %?
- b) [1,5 puntos] Si se toma una muestra aleatoria de 2000 universitarios, de los que se obtiene que 180 son fumadores, obtén, con un nivel de confianza del 90 %, un intervalo para estimar la proporción de fumadores en la universidad.

(Algunos valores de la función de distribución de la Normal de media 0 y desviación típica 1:
 $F(1,28) = 0,90$; $F(1,64) = 0,95$; $F(1,96) = 0,975$; $F(2,33) = 0,99$; $F(2,58) = 0,995$.)

4B. En un estudio sobre el gasto diario por turista en una determinada región, se tomó una muestra aleatoria de 3600 turistas, para los que el gasto total en un día, entre todos, había sido de 244800 euros. Suponiendo que el gasto diario sigue una distribución normal con desviación típica 40, se pide:

- a) [1,5 puntos] Construir un intervalo de confianza para el gasto medio diario de los turistas de esa región, al 95 % de confianza.
- b) [1 punto] ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para que pueda estimarse el verdadero gasto medio diario a partir de la media muestral con un error de estimación máximo de 1 euro y un nivel de confianza del 95 %?

(Algunos valores de la función de distribución de la Normal de media 0 y desviación típica 1:
 $F(1,28) = 0,90$; $F(1,64) = 0,95$; $F(1,96) = 0,975$; $F(2,33) = 0,99$; $F(2,58) = 0,995$.)
