EVALUACIÓN DE BACHILLERATO
PARA EL ACCCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU)
FASE GENERAL
CURSO 2018–2019

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	**(3)**
Convocatoria:	

- Cada alumno debe elegir sólo una de las pruebas (A o B).

- Cada una de las preguntas tiene una puntuación máxima de 2,5 puntos.

PRUEBA A

1. Una empresa informática comercializa un programa de retoque fotográfico. Un 50% de las licencias de este programa se han vendido para sistemas Windows, un 40% para MacOS y un 10% para Linux. Transcurrido un año de la compra, renuevan la licencia un 90% de los usuarios de Windows, un 60% de los de Linux y un 75% de los de MacOS.

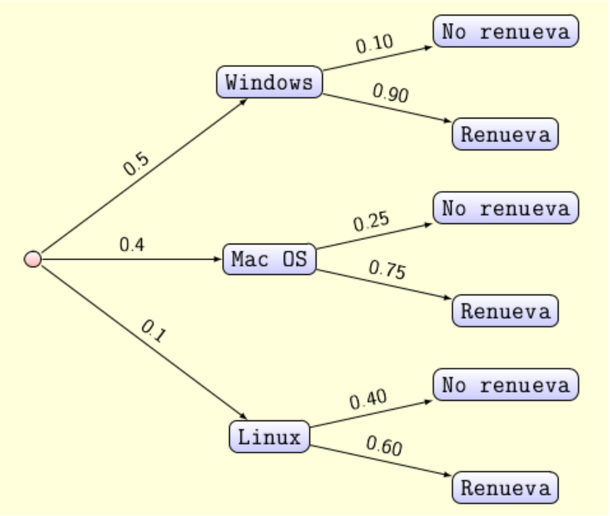
a) Construir el árbol de probabilidades.

b) Se recibe una llamada de un usuario que ha renovado la licencia. ¿Cuál es la probabilidad de que sea un usuario Linux?

c) Se eligen al azar 10 propietarios de licencias de este programa para una encuesta de opinion. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de ellos sea usuario Linux?

Solución:

a)



b)

$$P(L/R) = \frac{P(R/L)\cdot P(L)}{P(R/W)\cdot P(W) + P(R/M)\cdot P(M) + P(R/L)\cdot P(L))} =$$

$$= \frac{0.60\cdot 0.1}{0.90\cdot 0.5 + 0.75\cdot 0.4 + 0.60\cdot 0.1} = 0.074$$

c) El número X de usuarios Linux entre los 10 elegidos sigue una distribución $B(10, 0.1)$. Por tanto:

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{10}{0} 0.1^0 (1 - 0.10)^{10} = 1 - 0.9^{10} = 0.6513$$

2. Un estudio sobre la proporción de habitantes mayores de 60 años, sin dispositivos móviles, de una determinada ciudad, ha dado el intervalo de confianza $[\mathbf{0,1804, 0,2196}]$, con un nivel de confianza del 95%. Suponiendo que dicha proporción se puede aproximar por una distribución normal:

a) ¿Cuál es la proporción muestral de habitantes sin dispositivos móviles?
b) ¿Cuál es el tamaño de la muestra utilizado?
c) Con un nivel de confianza del 99% y con la misma información muestral, ¿cuál sería el correspondiente intervalo?

<u>Solución:</u>

a) $\hat{p} = \frac{0,1804+0,2196}{2} = 0.2$

b) $\left[\hat{p} - z_{\propto/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}}, \hat{p} + z_{\propto/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}}\right] = [\mathbf{0,1804\ ,0,2196}]$ 95% -> $z_{\propto/2} = 1.96$

$\hat{p} - z_{\propto/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}} = 0.1804 \Longrightarrow 0.2 - 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.2\cdot 0.8}{n}} = 0.1804 \Longrightarrow$

$0.2 - 0.1804 = 1.96 \cdot \frac{\sqrt{0.16}}{\sqrt{n}} \Longrightarrow 0.0196 = 1.96 \cdot \frac{0.4}{\sqrt{n}} \Longrightarrow \sqrt{n} = \frac{1.96\cdot 0.4}{0.0196} \Longrightarrow$

$\sqrt{n} = 40 \Longrightarrow n = 1600$

El tamaño de la muestra utilizado para el estudio es de 1600 habitantes.

c) 99% -> $z_{\propto/2} = 2.575$

$\left(\hat{p} - z_{\propto/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}}, \hat{p} + z_{\propto/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}}\right) = \left(\mathbf{0.2 - 2.575} \cdot \sqrt{\frac{0.2\cdot 0.8}{1600}}, \mathbf{0.2 + 2.575} \cdot \sqrt{\frac{0.2\cdot 0.8}{1600}}\right) =$

$= (0.17425, 0.22575)$

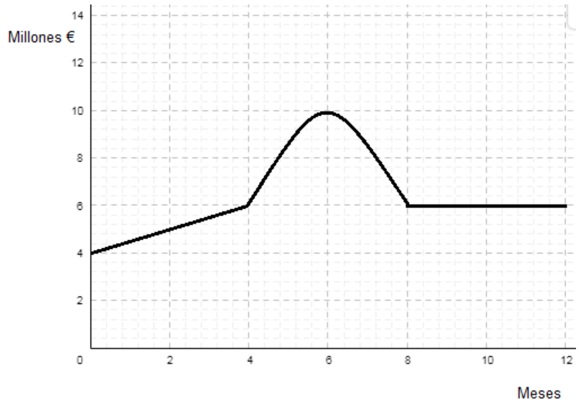
3. El beneficio de un parque acuático depende, principalmente, de la estación del año. La función que representa el beneficio, expresado en millones de euros, durante el último año fraccionado en meses es:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+8}{2}, & 0 \le x \le 4 \\ -x^2 + 12x - 26, & 4 < x \le 8 \\ 6, & 8 < x \le 12 \end{cases}$$

Justificando las respuestas:

a) Representar gráficamente la función. ¿Cuándo ha crecido y decrecido el beneficio?
b) Calcular en qué momentos se obtuvieron los beneficios máximo y mínimo y a cuánto ascendían estas cantidades.
c) ¿Cuándo fue el beneficio igual a 6.000.000 €?

<u>Solución:</u>



a) Los beneficios han crecido desde el inicio del año hasta el mes de junio. Han decrecido desde junio al mes de agosto y se han mantenido constante desde agosto hasta final de año.

b) f´(x) = -2x + 12; -2x + 12 = 0; x = 6
f´´(x) = -2; f´´(6) < 0 ; Se produce un máximo en el mes 6 (junio)
El mínimo se produce al inicio del año (enero)
f(6) = -6^2 + 12·6 -26 = 10 f(0) =$\frac{\mathbf{0+8}}{\mathbf{2}}$ = 4
El máximo se alcanza en el mes de junio con un beneficio de 10 millones de euros y el mínimo se alcanzó en el mes de enero con un beneficio de 4 millones de euros.

c) $\boldsymbol{-x^2 + 12x - 26}$ = 6; $\boldsymbol{-x^2 + 12x - 32 = 0}$; $X_1 = 4$ y $X_2 = 8$
El beneficio es igual a 6 millones de € en los meses 4 (abril) y 8 (agosto).

4. Una carpintería construye mesas y armarios de oficina utilizando tableros de aglomerado de idéntica medida. Para construir una mesa se requieren 2.5 tableros, y para construir una estantería se necesitan 6 tableros. Para ensamblar las piezas se utilizan 10 tornillos en cada mesa y 60 tornillos en cada estantería. El almacén dispone de 740 tableros y 6200 tornillos. Por cada mesa se obtiene un beneficio de 80€, por cada estantería un beneficio de 120€ y se tiene que satisfacer una demanda mínima de 50 mesas y 60 estanterías. Suponiendo que siempre se vende toda la producción, si se quiere maximizar los beneficios:

a) Formular el correspondiente problema de programación lineal y representar la región factible.
b) ¿Cuántas mesas y estanterías se deben fabricar con los tableros y tornillos disponibles en el almacén? ¿Cuál es el valor del beneficio óptimo?

Solución:

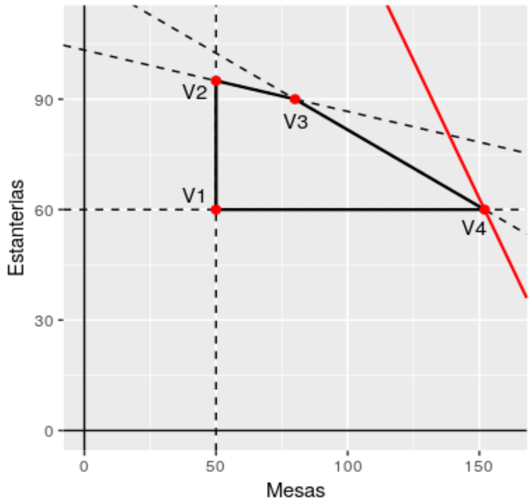
Si llamamos M al número de mesas y E al número de estanterías construidas, tenemos que la función a maximizar es:

$$f(M,E) = 80M + 120E$$

sujeta a las restricciones:

$$2.5M + 6E \leq 740$$
$$10M + 60E \leq 6200$$
$$M \geq 50$$
$$E \geq 60$$

Gráficamente:



Los vértices de la región factible son:

- $V_1 = (50,60)$
- $\left.\begin{array}{ll} 10M + 60E & = 6200 \\ M & = 50 \end{array}\right\} \Rightarrow 60E = 6200 - 500 = 5700 \Rightarrow E = \frac{5700}{60} =$
  $= 95 \Rightarrow V_2 = (50,95)$
- $\left.\begin{array}{ll} 2.5M + 6E & = 740 \\ 10M + 60E & = 6200 \end{array}\right\} \Rightarrow -15M = -1200 \Rightarrow M = 80 \Rightarrow E =$
  $= (740 - 2.5 \cdot 80)/6 = 90 \Rightarrow V_3 = (80,90)$
- $\left.\begin{array}{ll} 2.5M + 6E & = 740 \\ E & = 60 \end{array}\right\} \Rightarrow 2.5M = 740 - 360 \Rightarrow M = \frac{740-360}{2.5} = 152 \Rightarrow$
  $V_4 = (152,60)$

Evaluamos la función objetivo en los vértices:

$f(V_1) = 11200, \quad f(V_2) = 17200, \quad f(V_3) = 15400, \quad f(V_4) = 19360$

Por tanto la solución óptima se encuentra en V_4 y consiste en fabricar 152 mesas y 60 estanterías.

PRUEBA B

1. Debido a la problemática de tráfico por las mañanas en el acceso a las principales ciudades, una empresa quiere estudiar el tiempo empleado en llegar al puesto de trabajo de sus trabajadores. Para una muestra de 100 empleados, se ha obtenido un tiempo medio de 40 minutos. Si la variable sigue una distribución normal cuya desviación típica es de 12 minutos,

a) Determinar el intervalo de confianza para la media con un nivel de confianza del 88%.

b) ¿Qué tamaño muestral se necesita para estimar el tiempo en llegar al trabajo, con un error menor de 4 minutos y con un nivel de confianza del 95%?

Solución:

$a)\ \left[\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = \left[40 - 1.555 \cdot \frac{12}{\sqrt{100}}\ ,\ 40 + 1.555 \cdot \frac{12}{\sqrt{100}}\right] = [38.134, 41.866]$

$88\% \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.555$

b) $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \rightarrow \quad 4 = 1.96 \cdot \frac{12}{\sqrt{n}} \quad \rightarrow \quad \sqrt{n} = \frac{1.96 \cdot 12}{4} \quad \rightarrow \quad \sqrt{n} = 5.88 \quad \rightarrow \quad n = 34.57$

$95\% \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$

Como *n* tiene que ser un entero, el tamaño muestral debe ser mayor o igual a 35 empleados.

2. En una empresa hay 250 empleados. Su edad sigue una distribución normal de media 44 años y de desviación típica 18 años.

a) ¿Cuántos empleados se espera que haya con más de 62 años?

b) ¿Cuántos empleados se espera que haya con menos de 40 años?

c) Halla el número de empleados que podría conseguir el carnet joven de transporte que promociona el Ayuntamiento si el requisito es ser mayor de edad y no haber cumplido los 30 años.

Solución:

a) X= "Número de empleados de cierta empresa" ~ N(44, 18)

$P(X > 62) = P(Z > 1) = 1 - P(Z < 1) = 1 - 0.8413 = 0.1587$

$250 \cdot 0.1587 = 39.675$

Se espera que 40 empleados tengan más de 62 años.

b) $P(X < 40) = P(Z < -0.22) = P(Z > 0.22) = 1 - P(Z < 0.22) = 1 - 0.5871 = 0.4129$

$250 \cdot 0.4129 = 103.225$

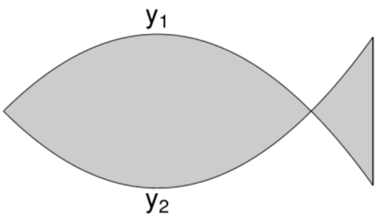
Se espera que 103 empleados tengan menos de 40 años.

c) $P(18 \leq X \leq 30) = P(-1.44 \leq Z \leq -0.78) = P(0.78 \leq Z \leq 1.44) = P(Z \leq 1.44) - P(Z \leq 0.78) = 0.9251 - 0.7823 = 0.1428$

$250 \cdot 0.1428 = 35.7$

Se espera que 36 empleados tengan entre 18 y 30 años.

3. En una pared, a la entrada de un puerto pesquero, se va construir un mosaico de piedra en forma de pez como indica la figura adjunta, definida por las parábolas $y_1 = -\frac{1}{10}x^2 + x + 5$ e $y_2 = \frac{1}{10}x^2 - x + 5$, entre $x = 0$ y $x = 12$. Los valores de x e y se expresan en metros.



a) Determinar la superficie total de la figura.

b) Para construir el mosaico, la empresa A asegura que es capaz de recubrir de piedra 1 m^2 de superficie en 1.5 horas de trabajo, y cobra cada hora a 120€. La empresa B afirma que tarda 2 horas en recubrir 1 m^2 de superficie y cobra la hora a 85€. Asimismo, la empresa A cobra 10€ por m^2 de piedra, mientras que la empresa B cobra 12€/m^2 por el mismo tipo de piedra. ¿Qué empresa hará el trabajo con un menor coste?

<u>Solución:</u>

a) Determinamos los puntos de corte de las parábolas:

$$-\frac{1}{10}x^2 + x + 5 = \frac{1}{10}x^2 - x + 5 \Rightarrow \frac{2}{10}x^2 - 2x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x = 0 \Rightarrow x(x-10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 10 \end{cases}$$

La superficie total es entonces:

$$\int_0^{10} \big(y_1(x) - y_2(x)\big)\,dx + \int_{10}^{12} \big(y_2(x) - y_1(x)\big)\,dx =$$

$$\int_0^{10} \left(-\frac{2}{20}x^2 + 2x\right)dx + \int_{10}^{12} \left(\frac{2}{20}x^2 - 2x\right)dx =$$

$$\left[-\frac{2}{20}\frac{x^3}{3} + x^2\right]_0^{10} + \left[\frac{2}{20}\frac{x^3}{3} - x^2\right]_{10}^{12} =$$

$$-\frac{2000}{60} + 100 + \left(\frac{3456}{60} - 144 - \frac{2000}{60} + 100\right) = -\frac{544}{60} + 56 = 46.9333m^2$$

b) **Empresa A:**

- Tiempo empleado: $46.9333 \cdot 1.5 = 70.3999$ horas
- Coste mano de obra: $70.3999 \cdot 120 = 8447.994$€
- Coste de la piedra: $46.9333 \cdot 10 = 469.333$ €
- Coste total: $8447.994 + 469.333 = 8917.327$ €

Empresa B:

- Tiempo empleado: $46.9333 \cdot 2 = 93.8666$ horas
- Coste mano de obra: $93.8666 \cdot 85 = 7978.661$€
- Coste de la piedra: $46.9333 \cdot 12 = 563.1996$ €
- Coste total: $7978.661 + 563.1996 = 8541.861$ €

Por tanto resulta más barata la empresa B.

4. En un centro educativo se imparten enseñanzas de ESO, Bachillerato y Ciclos Formativos. Si sumamos el 20% del alumnado de ESO, con el 20% del alumnado de Bachillerato y el 40% del alumnado de Ciclos Formativos se obtienen 42 alumnos más que el 20% del alumnado total del centro. Asimismo si sumamos el número de alumnos de ESO más la mitad de los de Ciclos Formativos obtenemos 40 alumnos menos que el total de matriculados en Bachillerato. Si el centro tiene en total 1115 alumnos,

a) Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones.

b) Hallar el número de matriculados en cada tipo de enseñanza.

<u>Solución:</u>
X=”nº alumnos ESO”
Y=”nº alumnos Bachillerato”
Z=”nº alumnos Ciclos Formativos”

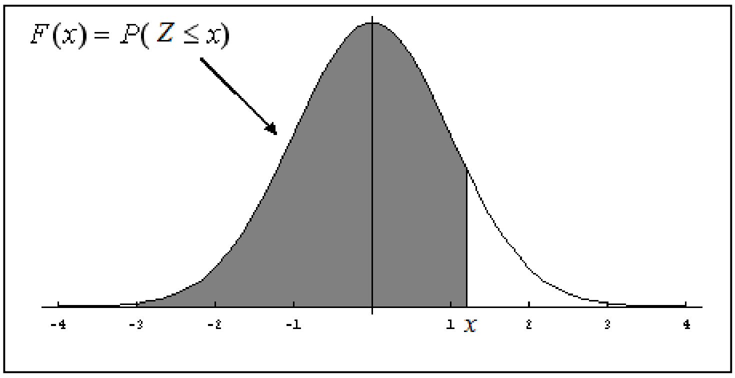
$$\begin{cases} X + Y + Z = 1115 \\ 0.2 \cdot X + 0.2 \cdot Y + 0.4 \cdot Z = 42 + 0.2 \cdot 1115 \\ X + \dfrac{Z}{2} + 40 = Y \end{cases} \qquad \begin{cases} X + Y + Z = 1115 \\ X + Y + 2 \cdot Z = 1325 \\ 2 \cdot X - 2 \cdot Y + Z = -80 \end{cases}$$

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, $|A| = 4$

$X = \frac{1520}{4} = 380$ $Y = \frac{2100}{4} = 525$ $Z = \frac{840}{4} = 210$

En el centro hay matriculados 380 alumnos de ESO, 525 de Bachillerato y 210 de Ciclos Formativos.

Distrito Universitario de Canarias



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000