EVALUACIÓN DE BACHILLERATO
PARA EL ACCCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU)
FASE GENERAL
CURSO 2018–2019

Distrito Universitario de Canarias

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	(1)
Convocatoria:	

- Cada alumno debe elegir sólo una de las pruebas (A o B).

- Cada una de las preguntas tiene una puntuación máxima de 2,5 puntos.

PRUEBA A

1. A partir de una muestra de 225 parados, se estima que un intervalo de confianza para la prestación social media que reciben está entre 407,72 y 442,28 euros (ambos incluidos). Suponiendo hipótesis de normalidad, con una desviación típica de 90 euros:

a) ¿Cuál es la media muestral obtenida?

b) ¿Cuál es el nivel de confianza utilizado?

c) Usando la estimación puntual de la prestación social media obtenida en el apartado a), ¿cuál es la probabilidad de que la media de la prestación social de 25 parados sea mayor o igual que 430 euros?

Solución

a) Intervalo:

$$[407{,}72, 442{,}28]$$

Media muestral:

$$\bar{x} = \frac{407{,}72 + 442{,}28}{2} = 425\ euros$$

b)

$z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{90}{\sqrt{225}} = 17{,}28; z_{\frac{\alpha}{2}} = 2{,}88$, $\alpha = 0{,}004$. El nivel de confianza es del 99,6%.

c) $\bar{X} \sim N\left(425, \frac{90}{\sqrt{25}}\right) = N(425, 18)$

$$p(\bar{X} \geq 430) = p\left(Z \geq \frac{5}{18}\right) = p(Z \geq 0.2778) = 0{,}3906$$

2. Una empresa fabrica altavoces para equipos de cine en casa en tres factorías situadas en Japón, Alemania y España. Estos altavoces son de 4 tipos: central, delanteros, efectos y “subwoofer”. En Japón se fabrican altavoces de los 4 tipos siendo idéntica la cantidad de cada uno. En Alemania sólo se fabrican los “subwoofer” y de efectos, siendo la producción de los de efectos doble que los otros. En España se fabrican todos menos el “subwoofer”, con idéntica producción de cada tipo. Finalmente, también sabemos que la producción de la fábrica de Japón es doble que la de Alemania, y ésta coincide con la española.

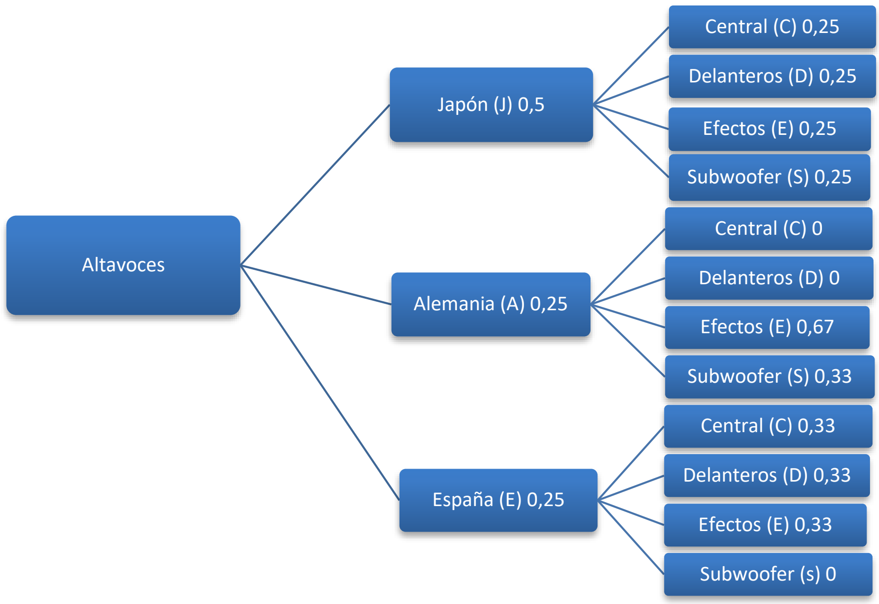
a) Construir el árbol de probabilidades.

b) Elegido, al azar un altavoz fabricado por esta empresa, ¿cuál es la probabilidad de que sea un altavoz central?

c) Si compramos un altavoz central de esta empresa, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado en España?

Solución

a)



b)

$$P(C) = P(C/J)\cdot P(J) + P(C/A)\cdot P(A) + P(C/E)\cdot P(E) =$$
$$0{,}25 \cdot 0{,}5 + 0 \cdot 0{,}25 + 0{,}33 \cdot 0{,}25 = 0{,}2075$$

c)

$$P(E/C) = \frac{P\left({}^{C}/_{E}\right)\cdot P(E)}{P(C)} = \frac{0{,}33\cdot 0{,}25}{0{,}2075} = 0{,}3976$$

3. Durante los últimos 5 años, el beneficio de una empresa, en cientos de miles de euros, viene dado por la función:

$$b(t) = \begin{cases} 2t, t \in [0{,}3] \\ 6 - \dfrac{(t-3)^2}{2}, t \in]3{,}5] \end{cases}$$

siendo t el tiempo en años. Justificando la respuesta:

a) ¿Cuándo ha crecido y ha decrecido $b(t)$?

b) En su caso, determinar cuándo se observan los máximos y mínimos locales de $b(t)$, así como los correspondientes valores.

c) ¿Cuándo el beneficio fue igual a 500000 euros?

Solución

a) En $[0{,}3]$, $b(t)$ es una recta de pendiente 2 y en $]3{,}5]$ la derivada $b'(t) = -(t-3) < 0$. En consecuencia, ha crecido para $0 \leq t < 3$ y decrecido cuando $3 < t \leq 5$.

b) Los mínimos locales se detectan en $t = 0$ y en $t = 5$. Los correspondientes valores son 0 y 400000 euros. $b(t)$ alcanza un máximo cuando $t = 3$ y el valor máximo es igual a 600000 euros.

c) Si $b(t) = 5$, entonces $t = 2{,}5$ o $t = 3 + \sqrt{2} = 4{,}414213562\ años$.

4. Una guagua de Madrid a París ofrece hasta 90 plazas de dos tipos: A (al precio de 65€ y con 30 kgr. de equipaje), y B (al precio de 95 € y con 50 kgr. de equipaje). Si la guagua admite hasta 3000 Kg. de equipaje y se quiere maximizar el ingreso total por la venta de plazas:

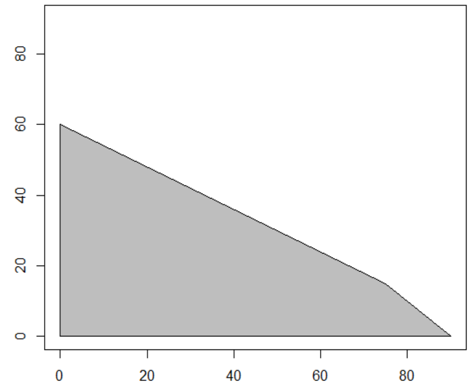
a) Formular el correspondiente problema de programación lineal y representar la región factible.

b) ¿Cuántas plazas de cada tipo determinan la solución óptima? ¿Cuál es el ingreso total óptimo?

Solución

Número de plazas tipo A: x
Número de plazas tipo B: y
La función objetivo es $z = 65x + 95y$

$$
\begin{gathered}
x \geq 0 \\
y \geq 0 \\
x + y \leq 90 \\
30x + 50y \leq 3000
\end{gathered}
$$



Los vértices de la región factible son:
(0,0), (0,60), (90,0) y (75,15)

Calculamos el valor de la función objetivo para cada uno de los vértices:

(0,0), $z = 0€$

(0,60) $z = 5700€$

(90,0) $z = 5850€$

(75,15) $z = 6300€$

Como queremos maximizar el precio, la compañía debería ofrecer 75 plazas A y 15 plazas B.

PRUEBA B

1. Se desea estimar la proporción p de individuos daltónicos de una población a través del porcentaje observado en una muestra aleatoria de individuos de tamaño n.

a) A partir de estudios realizados en poblaciones similares, se cree que el porcentaje de daltónicos en esta población está en torno al 30%. Utilizando este valor, calcular el tamaño de la muestra para que, con un nivel de confianza del 0,95, el error cometido en la estimación de p sea inferior al 3,1%.

b) Finalmente se toma una muestra de 64 individuos, en la que se observa un 35% de individuos daltónicos. Determinar, usando un nivel de confianza del 99%, el correspondiente intervalo de confianza para la proporción de daltónicos de la población.

Solución

a) $E = Z\alpha/_2 \cdot \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}} \quad \longrightarrow \quad 0{,}031 = 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}3 \cdot 0{,}7}{n}} \quad \longrightarrow \quad n \geq 840$

b) $\left[p \pm Z\alpha/_2 \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}}\right] \cdot \to \left[0{,}35 \pm 2{,}58 \cdot \sqrt{\frac{0{,}35 \cdot 0{,}65}{64}}\right] \to [0{,}1962\,; 0{,}5038]$

2. En cierta región, el peso de los jóvenes que sufren diabetes tipo 2 sigue una distribución normal de media 89 kilogramos y desviación típica igual a 20 kilogramos. Determinar:

a) El porcentaje de jóvenes de esa región, con diabetes tipo 2 que pesa entre 86 y 100 kilogramos.

b) La probabilidad de que el peso medio de un grupo de 25 jóvenes de esa región, con diabetes tipo 2, sea superior a 90 kilogramos.

Solución

a) Se trata de una distribución $N\ (89, 20)$. Por tanto:

$$P(86 \leq X \leq 100) = P\left(\frac{86-89}{20} \leq Z \leq \frac{100-89}{20}\right) = P(-0{,}15 \leq Z \leq 0{,}55)$$

$$= P(Z \leq 0{,}55) - P(Z \leq -0{,}15) = 0{,}7088 - (1 - 0{,}5596) = 0{,}2684$$

El porcentaje de jóvenes de esa región, con diabetes tipo 2 que pesa entre 86 y 100 kilogramos es del 26.84%.

b) Se trata de una distribución $\bar{X} \sim N\left(89\ , \frac{20}{\sqrt{25}}\right)$, es decir, una $N(89\ ,4)$

$$P(\bar{X} > 90) = 1 - P\left(Z < \frac{1}{4}\right) = 1 - P(Z < 0.25) = 1 - 0{,}5987 = 0{,}4013$$

3. Un rincón de una plaza tiene una superficie limitada por $y = (x-3)^2$ e $y = -3x + 9$ $(x \geq 0, y \geq 0)$. Si se mide en metros, se pide:

a) Representar la superficie.

b) Para hacerla transitable, se ha de rellenar de hormigón cuyo coste (incluido trabajo y transporte) es de 70 euros por metro cuadrado. Si se desperdicia las dos novenas partes del hormigón comprado, ¿cuánto costará hacer el relleno?

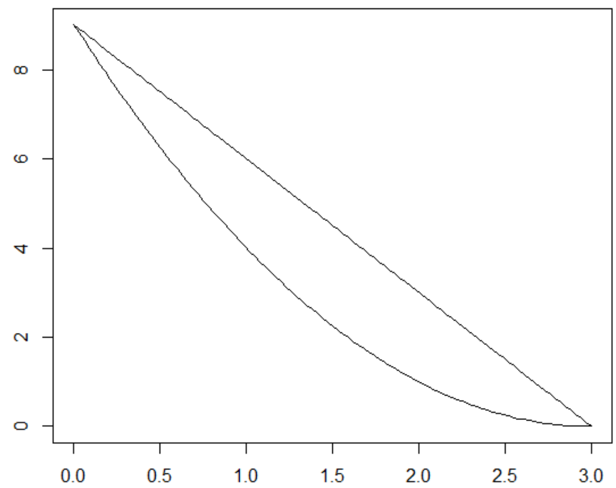
Solución

a) Los puntos de corte entre las curvas se obtienen a partir de:

$$(x-3)^2 \ = -3x + 9$$

$$x = 0, 3$$

Una gráfica es:



b) Calculamos el área entre las curvas:

$$\int_0^3 ((-3x+9) - (x-3)^2 -)\, dx = \int_0^3 (-x^2 + 3x)\, dx = -\frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2\Big]_0^3 = \frac{27}{6} = 4{,}5m^2$$

Si se desperdician 2/9 partes del hormigón, eso significa que las 7/9 partes restantes han servido para cubrir la plaza. Si H es la cantidad total de hormigón empleado entonces:

$$\frac{7}{9}H = 4{,}5 \rightarrow H = \frac{4.5 \cdot 9}{7} = 5.7857m^2$$

El relleno por tanto costará:

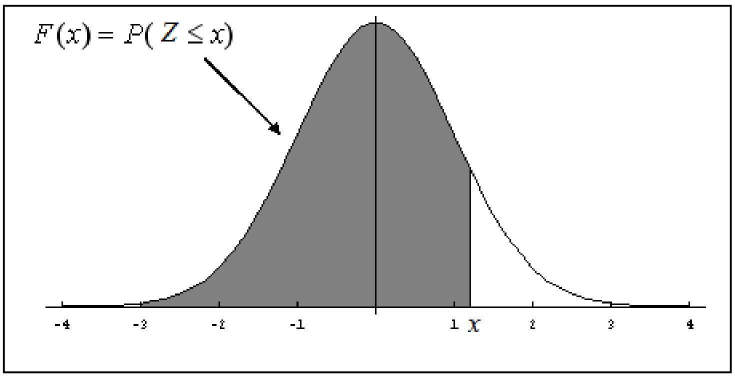
$$70 \cdot H = \frac{70 \cdot 4{,}5 \cdot 9}{7} = 405€$$

4. Un alumno paga 3 euros al comprar tres lápices, un impreso y dos carpetas. El doble del precio de un lápiz excede en cinco céntimos de euro a la suma de los precios de un impreso y de una carpeta. Si cada lápiz costara cinco céntimos de euro más, entonces su precio duplicaría al de una carpeta.
a) Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones.
b) Calcular el precio de cada lápiz, impreso y carpeta.

Solución
Precio de un lápiz: x
Precio de un impreso: y
Precio de una carpeta: z

$$\begin{gathered} 3x + y + 2z = 300 \\ 2x = y + z + 5 \\ x + 5 = 2z \end{gathered}$$

Resolviendo el sistema obtenemos: $x = 0{,}55€$, $y = 0{,}75€$, $z = 0{,}30€$



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000