



- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Este examen consta de 8 ejercicios.
 - c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.
 - d) Se realizarán únicamente cuatro ejercicios de los ocho ejercicios propuestos. Si se realizan más de cuatro ejercicios, solo se evaluarán los primeros cuatro ejercicios que aparezcan físicamente en el papel de examen.
 - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
 - f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Considera la función f definida por

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x + 4}{2x + 2} \quad \text{para } x \neq -1.$$

- a) Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f . **(1.5 puntos)**
- b) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f . **(1 punto)**

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Sea la función $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{1 + e^x}{1 - e^x}$. Halla la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(1, 1)$. (Sugerencia: cambio de variable $t = e^x$).

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Calcula todas las matrices $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ tales que $a + d = 1$, tienen determinante 1 y cumplen $AX = XA$, siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Considera la recta $r \equiv \frac{x-2}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{1}$ y los planos $\pi_1 \equiv x = 0$ y $\pi_2 \equiv y = 0$.

- a) Halla los puntos de la recta r que equidistan de los planos π_1 y π_2 . **(1.25 puntos)**
- b) Determina la posición relativa de la recta r y la recta intersección de los planos π_1 y π_2 . **(1.25 puntos)**



EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (x - a)e^x$.

- Determina a sabiendo que la función tiene un punto crítico en $x = 0$. **(1.25 puntos)**
- Para $a = 1$, calcula los puntos de inflexión de la gráfica de f . **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Considera las funciones $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \ln(x+2)$ (\ln denota la función logaritmo neperiano) y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $g(x) = \frac{1}{2}(x - 3)$.

- Esboza el recinto que determinan la gráfica de f , la gráfica de g , la recta $x = 1$ y la recta $x = 3$.
(No es necesario calcular los puntos de corte entre las dos gráficas). **(1 punto)**
- Determina el área del recinto anterior. **(1.5 puntos)**

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 - m & 1 & 2m - 1 \\ 1 & m & 1 \\ m & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2m^2 - 1 \\ m \\ 1 \end{pmatrix}$, considera el sistema de ecuaciones lineales dado por $X^t A = B^t$, donde X^t , B^t denotan las traspuestas. Discútelo según los distintos valores de m .

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Considera el triángulo cuyos vértices son los puntos $A(1, 1, 0)$, $B(1, 0, 2)$ y $C(0, 2, 1)$.

- Halla el área de dicho triángulo. **(1.25 puntos)**
 - Calcula el coseno del ángulo en el vértice A . **(1.25 puntos)**
-