CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade 2020

Código: 20

MATEMÁTICAS II

2020 MODELO DE EXAMEN: El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que puede responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera.

1. Números y Álgebra:

a) Suponiendo que A e X son matrices cuadradas y que $A+I$ es invertible, despeje X en la ecuación $A-X=AX$.

b) Si $A=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, calcule X tal que $A-X=AX$.

2. Números y Álgebra:

Discuta, según los valores del parámetro m, el siguiente sistema: $\begin{cases} 2x-y+3z=0 \\ my+(3-m)z=-6 \\ 2x-y+mz=6 \end{cases}$.

3. Análisis:

a) Si $f(x)=\begin{cases} \ln x & si \quad x\in(0,e], \\ ax+b & si \quad x\in(e,\infty), \end{cases}$, diga qué relación tiene que existir entre los parámetros a y b para que sea continua y cuáles tienen que ser sus valores para que f sea derivable.

b) Calcule el área de la región encerrada por el eje X, la recta $x=4$ y la gráfica de $f(x)=\begin{cases} \ln x & si \quad x\in(0,e], \\ \dfrac{x}{e} & si \quad x\in(e,\infty). \end{cases}$.

4. Análisis:

a) De entre todos los triángulos rectángulos contenidos en el primer cuadrante que tienen un vértice en el origen, otro sobre la parábola $y=4-x^2$, un cateto sobre el eje X y el otro paralelo al eje Y, obtenga los catetos y la hipotenusa de aquel cuya área es máxima.

b) Enuncie los teoremas de Bolzano y de Rolle.

5. Geometría:

a) Estudie la posición relativa de los planos $\pi_1: mx-y+2=0$ e $\pi_2: 2x+3y=0$ en función del parámetro m.

b) Obtenga la ecuación implícita del plano que pasa por los puntos A (0,0,0), B(1,0,1) y C(0,1,0).

6. Geometría:

a) Obtenga la ecuación implícita del plano que pasa por el punto P(1,–3,0) y es perpendicular a la recta $\begin{cases} x-y+2z=1 \\ y-z=0 \end{cases}$.

b) Calcule la distancia del punto Q(1,1,1) al plano $\pi: -x+y+z+4=0$ y el punto simétrico de Q respecto a π.

7. Estadística y Probabilidad:

En un determinado lugar, la temperatura máxima durante el mes de julio sigue una distribución normal de media 25℃ y desviación típica 4℃. Calcule la probabilidad de que la temperatura máxima de un cierto día esté comprendida entre 21℃ y 27.2℃. ¿En cuántos días del mes se espera que la temperatura máxima permanezca dentro de ese rango?

8. Estadística y Probabilidad:

El 40% de los habitantes de una cierta comarca tienen camelias, el 35% tienen rosas y el 21% tienen camelias y rosas. Si se elige al azar a un habitante de esa comarca, calcule las cinco probabilidades siguientes: de que tenga camelias o rosas; de que no tenga ni camelias ni rosas; de que tenga camelias, sabiendo que tiene rosas; de que tenga rosas, sabiendo que tiene camelias; y de que solamente tenga rosas o solamente tenga camelias.

SOLUCIONES

1. Números y Álgebra:
a) Suponiendo que A e X son matrices cuadradas y que $A+I$ es invertible, despeje X en la ecuación $A-X=AX$.
b) Si $A=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 3\end{pmatrix}$, calcule X tal que $A-X=AX$.

a) Despejamos en $A-X=AX$

$$A-X=AX \Rightarrow A=AX+X \Rightarrow A=(A+I)X$$

Como $A+I$ es invertible existe $(A+I)^{-1}$. Lo calculamos

$$(A+I)^{-1}A=(A+I)^{-1}(A+I)X \Rightarrow \boxed{(A+I)^{-1}A=X}$$

b) Como $X=(A+I)^{-1}A$

Debemos de hallar $(A+I)^{-1}$, utilizamos la fórmula de la inversa, aunque previamente comprobamos que es invertible.

$$A+I=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 4\end{pmatrix}$$

$|A+I|=\begin{vmatrix}1 & -1\\ 1 & 4\end{vmatrix}=4+1=5\neq 0$. La matriz $A+I$ es invertible.

$$(A+I)^{-1}=\frac{Adj\left((A+I)^T\right)}{|A+I|}=\frac{Adj\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 4\end{pmatrix}}{5}=\frac{\begin{pmatrix}4 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}}{5}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}4 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$$

Lo utilizamos para resolver la ecuación $A-X=AX \rightarrow X=(A+I)^{-1}A$.

$$\boxed{X=}(A+I)^{-1}A=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}4 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 3\end{pmatrix}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}1 & -4+3\\ 1 & 1+3\end{pmatrix}=\boxed{\frac{1}{5}\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 4\end{pmatrix}}$$

2. Números y Álgebra:

Discuta, según los valores del parámetro m, el siguiente sistema: $\begin{cases}2x-y+3z=0\\ my+(3-m)z=-6\\ 2x-y+mz=6\end{cases}$.

<u>Primera forma de resolverlo (Por Gauss)</u>
Es razonable este método por la similitud entre la ecuación 1ª y 3ª.

$$\begin{cases}2x-y+3z=0\\ my+(3-m)z=-6\\ 2x-y+mz=6\end{cases}\Rightarrow\left\{\begin{array}{llll}\text{Ecuación 3ª - Ecuación 1ª} & & & \\ 2x & -y & +mz & =6\\ -2x & +y & -3z & =0\\ \hline 0 & 0 & (m-3)z & =6\rightarrow \text{Nueva ecuación 3ª}\end{array}\right\}\Rightarrow\begin{cases}2x-y+3z=0\\ \quad my+(3-m)z=-6\\ \qquad (m-3)z=6\end{cases}$$

El sistema equivalente que hemos obtenido es triangular, por lo que se producen casos distintos a partir de los valores nulos o no de la diagonal principal.

- CASO 1. $m\neq 0$ y $m\neq 3$.

En este caso el sistema se puede resolver en cadena y tiene solución única. Es un **sistema compatible determinado**.

- CASO 2. $m=0$

El sistema queda $\begin{cases} 2x-y+3z=0 \\ 3z=-6 \\ -3z=6 \end{cases} \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} \text{Ecuación 2ª y 3ª son iguales} \\ \text{Dejo solo la ecuación 2ª} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{cases} 2x-y+3z=0 \\ 3z=-6 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 2x-y+3z=0 \\ \boxed{z=-2} \end{cases} \Rightarrow 2x-y+3(-2)=0 \Rightarrow \boxed{2x-6=y}$

El sistema tiene infinitas soluciones. Es **compatible indeterminado**.

- CASO 3. $m=3$.

El sistema queda $\begin{cases} 2x-y+3z=0 \\ 3y+(3-3)z=-6 \\ (3-3)z=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-y+3z=0 \\ 3y=-6 \\ 0=6 \end{cases}$

La tercera ecuación del sistema es imposible y por tanto es sistema no tiene solución. Es un **sistema incompatible**.

<u>Segunda forma de resolverlo (Por rangos)</u>

El sistema $\begin{cases} 2x-y+3z=0 \\ my+(3-m)z=-6 \\ 2x-y+mz=6 \end{cases}$

tiene asociadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & m & 3-m \\ 2 & -1 & m \end{pmatrix}$ y $A/B=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & m & 3-m & -6 \\ 2 & -1 & m & 6 \end{pmatrix}$.

Calculamos el determinante de A y vemos cuando se anula.

$$|A|=\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & m & 3-m \\ 2 & -1 & m \end{vmatrix}=2m^2-6+2m-6m+6-2m=2m^2-6m$$

$$|A|=0 \Rightarrow 2m^2-6m=0 \Rightarrow 2m(m-3)=0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{m=0} \\ m-3=0 \Rightarrow \boxed{m=3} \end{cases}$$

- CASO 1. $m\neq 0$ y $m\neq 3$.

En este caso el determinante de A es no nulo y su rango es 3. Por lo que el rango de la ampliada es 3 e igual que el número de incógnitas.

$\left. \begin{matrix} Rango\ A=3 \\ Rango\ A/B=3 \\ N^o\ incógnitas=3 \end{matrix} \right\} \Rightarrow$ El sistema tiene una única solución.

El **sistema es compatible determinado**.

- CASO 2. $m=0$

El sistema queda

$$\begin{cases}2x-y+3z=0\\3z=-6\\2x-y=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2x-y+3z=0\\\boxed{z=-2}\\2x-y=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2x-y-6=0\\2x-y=6\end{cases}\Rightarrow\left\{\begin{matrix}\text{Las ecuaciones}\\\text{son iguales}\end{matrix}\right\}\Rightarrow 2x-y=6$$

El sistema tiene infinitas soluciones. Es **compatible indeterminado**.

- CASO 3. $m=3$.

  El sistema queda $\begin{cases}2x-y+3z=0\\3y=-6\\2x-y+3z=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2x-y+3z=0\\y=-2\\2x-y+3z=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2x+2+3z=0\\2x+2+3z=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2x+3z=-2\\2x+3z=4\end{cases}$

  El sistema que nos queda no tiene solución y por tanto es sistema no tiene solución. Es un **sistema incompatible**.

3. Análisis:

a) Si $f(x)=\begin{cases}\ln x & si \quad x\in(0,e],\\ ax+b & si \quad x\in(e,\infty),\end{cases}$, diga qué relación tiene que existir entre los parámetros *a* y *b* para que sea continua y cuáles tienen que ser sus valores para que *f* sea derivable.

b) Calcule el área de la región encerrada por el eje *X*, la recta $x=4$ y la gráfica de

$$f(x)=\begin{cases}\ln x & si \quad x\in(0,e],\\ \dfrac{x}{e} & si \quad x\in(e,\infty).\end{cases}.$$

a) Si la función $f(x)=\begin{cases}\ln x & si \quad x\in(0,e],\\ ax+b & si \quad x\in(e,\infty),\end{cases}$ es continua significa que los límites laterales e x = e coinciden.

$$\left.\begin{matrix}\lim\limits_{x\to e^-} f(x)=\lim\limits_{x\to e^-}\ln x=\ln e=1\\ \lim\limits_{x\to e^+} f(x)=\lim\limits_{x\to e^+}(ax+b)=a\cdot e+b\end{matrix}\right\}\Rightarrow 1=a\cdot e+b$$

Si es derivable lo es en x= e, por lo que las derivadas laterales en x = e deben coincidir.

$$f(x)=\begin{cases}\ln x & si \quad x\in(0,e],\\ ax+b & si \quad x\in(e,\infty),\end{cases}\Rightarrow f\,'(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x} & si \quad x\in(0,e),\\ a & si \quad x\in(e,\infty),\end{cases}$$

Por lo que al ser derivable en x = e se cumple:

$$\left.\begin{matrix}f'(e^-)=\lim\limits_{x\to e^-} f'(x)=\lim\limits_{x\to e^-}\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{e}\\ f'(e^+)=\lim\limits_{x\to e^+} f'(x)=\lim\limits_{x\to e^+} a=a\end{matrix}\right\}\Rightarrow\boxed{\dfrac{1}{e}=a}$$

Y sustituyendo en la primera ecuación que nos ha salido con la continuidad quedaría

$$\left.\begin{matrix}1=a\cdot e+b\\ \dfrac{1}{e}=a\end{matrix}\right\}\Rightarrow 1=\dfrac{1}{e}\cdot e+b\Rightarrow 1=1+b\Rightarrow\boxed{b=0}$$

Los valores son ***a = 1/e*** y ***b = 0.***

b) Veamos si la función $f(x)=\begin{cases}\ln x & si \quad x\in(0,e],\\ \dfrac{x}{e} & si \quad x\in(e,\infty).\end{cases}$ corta al eje X. Intentamos obtener los límites de integración.

$$f(x)=0\Rightarrow\begin{cases}\ln x=0 \quad \to x=1, \text{ que si pertenece al intervalo de definición } (0,e],\\ \dfrac{x}{e}=0\to x=0, \text{ que no pertenece al intervalo de definición } (e,\infty).\end{cases}$$

La función corta el eje X en x = 1 y la región limitada por el eje X, la función y la recta x = 4 es la integral definida de la función f(x) entre 1 y 4, pero en este intervalo la función cambia de definición por lo que el área queda como

$$Área=\int_1^e \ln x dx+\int_e^4 \frac{x}{e}dx$$

Calculamos primero las integrales indefinidas y luego las definidas.

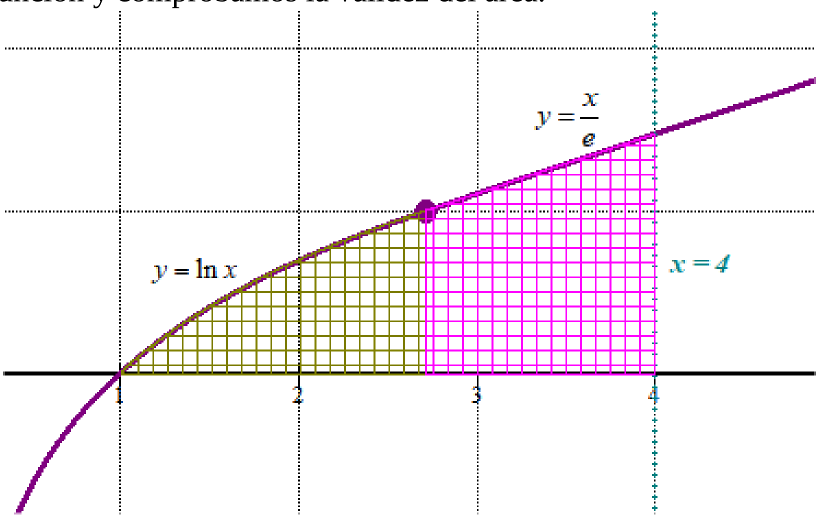
$$\int \ln x dx=\left\{\begin{matrix}\text{Integramos por partes}\\ u=\ln x\to du=\frac{1}{x}dx\\ dv=dx\to v=x\end{matrix}\right\}=x\ln x-\int x\frac{1}{x}dx=x\ln x-\int dx=x\ln x-x$$

$$\int\frac{x}{e}dx=\frac{1}{e}\int xdx=\frac{1}{e}\frac{x^2}{2}=\frac{x^2}{2e}$$

$$\boxed{Área=}\int_1^e \ln x dx+\int_e^4\frac{x}{e}dx=\left[x\ln x-x\right]_1^e+\left[\frac{x^2}{2e}\right]_e^4=$$

$$=\left[(e\ln e-e)-(\ln 1-1)\right]+\left[\frac{4^2}{2e}-\frac{e^2}{2e}\right]=1+\frac{16}{2e}-\frac{e}{2}=1+\frac{8}{e}-\frac{e}{2}=\boxed{2{,}58\,u^2}$$

Dibujamos la función y comprobamos la validez del área.

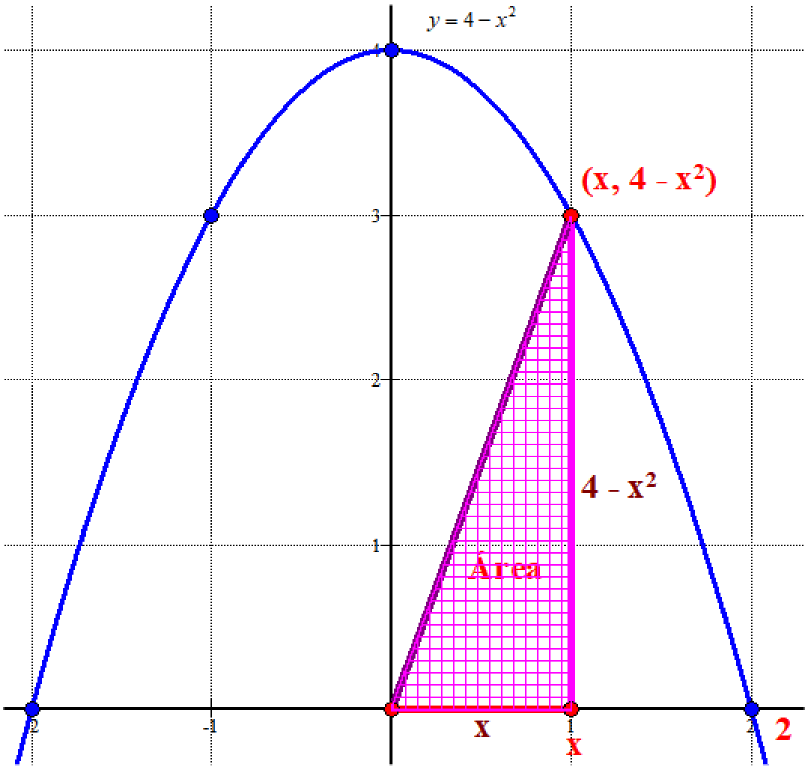


Si concuerdan los cuadraditos rayados de rosa o marrón con el resultado obtenido.

4. Análisis:
a) De entre todos los triángulos rectángulos contenidos en el primer cuadrante que tienen un vértice en el origen, otro sobre la parábola $y=4-x^2$, un cateto sobre el eje X y el otro paralelo al eje Y, obtenga los catetos y la hipotenusa de aquel cuya área es máxima.
b) Enuncie los teoremas de Bolzano y de Rolle.

a) Dibujemos la situación para aclararnos con lo que plantea el problema.
Para dibujar la parábola hacemos una tabla

x	$y=4-x^2$
-2	0
-1	3
0	4
1	3
2	0



El área del triángulo para los valores de x comprendidos entre 0 y 2 es:

$$\acute{A}rea=\frac{base\cdot altura}{2}=\frac{x\left(4-x^2\right)}{2}=\frac{4x-x^3}{2}$$

Derivamos para obtener la x que nos proporciona un valor máximo del área.

$$\acute{A}rea(x)=\frac{4x-x^3}{2}\Rightarrow \acute{A}rea\,'(x)=\frac{4-3x^2}{2}$$

$$\acute{A}rea\,'(x)=0\Rightarrow \frac{4-3x^2}{2}=0\Rightarrow 4-3x^2=0\Rightarrow 3x^2=4\Rightarrow x^2=\frac{4}{3}\Rightarrow x=\sqrt{\frac{4}{3}}$$

Solo nos sirve el valor positivo que está comprendido entre 0 y 2.
Comprobemos que es un máximo.

$$\acute{A}rea\,'(x)=\frac{4-3x^2}{2}\Rightarrow \acute{A}rea\,''(x)=\frac{-6x}{2}=-3x$$

$$\acute{A}rea\,''\left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right)=-3\sqrt{\frac{3}{4}}<0$$

Por lo que el área es máxima en $x=\sqrt{\frac{4}{3}}=1{,}15$.

Los catetos son $x=\boxed{\sqrt{\frac{4}{3}}}=1{,}15$ y $y=4-\left(\sqrt{\frac{4}{3}}\right)^2=4-\frac{4}{3}=\boxed{\frac{8}{3}=2{,}66}$

La hipotenusa valdría: hipotenusa $=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{\left(\sqrt{\frac{4}{3}}\right)^2+\left(\frac{8}{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{4}{3}+\frac{64}{9}}=\sqrt{\frac{76}{9}}=\boxed{2{,}9}$

5. Geometría:
a) Estudie la posición relativa de los planos $\pi_1 : mx - y + 2 = 0$ e $\pi_2 : 2x + 3y = 0$ en función del parámetro *m*.
b) Obtenga la ecuación implícita del plano que pasa por los puntos A (0,0,0), B(1,0,1) y C(0,1,0).

a) Los vectores normales de cada plano son $\vec{n_1} = (m, -1, 0)$ y $\vec{n_2} = (2, 3, 0)$.
Veamos si pueden ser paralelos.
¿$\frac{m}{2} = \frac{-1}{3} = \frac{0}{0}$? Debería cumplirse $\frac{m}{2} = \frac{-1}{3} \Rightarrow 3m = -2 \Rightarrow m = \frac{-2}{3}$

CASO 1. Si $m = \frac{-2}{3}$ los planos o son paralelos o coincidentes.
Sus ecuaciones son $\pi_1 : \frac{-2}{3}x - y + 2 = 0 \Rightarrow \pi_1 : -2x - 3y + 6 = 0 \Rightarrow \pi_1 : 2x + 3y - 6 = 0$
y $\pi_2 : 2x + 3y = 0$.
Los **planos son paralelos** pues tienen mismo vector normal pero no tienen puntos comunes.

CASO 2. Si $m \neq \frac{-2}{3}$ entonces los vectores normales no son proporcionales y **los planos se cortan en una recta**.

b) El plano que pasa por los puntos A (0,0,0), B(1,0,1) y C(0,1,0) tiene como vectores directores $\overrightarrow{AB} = (1,0,1) - (0,0,0) = (1,0,1)$ y $\overrightarrow{AC} = (0,1,0) - (0,0,0) = (0,1,0)$ y elegimos el punto A su ecuación implícita nos la da el determinante:

$$\left.\begin{array}{l} A(0,0,0) \in \pi \\ \overrightarrow{AB} = (1,0,1) \\ \overrightarrow{AC} = (0,1,0) \end{array}\right\} \Rightarrow \pi \equiv \begin{vmatrix} x-0 & y-0 & z-0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \pi \equiv \begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \boxed{\pi \equiv z - x = 0}$$

6. Geometría:
a) Obtenga la ecuación implícita del plano que pasa por el punto P(1,−3,0) y es perpendicular a la recta $\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ y - z = 0 \end{cases}$.
b) Calcule la distancia del punto Q(1,1,1) al plano $\pi : -x + y + z + 4 = 0$ y el punto simétrico de Q respecto a π.

a) Si el plano es perpendicular a la recta $\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ y - z = 0 \end{cases}$ entonces su vector normal es el vector director de la recta.
Averiguamos las coordenadas de dicho vector director de la recta, para ello la pasamos a ecuaciones paramétricas.

$$\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ y - z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y - 2z + 1 \\ y = z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = z - 2z + 1 \\ y = z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 - z \\ y = z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 - z \\ y = 0 + z \\ z = 0 + z \end{cases}$$

Un punto de la recta es P(1,0,0) y un vector director es $\vec{v} = (-1,1,1)$.

El plano que busco contiene al punto P(1,–3,0) y tiene como vector normal $\vec{v}=(-1,1,1)$ por lo que su ecuación es:

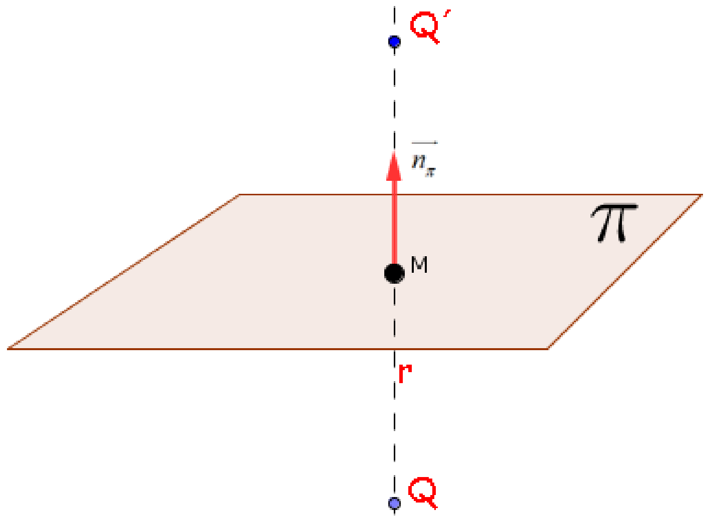
$$\left.\begin{array}{r} P(1,-3,0)\in\pi \\ \overrightarrow{n_\pi}=(-1,1,1) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} P(1,-3,0)\in\pi \\ \pi\equiv -x+y+z+D=0 \end{array}\right\} \Rightarrow -1-3+0+D=0 \Rightarrow D=4$$

El plano tiene ecuación $\boxed{\pi\equiv -x+y+z+4=0}$

b) La distancia del punto Q al plano se calcula con la fórmula

$$\boxed{d(Q,\pi)=}\frac{|-1+1+1+4|}{\sqrt{(-1)^2+1^2+1^2}}=\boxed{\frac{5}{\sqrt{3}}}$$

Para hallar el punto simétrico de Q respecto π (lo llamamos Q´) procederemos como en el dibujo. Hallamos la recta perpendicular al plano que pasa por Q, luego el punto de corte de recta y plano (lo llamamos M) y por último el punto de la recta tal que M es el punto medio del segmento QQ´.



El vector normal del plano $\pi: -x+y+z+4=0$ es $\overrightarrow{n_\pi}=(-1,1,1)$

La recta r tiene ecuación $\left.\begin{array}{r} Q(1,1,1)\in r \\ \vec{v_r}=(-1,1,1) \end{array}\right\} \Rightarrow r\equiv \left\{\begin{array}{l} x=1-\lambda \\ y=1+\lambda \\ z=1+\lambda \end{array}\right.$

Por lo que el punto M surge del sistema:

$$\left.\begin{array}{l} r\equiv\left\{\begin{array}{l} x=1-\lambda \\ y=1+\lambda \\ z=1+\lambda \end{array}\right. \\ \pi: -x+y+z+4=0 \end{array}\right\} \Rightarrow -(1-\lambda)+1+\lambda+1+\lambda+4=0 \Rightarrow -1+\lambda+1+\lambda+1+\lambda+4=0$$

$$3\lambda=-5 \Rightarrow \lambda=\frac{-5}{3}$$

$$\left.\begin{array}{l} x=1-\frac{-5}{3} \\ y=1+\frac{-5}{3} \\ z=1+\frac{-5}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=\frac{8}{3} \\ y=\frac{-2}{3} \\ z=\frac{-2}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow M\left(\frac{8}{3},\frac{-2}{3},\frac{-2}{3}\right)$$

Como $\left.\begin{array}{r} Q' \in r \\ r \equiv \left.\begin{array}{l} x = 1-\lambda \\ y = 1+\lambda \\ z = 1+\lambda \end{array}\right\} \end{array}\right\} \Rightarrow Q'(1-\lambda, 1+\lambda, 1+\lambda)$, además Q(1,1,1) y $M\left(\frac{8}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-2}{3}\right)$ se cumple que:

$$M = \frac{Q+Q'}{2} \Rightarrow \left(\frac{8}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-2}{3}\right) = \frac{(1,1,1)+(1-\lambda, 1+\lambda, 1+\lambda)}{2}$$

$$\left(\frac{16}{3}, \frac{-4}{3}, \frac{-4}{3}\right) = (2-\lambda, 2+\lambda, 2+\lambda)$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{16}{3} = 2-\lambda \\ \frac{-4}{3} = 2+\lambda \\ \frac{-4}{3} = 2+\lambda \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \frac{16}{3} = 2-\lambda \\ \frac{-4}{3} = 2+\lambda \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 16 = 6-3\lambda \\ -4 = 6+3\lambda \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 10 = -3\lambda \\ -10 = 3\lambda \end{array}\right\} \Rightarrow -10 = 3\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{-10}{3}$$

El punto Q' tiene coordenadas $Q'(1-\lambda, 1+\lambda, 1+\lambda) = \left(1+\frac{10}{3}, 1-\frac{10}{3}, 1-\frac{10}{3}\right) = \boxed{\left(\frac{13}{3}, \frac{-7}{3}, \frac{-7}{3}\right)}$

7. Estadística y Probabilidad:
En un determinado lugar, la temperatura máxima durante el mes de julio sigue una distribución normal de media 25°C y desviación típica 4°C. Calcule la probabilidad de que la temperatura máxima de un cierto día esté comprendida entre 21°C y 27.2°C. ¿En cuántos días del mes se espera que la temperatura máxima permanezca dentro de ese rango?

X = Temperatura diaria máxima en el mes de julio
X = N(25, 4)

$$P(21 < X < 27,2) = P\left(\frac{21-25}{4} < Z < \frac{27,2-25}{4}\right) = P(-1 < Z < 0,55) =$$

$$= P(Z < 0,55) - P(Z < -1) = P(Z < 0,55) - P(Z > 1) = P(Z < 0,55) - (1 - P(Z < 1)) =$$

$$= \{\text{Buscamos en la tabla N(0,1)}\} = 0.7088 - 1 + 0.8413 = \boxed{0.5501}$$

Si multiplicamos esa probabilidad de que ocurra 1 día por el número de días de julio obtendremos cuántos días se espera que tengan esa franja de temperaturas.
0,5501 · 31 = 17,05. Aproximadamente ocurrirá en 17 días del mes de julio

8. Estadística y Probabilidad:
El 40% de los habitantes de una cierta comarca tienen camelias, el 35% tienen rosas y el 21% tienen camelias y rosas. Si se elige al azar a un habitante de esa comarca, calcule las cinco probabilidades siguientes: de que tenga camelias o rosas; de que no tenga ni camelias ni rosas; de que tenga camelias, sabiendo que tiene rosas; de que tenga rosas, sabiendo que tiene camelias; y de que solamente tenga rosas o solamente tenga camelias.

Utilicemos una tabla de contingencia para poner orden en todos los datos que se proporcionan en el ejercicio.

	Camelias	No camelias	
Rosas	**21**		**35**
No rosas			
	40		**100**

Completamos la tabla.

	Camelias	No camelias	
Rosas	**21**	**14**	**35**
No rosas	**19**	**46**	**65**
	40	**60**	**100**

Probabilidad de que tenga camelias o rosas son el 100% menos los que no tienen nada (46%), es decir vale 54% = $\boxed{0{,}54}$.

Probabilidad de que no tenga ni camelias ni rosas es 46% = $\boxed{0{,}46}$.

Probabilidad de que tenga camelias, sabiendo que tiene rosas es una probabilidad condicionada. Hay 35 con rosas y de esos 21 tienen camelias. Esta probabilidad vale $\frac{21}{35} = \boxed{0,6}$.

Probabilidad de que tenga rosas, sabiendo que tiene camelias es una probabilidad condicionada. Hay 40 que tienen camelias y de esos 21 tienen rosas. Esta probabilidad vale $\frac{21}{40} = \boxed{0,525}$.

Probabilidad de que solamente tenga rosas o solamente tenga camelias es la suma de Rosas y no camelias y No rosas y camelias. Esta probabilidad vale 19 + 14 = 33% = $\boxed{0{,}33}$.