

Realiza cuatro preguntas de las ocho que se presentan

P1) Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a y resuélvelo en los casos en que es compatible:

$$\begin{cases} (a+1)x + (a^2+a)y = 2 \\ (-a-1)x - a^2y = 0 \\ ay + (a^2-1)z = 3-a \end{cases}$$

Menciona el resultado teórico empleado y justifica su uso.

(2.5 puntos)

P2) Calcula la ecuación continua de una recta r sabiendo que corta a la recta $s \equiv \begin{cases} 3x + y - z - 7 = 0 \\ x + y - 5 = 0 \end{cases}$, es paralela al plano de ecuación $\pi \equiv 2x - y + 3z - 6 = 0$ y pasa por el punto $P \equiv (-1, 3, 1)$.

(2.5 puntos)

P3) Calcula los siguientes límites

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(2 + \sin \frac{3\pi x}{2} \right)^{\frac{1}{x^2-x}} \quad (1.25 \text{ puntos})$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^4 - x^2 + 1} - \sqrt{x^4 - 7} \right) \quad (1.25 \text{ puntos})$$

P4) Sea la función $f(x) = \left(1 + \sin \frac{\pi x}{2} \right)^x$.

a) Demuestra que la función es continua en el intervalo $[1, 2]$.

(0.75 puntos)

b) Demuestra que existe $\alpha \in (1, 2)$ tal que $f'(\alpha) = 0$. Enuncia los resultados teóricos empleados y justifica su uso.

(1.75 puntos)

P5) Sean A y B dos matrices de tamaño 3×3 tales que $|A| = |B| = \frac{1}{2}$. Calcula $|C|$ teniendo en cuenta que la matriz C es la siguiente:

$$C = (2 \cdot A^t \cdot B^{-1})^2 \quad (2.5 \text{ puntos})$$

P6) Los puntos $A \equiv (-1, 2, 1)$ y $B \equiv (2, 5, 1)$ son dos vértices de un cuadrado. Halla los otros dos vértices sabiendo que están en la recta de ecuación

$$r \equiv \frac{x}{-1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{-4} \quad (2.5 \text{ puntos})$$

P7) Sea la función $f(x) = (x+3)^{\sin(\pi x)} \ln(x^2 - x + 2)$.

a) Demuestra que la función es continua en el intervalo $[-1, 0]$.

(1 punto)

b) Demuestra que existe $\alpha \in (-1, 0)$ tal que $f'(\alpha) = -\ln 2$. Enuncia los resultados teóricos empleados y justifica su uso.

(1.5 puntos)

P8) Encuentra los dos puntos en que se cortan las gráficas de estas dos funciones:

$$f(x) = \sin(\pi x) \text{ y } g(x) = |x^2 - x|$$

Calcula el área de la región del plano encerrada entre ambas gráficas.

(2.5 puntos)

Criterios de corrección y calificación

Criterios generales

La duración de la prueba es de 90 minutos. Se calificará de 0 a 10 puntos, redondeando a cuartos de punto.

- Se debe responder **exclusivamente** a cuatro de los problemas planteados. Si alguien responde a más de cuatro, solo se sumarán las cuatro peores puntuaciones.
- Se tendrá en cuenta el planteamiento seguido para la resolución del problema y la claridad en la exposición. Si es pertinente, se valorará la referencia a los resultados teóricos usados.
- Para la penalización de los errores en los cálculos, se tendrá en cuenta:
 - si son consecuencia de no haber seguido el procedimiento más adecuado.
 - si reflejan fallos de concepto.
 - si producen simplificaciones relevantes.
 - si ocurren con reiteración.

Criterios específicos

P1) Se valorará con 1.5 puntos la discusión completa, incluyendo la mención del teorema, 0,5 puntos la solución del caso compatible determinado y 0,5 puntos la del caso compatible indeterminado.

P4) En el apartado (b) se valorará sobre 0.75 puntos el enunciado del (de los) resultado(s) teórico(s) requerido(s). Se valorará sobre 1 punto la justificación de su uso.

P7) En el apartado (b) se valorará sobre 0.5 puntos el enunciado del (de los) resultado(s) teórico(s) requerido(s). Se valorará sobre 1 punto la justificación de su uso.

P8) Se valorará con 0.5 puntos la obtención de los puntos de corte, con 0,5 puntos el dibujo de la gráfica (aunque no sea muy detallado) y con 1,5 puntos el cálculo del área. Si la resolución es correcta, se puede obtener la máxima puntuación aunque no incluya dibujo.