

**MATEMATIKA II**

**MATEMÁTICAS II**



***Azterketa honek bost atal ditu, bakoitza 2,5 puntukoa. Horietako LAUri erantzun behar diozu. Atal bakoitzeko galdera bati erantzun soilik.***

***Ez ahaztu azterketako orrialde bakoitzean kodea jartzea.***

Kalkulagailuak erabil daitezke baina ezaugarri hauek dituztenak ez:

- pantaila grafikoa, datuak igortzeko aukera,
- programatzeko aukera, ekuazioak ebazteko aukera,
- matrize-eragiketak egiteko aukera,
- determinatzaileen kalkulua egiteko aukera,
- deribatuak eta integralak egiteko aukera,
- datu alfanumerikoak gordetzeko aukera.

***Este examen tiene cinco partes, de 2,5 puntos cada una. debes responde a CUATRO de ellas. En cada parte debes responder a una única pregunta.***

***No olvides poner el código en cada hoja de examen.***

No se podrán usar calculadoras que tengan alguna de las siguientes prestaciones:

- pantalla gráfica
- posibilidad de transmitir datos
- programable
- resolución de ecuaciones
- operaciones con matrices
- cálculo de determinantes
- derivadas e integrales
- almacenamiento de datos alfanuméricos.





**LEHEN ATALA (2,5 puntu)** Bietariko bati erantzun

**A1 Ariketa**

Eztabaidatu honako ekuazio sistema hau,  $m$  parametroaren balioen arabera.

$$S = \begin{cases} (m+3)x + my + mz = m-1 \\ 3x + mz = m-2 \\ -y + z = m-3 \end{cases}$$

Ebatzi bateragarri indeterminatua den kasuetan, baldin eta halakorik bada.

**B1 Ariketa**

$A(a)$  matrizea emanda

$$A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & a & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

kalkula ezazu, arrazoituz,  $a$ -ren balioa,  $A(a)^2$ -ren determinatea 4 izateko.

**BIGARREN ATALA (2,5 puntu)** Bietariko bati erantzun.

**A2 Ariketa**

Izan bitez

$$r \equiv \begin{cases} 4x - 3y + 4z = 1 \\ 3x - 2y + z = 0 \end{cases} \text{ zuzena eta } x - y + Az = 0 \text{ plano.}$$

a) Existitzen al da  $A$ -ren balioen bat, zeinetarako plano  $r$ -rekiko paraleloa den?

b) Aurkitu  $(0, 0, 0)$  puntutik pasatzen den eta  $r$  zuzenarekiko perpendikularra den planoaren ekuazioa.

**B2 Ariketa**

Izan bitez  $A(0, 0, 1)$ ,  $B(1, 1, 1)$  eta  $C(-1, -1, 2)$  puntuak. Lerrokatuta al daude? Erantzuna baiezkoa bada, kalkula ezazu hiru puntu horietatik pasatzen den zuzenaren ekuazioa. Erantzuna ezezkoa izanez gero, idatzi hiru puntu horiek hartzen dituen planoaren ekuazioa.



**HIRUGARREN ATALA (2,5 puntu)** Bietariko bati erantzun

**A3 Ariketa**

Izan bitez  $f(x) = x^2 + 64$  funtzioa eta  $P(6, 0)$   $f$ -ren grafikoarekiko **kanpoko puntu**. Aurkitu  $P$  puntutik pasatzen d(ir)en  $f$ -ren zuzen ukitzaila(k).

**B3 Ariketa**

Izan bedi  $f(x) = x^2 e^{-4x}$  funtzioa. Kalkula itzazu  $f$ -ren lehenengo eta bigarren deribatua. Aurkitu  $f$ -ren maximoak eta minimoak.

**LAUGARREN ATALA (2,5 puntu)** Bietariko bati erantzun

**A4 Ariketa**

Kalkula ezazu  $\int x e^{-4x} dx$ , kalkulua egiteko erabili duzun prozedura azalduz.

**B4 Ariketa**

Marrastu  $y = x + 2$  zuzenak eta  $y = x^2$  parabolak mugatzen duten eremu finitua. Kalkula ezazu eremu horren azalera.

**BOSGARREN ATALA (2,5 puntu)** Bietariko bati erantzun

**A5 Ariketa**

Mahai baten ganean botoiz beteriko hiru kutxa ditud; lehenengo kutxan 3 botoi daude, bigarrenean 5 eta hirugarrenean 4 botoi. Botoi gorri bakarra dago kutxa bakoitzeko. Zoriz kutxa bat aukeratzen badut eta bertatik, zoriz, botoi bat ateratzen badut:

a) Zein da botoia gorria izateko probabilitatea?

b) Atera dudan botoia gorria izan dela jakinik, zein da probabilitatea lehenengo kutxakoa izateko?

**B5 Ariketa**

Sei aldeko dado bat 6.000 bider botatzen dugu. Kalkulatu zein da probabilitatea lortutako bostekoen kopurua:

a) 1.500 baino handiagoa izateko.

b) 1.000 eta 1.100 artean egoteko.



**PRIMERA PARTE (2,5 puntos)** Responde a una de las dos.

**Ejercicio A1**

Discutir, en función de  $m$ , el sistema de ecuaciones

$$S = \begin{cases} (m+3)x + my + mz = m-1 \\ 3x + mz = m-2 \\ -y + z = m-3 \end{cases}$$

Resolver en los casos de indeterminación, suponiendo que existan.

**Ejercicio B1**

Dada la matriz  $A(a)$

$$A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & a & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

calcular, razonadamente, el valor de  $a$  para que el determinante de  $A(a)^2$  valga 4.

**SEGUNDA PARTE (2,5 puntos)** Responde a una de las dos.

**Ejercicio A2**

Sean la recta

$$r \equiv \begin{cases} 4x - 3y + 4z = 1 \\ 3x - 2y + z = 0 \end{cases} \quad \text{y el plano } x - y + Az = 0.$$

- a) ¿Existe algún valor de  $A$  para que el plano sea paralelo a  $r$ ?
- b) Encontrar el plano perpendicular a la recta  $r$  que pasa por el punto  $(0, 0, 0)$ .

**Ejercicio B2**

Se consideran los tres puntos  $A(0, 0, 1)$ ,  $B(1, 1, 1)$  y  $C(-1, -1, 2)$ . ¿Están alineados? En caso afirmativo hallar la ecuación de la recta que los contiene. En caso negativo calcular el plano que los contiene.



**TERCERA PARTE (2,5 puntos)** Responde a una de las dos.

**Ejercicio A3**

Dada la función  $f(x) = x^2 + 64$  y el **punto exterior** a su gráfica  $P(6, 0)$ , encontrar la recta o rectas tangentes a  $f$  que pasen por  $P$ .

**Ejercicio B3**

Sea  $f$  la función  $f(x) = x^2 e^{-4x}$ . Calcular la primera y la segunda derivada de  $f$ . Hallar los máximos y mínimos de  $f$ .

**CUARTA PARTE (2,5 puntos)** Responde a una de las dos.

**Ejercicio A4**

Calcula  $\int x e^{-4x} dx$ , explicando el proceso utilizado para dicho cálculo.

**QUINTA PARTE (2,5 puntos)** Responde a una de las dos.

**Ejercicio B4**

Representar el recinto finito del plano limitado por la recta  $y = x + 2$  y por la parábola  $y = x^2$ . Calcular su área.

**Ejercicio A5**

Sobre una mesa tengo tres cajas con botones; la primera caja tiene 3 botones, la segunda 5 y la tercera 4. Cada una de las cajas contiene un solo botón rojo. Si elijo al azar una caja y saco de ella un botón al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea un botón rojo?

b) Si he sacado un botón rojo, ¿cuál es la probabilidad de pertenezca a la primera caja?

**Ejercicio B5**

Lanzamos un dado de seis caras 6000 veces. Calcular la probabilidad de que el número de veces que salga el 5

a) sea superior a 1500.

b) esté comprendido entre 1000 y 1100.