



Model 2

Contestau de manera clara i raonada quatre qüestions qualssevol, escollides d'entre totes les proposades en les opcions A i B conjuntament. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1 Donat el sistema següent:

$$x + (a + 1)y = 1$$

$$ax + 2y = -2$$

- a) Discuti el sistema en funció del paràmetre a . (6 punts)
- b) Resoleu-lo per a $a = -2$. (4 punts)

2 En una empresa es poden produir fins a 500 taules cada mes. La funció de costos en relació amb el nombre q de taules produïdes és

$$C(q) = q^3/50 + 8q + 40$$

Si q és el nombre de taules produïdes, el cost mitjà de cada taula s'expressa mitjançant la funció

$$Q(q) = C(q)/q$$

- a) Calculeu el cost mitjà de cada taula, si l'empresa en produeix 5. I si en produeix 20? (3 punts)
- b) Determineu quantes taules cal produir perquè el cost mitjà sigui mínim. Justifiqueu que es tracta efectivament d'un mínim i calculeu aquest cost mitjà. (7 punts)

3 Donades les funcions $f(x) = -x^2 + 5$ i $g(x) = x^2 - a$, on $a \in R$.

- a) Trobau tots els possibles valors de a perquè $f(x)$ i $g(x)$ s'intersequin. (3 punts)
- b) Per a $a = 3$, dibuixau el recinte tancat entre els gràfics de $f(x)$ i $g(x)$, identificant els punts d'intersecció. (3 punts)
- c) Per a $a = 3$, calculeu l'àrea d'aquest recinte interior. (4 punts)

4 En una mostra aleatòria de 256 individus s'ha obtingut una edat mitjana de 17.4 anys. Se sap que la desviació típica de la població normal de la qual procedeix aquesta mostra és de 2 anys.

- a) Obteniu un interval de confiança al 95 % per a l'edat mitjana de la població. (5 punts)
- b) Quina ha de ser la mida mínima de la mostra que s'ha de prendre perquè en estimar l'edat mitjana amb un nivell de confiança del 99%, l'error comès sigui inferior a 0.5 anys? (5 punts)



Model 2

OPCIÓ B

1 Un trajecte de 600 km s'ha de fer combinant taxi, ferrocarril i autobús. El cost del taxi és de 0.5 euros/km; el del ferrocarril, de 0.2 euros/km, i el de l'autobús, de 0.1 euros/km. El recorregut ens ha costat 150 euros, i se sap que s'han fet el doble de quilòmetres amb ferrocarril que amb taxi i autobús junts. Determinau les distàncies que s'han recorregut amb cada mitjà de transport. (10 punts)

2 Un pastisser disposa de 150 kg de farina, 22 kg de sucre i 26 kg de mantega per fer dos tipus de pastissos, A i B. Per fer una fornada de pastissos del tipus A es necessiten 3 kg de farina, 1 kg de sucre i 1 kg de mantega, mentre que per fer una fornada de pastissos del tipus B es necessiten 6 kg de farina, 0.5 kg de sucre i 1 kg de mantega. Se sap que el benefici que s'obté en vendre una fornada del tipus A és de 20 euros i, de 30 euros en vendre una fornada del tipus B.

a) Plantejau la maximització del benefici del pastisser com un problema de programació lineal. (4 punts)

b) Dibuixau la regió factible per a la solució, indicant les rectes i vèrtexs que la delimiten. (4 punts)

c) Determinau quantes fornades de cada tipus ha de fer i vendre el pastisser per maximitzar els seus beneficis. Determinau també aquest benefici màxim. (2 punts)

3 Considerem una funció $f(x)$ tal que la seva primera derivada és $f'(x) = x^3 + bx + 4$, en què b és un paràmetre real.

a) Determinau el valor de b perquè $f(x)$ tingui un extrem relatiu a $x = -1$ i raonau si es tracta d'un màxim o d'un mínim. (4 punts)

b) Suposant que $b = 1$, trobau una primitiva de $f'(x)$, i.e, $\int f'(x) dx$. (3 punts)

c) Utilitzau la primitiva anterior per trobar $f(x)$ per $b = 1$ sabent que $f(2) = -1$. (3 punts)

4 Una tafona rep caixes d'olives de dues productores, A i B, que conreen dues varietats, picual i arbequina. El 40% de les olives prové de la productora A, d'aquestes el 60 % és de la varietat picual. De les que provenen de la productora B, el 30 % és de la varietat arbequina. Es tria una caixa d'olives a l'atzar.

a) Interpretau les dades proporcionades en termes de successos, probabilitats i probabilitats condicionades. (2 punts)

b) Quina és la probabilitat que sigui de la varietat picual? (4 punts)

c) Si se sap que és de la varietat picual, quina és la probabilitat que provingui de la productora A? (4 punts)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Taula de la distribució normal $N(0, 1)$.