



## Prueba de Evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (EBAU)

Universidad de Extremadura  
Curso 2019-2020

Materia: Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

Tiempo máximo de la prueba: 1h 30m

**INSTRUCCIONES PARA REALIZAR EL EXAMEN**

El examen consta de **10 problemas**, cuyo valor es de **2 puntos cada uno**. El estudiante ha de elegir 5 problemas.

En ningún caso deberá responder a un número mayor del indicado porque en la corrección del examen sólo se tendrán en cuenta los cinco primeros problemas resueltos. Si se desea que alguno de ellos no sea tenido en cuenta, el estudiante ha de tacharlo y dejarlo claramente indicado. En ese caso, además de los cuatro primeros problemas sin tachar, se corregirá el que ocupe el siguiente lugar.

**PROBLEMA 1 (2 puntos)**

Una factoría de automóviles tiene pedidos de 180 turismos y 140 furgonetas para la próxima temporada. Dispone para ello de dos fábricas A y B. La fábrica A produce diariamente 6 turismos y 2 furgonetas con un coste diario de 30000 euros y la fábrica B 2 turismos y 2 furgonetas con un coste de 20000 euros cada día. ¿Cuántos días debe abrir cada fábrica para producir el pedido de la temporada con el mínimo coste? ¿Cuál es el valor de dicho coste mínimo? Justificar las respuestas.

**PROBLEMA 2 (2 puntos)**

Un apicultor hurdano tiene 900 botes de miel y 500 botes de polen con los que elabora dos lotes A y B que pone a la venta. Cada lote A contiene 2 botes de miel y 2 botes de polen con un beneficio de 15 euros y cada lote B 3 botes de miel y 1 bote de polen con un beneficio de 12 euros. ¿Cuántos lotes de cada tipo debe organizar para que el beneficio sea máximo? Halla el valor de dicho beneficio máximo. Justificar las respuestas.

**PROBLEMA 3 (2 puntos)**

Sea A y B las matrices siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Hallar, justificando la respuesta, las matrices X e Y que sean solución del sistema de ecuaciones matriciales siguiente:

$$\left. \begin{aligned} -2X + Y &= A + B \\ 5X + Y &= A - 2B \end{aligned} \right\}$$

**PROBLEMA 4 (2 puntos)**

Sea A la matriz siguiente:

$$A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ -1 & x \end{pmatrix}$$

Hallar, justificando la respuesta, el valor de x para el que se verifica  $A^t = A^{-1}$ , donde  $A^t$  es la matriz traspuesta de A y  $A^{-1}$  la matriz inversa de A.

**PROBLEMA 5 (2 puntos)**

El gasto G (en euros) por el consumo de energía eléctrica en un taller durante las 8 horas de funcionamiento varía de acuerdo con la función:

$$G(t) = 2t^3 - 27t^2 + 84t + 60 \quad (0 \leq t \leq 8)$$

donde t es el tiempo transcurrido en horas. Se pide, justificando las respuestas, determinar a qué horas se producen los gastos máximo y mínimo y los valores de dichos gastos máximo y mínimo.

**PROBLEMA 6 (2 puntos)**

En una piscina natural, el aumento de temperatura (en grados centígrados),  $x$ , ocasiona un aumento en la cantidad de algas en superficie (en kg),  $F(x)$ . La relación entre ambas cantidades viene dada por la función:

$$F(x) = \begin{cases} 2Bx + 2A & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ x^2 - 3Ax + 8B & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Se sabe que para un aumento de 4 grados centígrados, se han recogido 12 kg de algas y que la función es continua. Determinar las constantes A y B. Justificar la respuesta.

**PROBLEMA 7 (2 puntos)**

Se pide, justificando las respuestas:

(a) Hallar el área encerrada por la función  $f(x) = x^2 + x - 2$  y el eje OX entre  $x = 4$  y  $x = 6$ . **(1 punto)**

(b) Calcular las asíntotas de la función  $g(x) = \frac{-2x^2 - 1}{3(x^2 + x - 2)}$  **(1 punto)**

**PROBLEMA 8 (2 puntos)**

Una biblioteca cuenta con 1000 socios, de los cuales 350 son jóvenes, 400 adultos y 250 mayores. Encuestados sobre la puesta en marcha de un nuevo servicio, se muestran favorables 210 jóvenes, 300 adultos y 125 mayores.

Se pide, justificando las respuestas:

(a) Calcular la probabilidad de que un adulto sea contrario a la puesta en marcha del servicio. **(1 punto)**

(b) Calcular la probabilidad de que un socio elegido al azar sea favorable a la puesta en marcha del servicio. **(1 punto)**

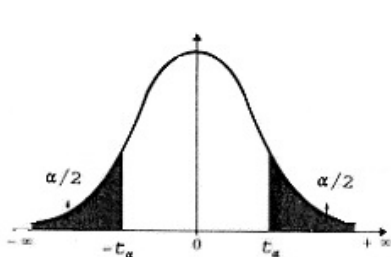
**PROBLEMA 9 (2 puntos)**

El peso de los libros de texto es una variable que sigue una distribución normal con una desviación típica de 72 gramos. Se toma una muestra de 36 libros, siendo su peso medio de 800 gramos. Calcular, justificando la respuesta, el intervalo de confianza al 95% para el peso medio de los libros de texto.

**PROBLEMA 10 (2 puntos)**

Se pretende realizar un estudio sobre la renta mensual de las familias. Dicha variable sigue una distribución normal con una desviación típica 400 euros. Si deseamos obtener un intervalo de confianza al 95% para la media de dicha variable, ¿cuántas familias tenemos que seleccionar (tamaño muestral) para que el intervalo tenga una longitud de 160 euros? Justificar la respuesta.

**Tabla para los Problemas 9 y 10**



$\alpha$	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	$\infty$	2.576	2.326	2.170	2.054	1.960	1.881	1.812	1.751	1.695
0.1	1.645	1.598	1.555	1.514	1.476	1.440	1.405	1.372	1.341	1.311
0.2	1.282	1.254	1.227	1.200	1.175	1.150	1.126	1.103	1.080	1.058
0.3	1.036	1.015	0.994	0.974	0.954	0.935	0.915	0.896	0.878	0.860
0.4	0.842	0.824	0.806	0.789	0.772	0.755	0.739	0.722	0.706	0.690

## SOLUCIONES

### PROBLEMA 1 (2 puntos)

Una factoría de automóviles tiene pedidos de 180 turismos y 140 furgonetas para la próxima temporada. Dispone para ello de dos fábricas A y B. La fábrica A produce diariamente 6 turismos y 2 furgonetas con un coste diario de 30000 euros y la fábrica B 2 turismos y 2 furgonetas con un coste de 20000 euros cada día. ¿Cuántos días debe abrir cada fábrica para producir el pedido de la temporada con el mínimo coste? ¿Cuál es el valor de dicho coste mínimo? Justificar las respuestas.

Llamemos  $x$  al número de días que abre la fábrica A e  $y$  al número de días que abre la fábrica B. Hagamos una tabla para establecer las restricciones.

	Turismos	Furgonetas	Coste
Fábrica A ( $x$ días)	$6x$	$2x$	$30000x$
Fábrica B ( $y$ días)	$2y$	$2y$	$20000y$
TOTAL	$6x+2y$	$2x+2y$	$30000x+20000y$

El número de turismos debe ser mayor de 180  $\rightarrow 6x + 2y \geq 180$

El número de furgonetas debe ser mayor de 140  $\rightarrow 2x + 2y \geq 140$

Además las cantidades  $x$  e  $y$  deben ser positivas  $\rightarrow x \geq 0$ ;  $y \geq 0$

Las restricciones son:

$$\left. \begin{array}{l} 6x + 2y \geq 180 \\ 2x + 2y \geq 140 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3x + y \geq 90 \\ x + y \geq 70 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$$

La función objetivo es el coste que viene dado por la expresión:  $C(x, y) = 30000x + 20000y$ .

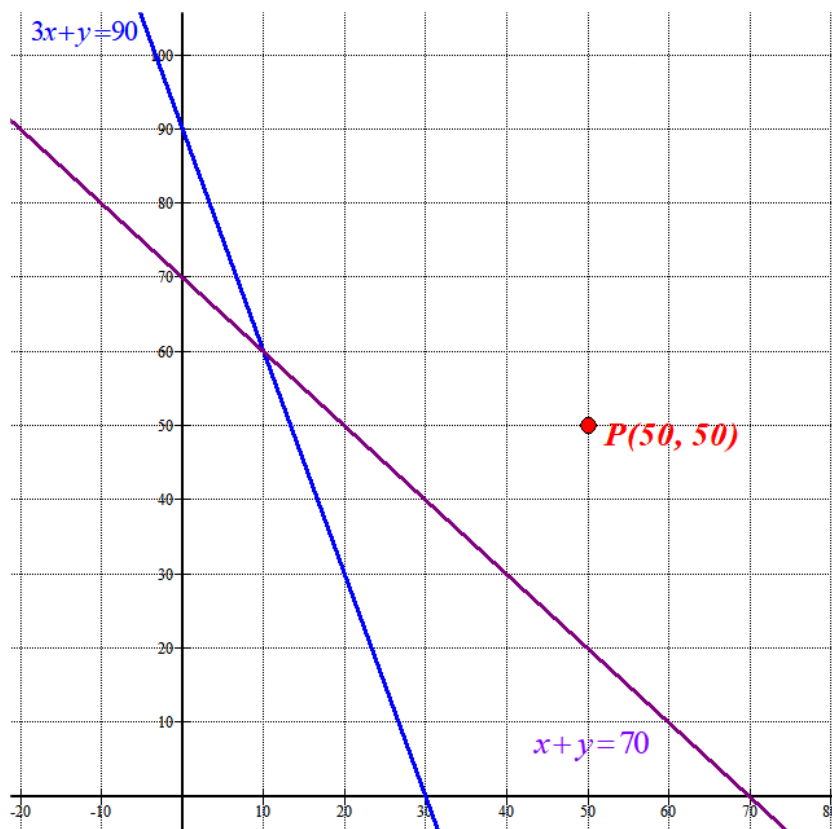
Representamos las restricciones y localizamos la región factible.

$$x + y = 70$$

$x$	$y = 70 - x$
0	70
70	0

$$3x + y = 90$$

$x$	$y = 90 - 3x$
30	0
0	90



Probamos si el punto  $P(50, 50)$  cumple las restricciones.

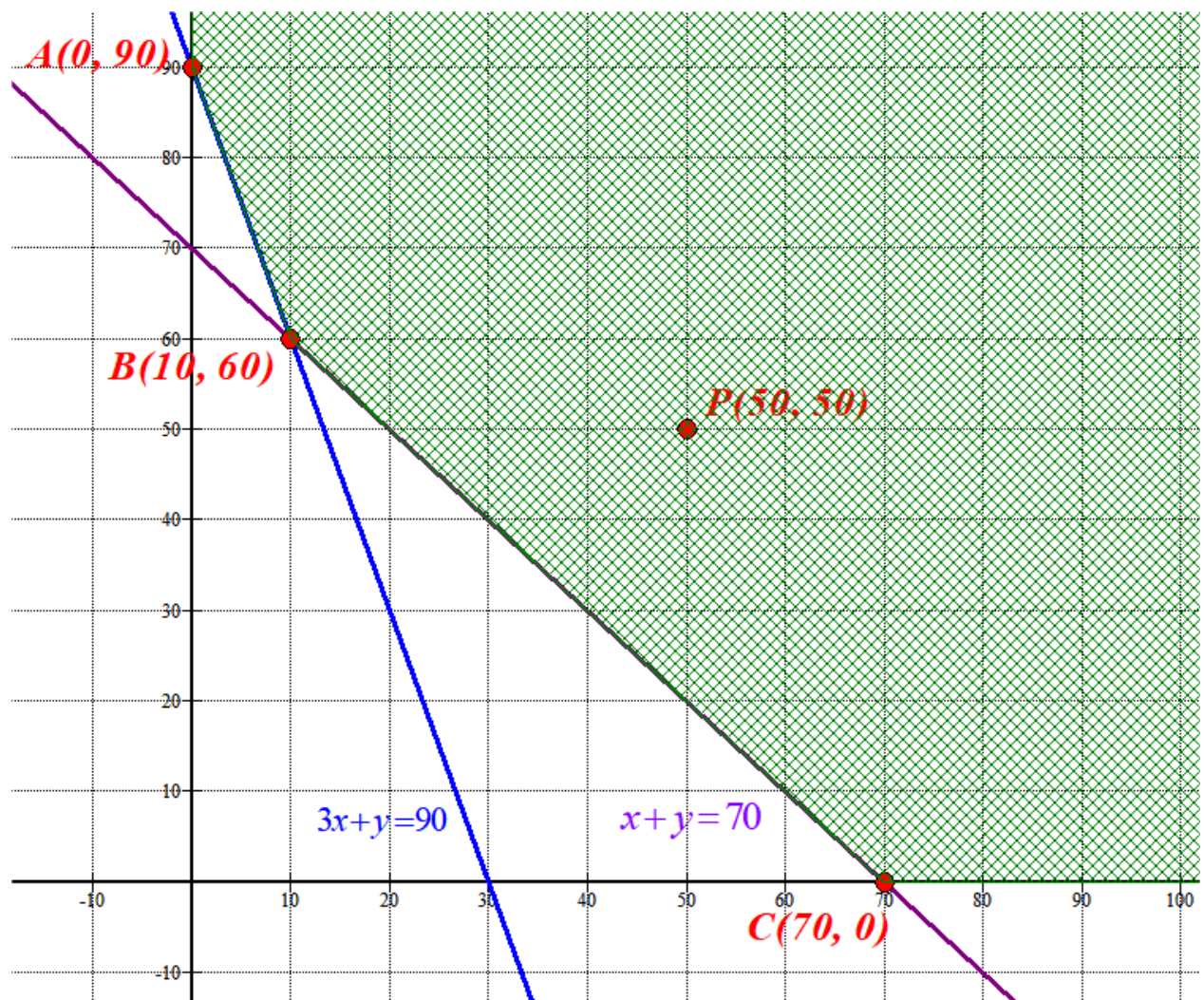
$$150 + 50 \geq 90$$

$$50 + 50 \geq 70$$

$$50 \geq 0$$

$$50 \geq 0$$

Si se cumplen todas las restricciones y la región factible es la zona rayada.



Buscamos las coordenadas de los vértices de la región factible y valoramos la función en cada uno de ellos en busca de un coste mínimo.

- $A(0, 90) \rightarrow C(0, 90) = 1800000$
- $B(10, 60) \rightarrow C(10, 60) = 300000 + 1200000 = 1500000 \text{ €}$
- $C(70, 0) \rightarrow C(70, 0) = 2100000 + 0 = 2100000$

El coste mínimo se localiza en el vértice  $B(10, 60)$  lo que significa 10 días de trabajo en la fábrica A y 60 en la fábrica B.

**PROBLEMA 2 (2 puntos)**

Un apicultor hurdano tiene 900 botes de miel y 500 botes de polen con los que elabora dos lotes A y B que pone a la venta. Cada lote A contiene 2 botes de miel y 2 botes de polen con un beneficio de 15 euros y cada lote B 3 botes de miel y 1 bote de polen con un beneficio de 12 euros. ¿Cuántos lotes de cada tipo debe organizar para que el beneficio sea máximo? Halla el valor de dicho beneficio máximo. Justificar las respuestas.

Es un problema de programación lineal. Llamo  $x$  al número de lotes A e  $y$  al número de lotes B. Hacemos una tabla

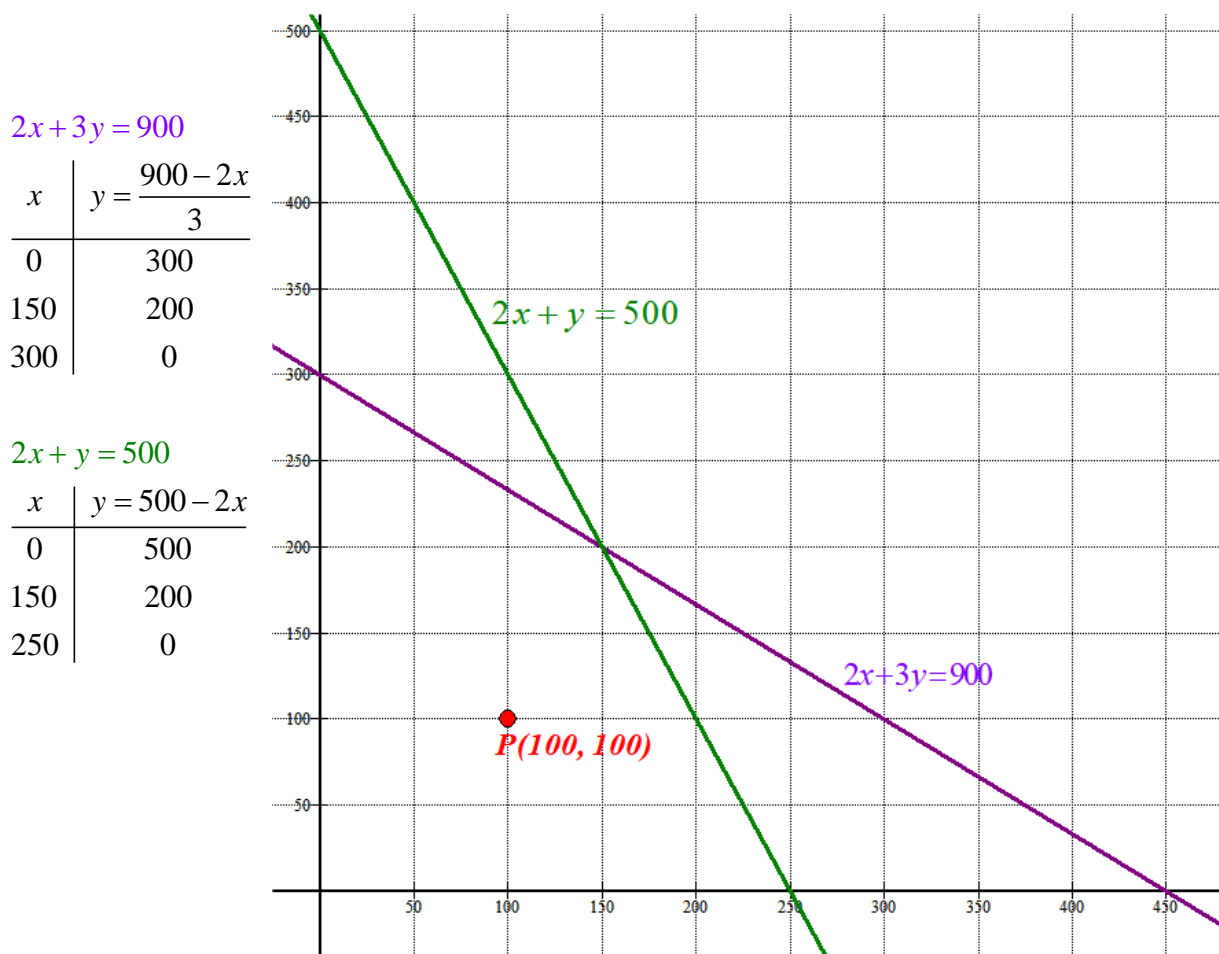
	Botes de miel	Botes de polen	Beneficio
Lotes A ( $x$ )	$2x$	$2x$	$15x$
Lotes B ( $y$ )	$3y$	$y$	$12y$
TOTALES	$2x+3y$	$2x+y$	$15x+12y$

Las restricciones quedarían:

$$\left. \begin{aligned} 2x + 3y &\leq 900 \\ 2x + y &\leq 500 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned} \right\}$$

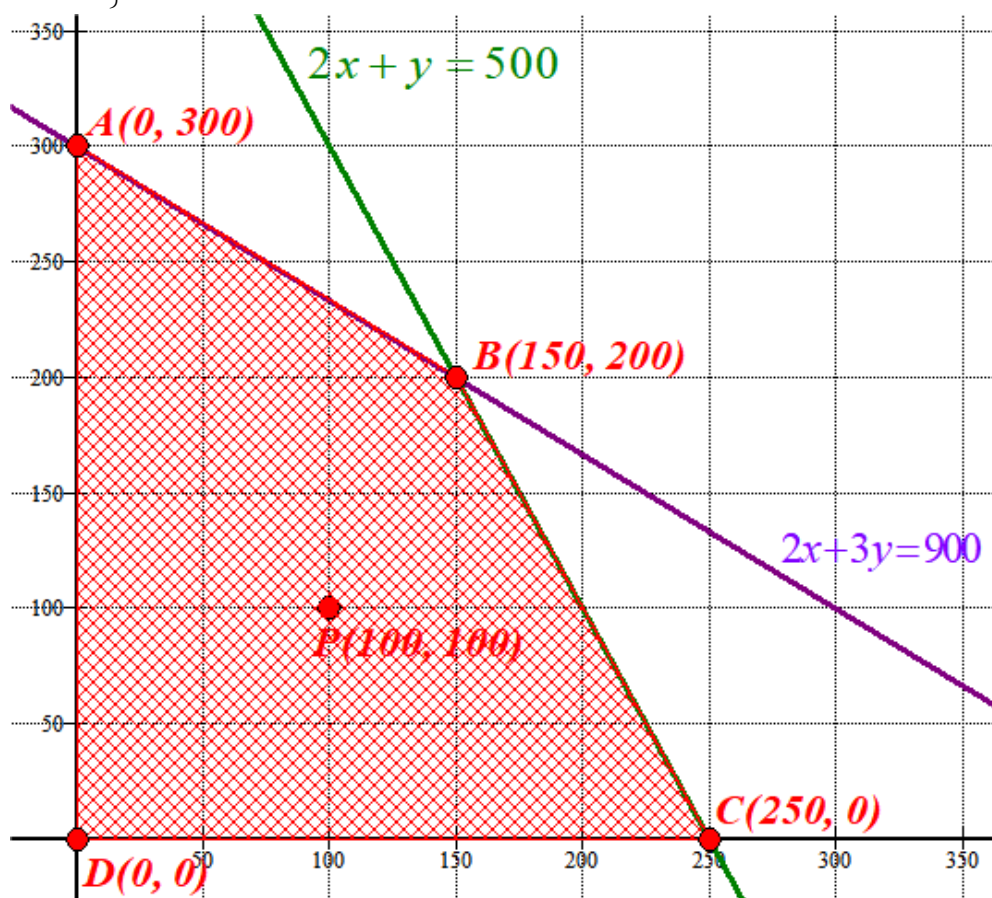
La función objetivo es el beneficio, que deseamos maximizar:  $B(x, y) = 15x + 12y$

Dibujamos las rectas asociadas a las restricciones buscando la región factible.



Veamos si el punto  $P(100, 100)$  cumple todas las restricciones:

$$\left. \begin{array}{l} 200 + 300 \leq 900 \\ 200 + 100 \leq 500 \\ 100 \geq 0 \\ 100 \geq 0 \end{array} \right\} \text{Se cumplen todas las restricciones y la zona objetivo es la zona rayada.}$$



Valoramos el beneficio obtenido en cada vértice en busca del beneficio máximo.

- $A(0, 300) \rightarrow B(0, 300) = 0 + 3600 = 3600$
- $B(150, 200) \rightarrow B(150, 200) = 2250 + 2400 = 4650 \text{ €}$
- $C(250, 0) \rightarrow B(250, 0) = 3750 + 0 = 3750$
- $D(0, 0) \rightarrow B(0, 0) = 0$

El beneficio máximo con las restricciones del ejercicio se obtiene en el vértice  $B(150, 200)$ . Esto significa la realización de 150 lotes A y 200 lotes B. Con un beneficio máximo de 4650 €.

**PROBLEMA 3 (2 puntos)**

Sea  $A$  y  $B$  las matrices siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Hallar, justificando la respuesta, las matrices  $X$  e  $Y$  que sean solución del sistema de ecuaciones matriciales siguiente:

$$\begin{cases} -2X + Y = A + B \\ 5X + Y = A - 2B \end{cases}$$

Resolvamos el sistema y luego sustituimos las matrices  $A$  y  $B$ .

$$\begin{cases} -2X + Y = A + B \\ 5X + Y = A - 2B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{Ecuación 2}^a - \text{Ecuación 1}^a \\ 5X + Y = A - 2B \\ 2X - Y = -A - B \\ \hline 7X = -3B \end{cases} \Rightarrow 7X = -3B \Rightarrow X = \frac{-3}{7}B$$

$$\Rightarrow -2\frac{-3}{7}B + Y = A + B \Rightarrow \frac{6}{7}B + Y = A + B \Rightarrow Y = A + B - \frac{6}{7}B = A + \frac{1}{7}B$$

Sustituimos  $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  en las expresiones obtenidas.

$$X = \frac{-3}{7}B = \frac{-3}{7} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$Y = A + \frac{1}{7}B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} + \frac{1}{7} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-1/7 & 5+1/7 \\ 0 & -3-1/7 \end{pmatrix}$$

$$Y = \begin{pmatrix} 6/7 & 36/7 \\ 0 & -22/7 \end{pmatrix} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 6 & 36 \\ 0 & -22 \end{pmatrix}$$

**PROBLEMA 4 (2 puntos)**

Sea  $A$  la matriz siguiente:

$$A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ -1 & x \end{pmatrix}$$

Hallar, justificando la respuesta, el valor de  $x$  para el que se verifica  $A^t = A^{-1}$ , donde  $A^t$  es la matriz traspuesta de  $A$  y  $A^{-1}$  la matriz inversa de  $A$ .

Si  $A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ -1 & x \end{pmatrix}$  entonces  $A^t = \begin{pmatrix} x & -1 \\ 1 & x \end{pmatrix}$ .

Si esta matriz es la inversa debe cumplir que  $A \cdot A^{-1} = A \cdot A^t = Id$

$$\begin{pmatrix} x & 1 \\ -1 & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & -1 \\ 1 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x^2+1 & -x+x \\ -x+x & 1+x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x^2+1 & 0 \\ 0 & 1+x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$x^2 + 1 = 1 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow \boxed{x=0}$$

**PROBLEMA 5 (2 puntos)**

El gasto  $G$  (en euros) por el consumo de energía eléctrica en un taller durante las 8 horas de funcionamiento varía de acuerdo con la función:

$$G(t) = 2t^3 - 27t^2 + 84t + 60 \quad (0 \leq t \leq 8)$$

donde  $t$  es el tiempo transcurrido en horas. Se pide, justificando las respuestas, determinar a qué horas se producen los gastos máximo y mínimo y los valores de dichos gastos máximo y mínimo.

Buscamos los puntos críticos de  $G(t) = 2t^3 - 27t^2 + 84t + 60$  ( $0 \leq t \leq 8$ ). Hacemos la derivada y la igualamos a cero.

$$G(t) = 2t^3 - 27t^2 + 84t + 60 \Rightarrow G'(t) = 6t^2 - 54t + 84$$

$$G'(t) = 0 \Rightarrow 6t^2 - 54t + 84 = 0 \Rightarrow t^2 - 9t + 14 = 0$$

$$t = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 56}}{2} = \frac{9 \pm 5}{2} = \begin{cases} \frac{9+5}{2} = 7 = t \\ \frac{9-5}{2} = 2 = t \end{cases}$$

Estos dos valores están entre 0 y 8.

Son puntos críticos de la función.

Valoramos estos puntos y los extremos del intervalo y vemos cuando y cuanto es el gasto máximo y mínimo.

- $t = 0 \rightarrow G(0) = 60$
- $t = 2 \rightarrow G(2) = 2 \cdot 2^3 - 27 \cdot 2^2 + 84 \cdot 2 + 60 = 136$
- $t = 7 \rightarrow G(7) = 2 \cdot 7^3 - 27 \cdot 7^2 + 84 \cdot 7 + 60 = 11$
- $t = 8 \rightarrow G(8) = 2 \cdot 8^3 - 27 \cdot 8^2 + 84 \cdot 8 + 60 = 28$

El máximo gasto se produce a las 2 horas (136) y el mínimo a las 7 horas (11).



**PROBLEMA 6 (2 puntos)**

En una piscina natural, el aumento de temperatura (en grados centígrados),  $x$ , ocasiona un aumento en la cantidad de algas en superficie (en kg),  $F(x)$ . La relación entre ambas cantidades viene dada por la función:

$$F(x) = \begin{cases} 2Bx + 2A & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ x^2 - 3Ax + 8B & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Se sabe que para un aumento de 4 grados centígrados, se han recogido 12 kg de algas y que la función es continua. Determinar las constantes A y B. Justificar la respuesta.

Se sabe que  $F(4) = 12$ , esto implica:

$$F(4) = 4^2 - 12A + 8B = 12 \Rightarrow -12A + 8B = -4 \Rightarrow \boxed{-3A + 2B = -1}$$

Además la función es continua, por lo que

$$F(3) = \lim_{x \rightarrow 3^+} F(x)$$

$$6B + 2A = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x^2 - 3Ax + 8B)$$

$$6B + 2A = 9 - 9A + 8B$$

$$\boxed{11A - 2B = 9}$$

Juntamos las dos condiciones en un sistema y lo resolvemos:

$$\left. \begin{array}{l} -3A + 2B = -1 \\ 11A - 2B = 9 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{ecuación 1}^a + \text{ecuación 2}^a \\ -3A + 2B = -1 \\ 11A - 2B = 9 \\ \hline 8A = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow 8A = 8 \Rightarrow \boxed{A = 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3 + 2B = -1 \Rightarrow 2B = 2 \Rightarrow \boxed{B = 1}$$

Los valores buscados son  $\boxed{A = B = 1}$ .

**PROBLEMA 7 (2 puntos)**

Se pide, justificando las respuestas:

(a) Hallar el área encerrada por la función  $f(x) = x^2 + x - 2$  y el eje OX entre  $x = 4$  y  $x = 6$ .(b) Calcular las asíntotas de la función  $g(x) = \frac{-2x^2 - 1}{3(x^2 + x - 2)}$ (a) Determinamos los puntos de corte de la gráfica con el eje OX ( $y = 0$ ).

$$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 + 8}}{2} = \begin{cases} \frac{-1+3}{2} = 1 = x \\ \frac{-1-3}{2} = -2 = x \end{cases}$$

Estos dos valores están fuera del intervalo (4, 6) por lo que el área pedida es el valor absoluto de la integral definida entre 4 y 6 de  $f(x) = x^2 + x - 2$ .

$$\begin{aligned} \text{Área} &= \left| \int_4^6 x^2 + x - 2 dx \right| = \left[ \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right]_4^6 = \left[ \frac{6^3}{3} + \frac{6^2}{2} - 2 \cdot 6 \right] - \left[ \frac{4^3}{3} + \frac{4^2}{2} - 2 \cdot 4 \right] = \\ &= 72 + 18 - 12 - \frac{64}{3} - 8 + 8 = \boxed{\frac{170}{3} = 56,66 u^2} \end{aligned}$$

(b) Averiguamos el dominio de la función  $g(x) = \frac{-2x^2 - 1}{3(x^2 + x - 2)}$ .

$$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 + 8}}{2} = \begin{cases} \frac{-1+3}{2} = 1 = x \\ \frac{-1-3}{2} = -2 = x \end{cases}$$

El dominio es  $\mathbb{R} - \{-2, 1\}$ **Asíntota vertical.**  $x = a$ .Como el dominio es  $\mathbb{R} - \{-2, 1\}$  comprobamos el valor de los límites de la función cuando se acerca a cada uno de ellos.

$$\lim_{x \rightarrow -2} g(x) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{-2x^2 - 1}{3(x^2 + x - 2)} = \frac{-9}{0} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2x^2 - 1}{3(x^2 + x - 2)} = \frac{-3}{0} = \infty$$

Hay dos asíntotas verticales:  $x = -2$  y  $x = 1$ **Asíntota horizontal.**  $y = b$ 

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^2 - 1}{3(x^2 + x - 2)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^{\cancel{2}}}{3x^{\cancel{2}}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2}{3} = \frac{-2}{3}$$

La asíntota horizontal es  $y = \frac{-2}{3}$ **Asíntota oblicua.**  $y = mx + n$ 

No hay pues existe asíntota horizontal.

**PROBLEMA 8 (2 puntos)**

Una biblioteca cuenta con 1000 socios, de los cuales 350 son jóvenes, 400 adultos y 250 mayores. Encuestados sobre la puesta en marcha de un nuevo servicio, se muestran favorables 210 jóvenes, 300 adultos y 125 mayores.

Se pide, justificando las respuestas:

(a) Calcular la probabilidad de que un adulto sea contrario a la puesta en marcha del servicio. (1

punto)

(b) Calcular la probabilidad de que un socio elegido al azar sea favorable a la puesta en marcha del servicio. (1 punto)

Construimos una tabla de contingencia para aclarar la situación y tener todos los números disponibles. Colocamos en ella los datos proporcionados por el enunciado del ejercicio.

	Jóvenes	Adultos	Mayores	
A favor	210	300	125	
En contra				
	350	400	250	1000

Completamos la tabla.

	Jóvenes	Adultos	Mayores	
A favor	210	300	125	635
En contra	140	100	125	365
	350	400	250	1000

(a) Aplicamos la regla de Laplace. Hay 400 adultos y 100 están en contra del servicio.

$$P(\text{Un adulto esté en contra del servicio}) = \frac{100}{400} = \frac{1}{4} = \boxed{0,25}$$

(b) Aplicamos la regla de Laplace. Hay 1000 socios y de ellos hay 635 están a favor del servicio.

$$P(\text{Un socio esté en contra del servicio}) = \frac{635}{1000} = \boxed{0,635}$$

**PROBLEMA 9 (2 puntos)**

El peso de los libros de texto es una variable que sigue una distribución normal con una desviación típica de 72 gramos. Se toma una muestra de 36 libros, siendo su peso medio de 800 gramos. Calcular, justificando la respuesta, el intervalo de confianza al 95% para el peso medio de los libros de texto.

Sea  $X$  = Peso en gramos de un libro de texto.

$$X = N(\mu, 72)$$

$$\bar{x} = 800 \text{ gramos}; \quad n = 36$$

El nivel de confianza del 95% significa que

$$1 - \alpha = 0,95 \rightarrow \alpha = 0,05 \rightarrow \alpha/2 = 0,025 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{1,96}$$

El error es

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow E = 1,96 \cdot \frac{72}{\sqrt{36}} = 23,52 \text{ gramos}$$

El intervalo de confianza para la media de la población es:

$$(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error) = (800 - 23,52, 800 + 23,52)$$

El intervalo de confianza es (776.48, 823.52)

**PROBLEMA 10 (2 puntos)**

Se pretende realizar un estudio sobre la renta mensual de las familias. Dicha variable sigue una distribución normal con una desviación típica 400 euros. Si deseamos obtener un intervalo de confianza al 95% para la media de dicha variable, ¿cuántas familias tenemos que seleccionar (tamaño muestral) para que el intervalo tenga una longitud de 160 euros? Justificar la respuesta.

Sea  $X$  = Renta mensual de una familia.

$$X = N(\mu, 400)$$

El nivel de confianza del 95% significa que

$$1 - \alpha = 0,95 \rightarrow \alpha = 0,05 \rightarrow \alpha/2 = 0,025 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{1,96}$$

El error es la mitad del intervalo de confianza  $\rightarrow$  Error =  $160/2 = 80$

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 80 = 1,96 \cdot \frac{400}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = 1,96 \cdot \frac{400}{80} = 9,8 \Rightarrow n = 9,8^2 = 96,04$$

El tamaño de la muestra debe ser de un mínimo de 97 familias.