



UNIVERSIDAD
DE LA RIOJA

**Prueba de Evaluación de Bachillerato para el
acceso a la Universidad (EBAU)
Curso 2019 - 2020
ASIGNATURA: MATEMÁTICAS APLICADAS A
LAS CCSS II**

El examen está distribuido en tres bloques que contienen tres ejercicios cada uno de ellos. De cada uno de los bloques, el alumno podrá contestar como máximo a dos ejercicios. En total deberá contestar a 4 ejercicios. Es decir, podrá contestar a dos ejercicios de un bloque y uno de cada uno de los otros dos, o bien elegir dos bloques y contestar a dos ejercicios de cada uno. **Es necesario justificar las respuestas.**

Se permite el uso de calculadoras científicas siempre que no sean programables ni gráficas ni calculen integrales. **Si algún alumno es sorprendido con una calculadora no autorizada, podrá ser expulsado del examen; en todo caso, se le retirará la calculadora sin que tenga derecho a que le proporcionen otra.**

Tiempo: Una hora y media

Bloque 1. Álgebra y Programación lineal.

Responde, como máximo, a dos de las tres preguntas que se plantean a continuación.

1.1.- Consideramos el sistema de ecuaciones lineales donde a es un número real

$$ay + az = 0$$

$$y + z = 0$$

$$4x - 2y + az = a$$

- (I) ¿Existe algún valor de a para el que el sistema es compatible y determinado? **(0.75 puntos)**
 (II) ¿Existe algún valor de a para el que el sistema no tenga soluciones? **(0.5 puntos)**
 (III) Resuelve el sistema si $a = 0$. **(1.25 puntos)**

1.2.- Dada una matriz cuadrada A

- (I) ¿Puede saberse si tiene inversa sin calcularla explícitamente? ¿Cómo? **(0.5 puntos)**
 (II) Sea ahora A la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Halla, si existe, la inversa de A . **(0.75 puntos)**

- (III) Si A es la matriz del apartado anterior, determina las matrices X e Y de orden 2 tales que:

$$3X + 2Y = A$$

$$X + Y = 2A$$

(1.25 puntos)

1.3.- Los beneficios de una empresa vienen dados por la función $f(x, y) = x + y + 1$ pero está sujeta a las siguientes restricciones:

$$4x + y \geq 8 \quad 3x - 2y \leq 12 \quad x + 5y \leq 21 \quad x \geq 0 \quad y \geq 0$$

- (I) Dibuja en el plano la región factible que representa estas restricciones. **(1.25 puntos)**
 (II) Para qué valores de x e y obtiene la empresa el beneficio máximo. **(1.25 puntos)**

Bloque 2. Análisis.

Responde, como máximo, a dos de las tres preguntas que se plantean a continuación.

2.1.- Consideramos la función $f(x) = x^4 - ax^2 + b$

(I) ¿Qué valores deben tomar a y b para que la función tenga un mínimo en el punto $(1, 0)$?

(1 punto)

(II) Con los valores de a y b del apartado (I), calcula los puntos donde $f(x)$ tiene tangente paralela a la recta $y = 1$ **(1 punto)**

(III) Calcula la recta tangente a la función en el punto $x = 1$. **(0.5 puntos)**

NOTA: si no has conseguido determinar a y b en el apartado anterior, toma $a = 2$ y $b = 1$ en los apartados (II) y (III).

2.2.- Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x < 1 \\ ax - 2, & 1 \leq x \end{cases}$$

(I) ¿Para qué valor de a la función es continua? **(0.75 puntos)**

(II) Utilizando el valor de a del apartado (I), esboza una gráfica de la función f . **(0.75 puntos)**

(III) Con el valor de a del apartado (I), calcula el área encerrada por la gráfica de la función f , el eje OX y la recta $x = 3$. **(1 punto)**

NOTA: Si no has conseguido determinar a , toma $a = 3$ en los apartados (II) y (III).

2.3.- La parte positiva de la función $f(t) = -2t^2 + 16t$ indica la gravedad de un enfermo desde que contrae una determinada enfermedad hasta que vuelve a estar sano.

(I) Haz un esbozo de la gráfica de la función. **(0.5 puntos)**

(II) Si la variable t se mide en días, ¿cuántos días dura la enfermedad? **(1 punto)**

(III) ¿En qué día del proceso está más grave el enfermo? **(1 punto)**

Bloque 3. Estadística y Probabilidad.

Responde, como máximo, a dos de las tres preguntas que se plantean a continuación.

3.1.- El número de usuarios del transporte metropolitano sigue una distribución normal con desviación típica 108.

(I) Si la media de usuarios diarios fuese 1700, ¿cuál sería la probabilidad de que la media de usuarios de 36 días fuese más de 1678? **(1.25 puntos)**

(II) En los 100 primeros días del año, la media diaria de usuarios ha sido 1750, determina un intervalo de confianza del 95% para la media de viajeros. **(1.25 puntos)**

3.2.- En una clase hay 24 estudiantes, 12 de ellos han aprobado inglés, 16 han aprobado matemáticas y 4 han suspendido las dos asignaturas.

(I) ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir al azar un alumno de esa clase resulte que haya aprobado matemáticas y haya suspendido inglés? **(0.75 puntos)**

(II) ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir al azar un alumno de esa clase resulte que haya aprobado las dos asignaturas? **(0.75 puntos)**

(III) ¿Son independientes los sucesos aprobar matemáticas y aprobar inglés? **(1 punto)**

3.3.- Un hospital está especializado en el tratamiento de 3 enfermedades A, B, C. El 40% de los pacientes ingresan con la enfermedad A, el 35% con la enfermedad B y el 25% con la enfermedad C. La probabilidad de curación de la enfermedad A es el 80%, de la B el 60% y de la C el 90%.

(I) José ingresa en el hospital (no sabemos cual de las tres enfermedades padece). ¿Cuál es la probabilidad de que se cure? **(1 punto)**

(II) Miguel ingresó en el hospital y se ha restablecido completamente. ¿Cuál es la probabilidad de que ingresara padeciendo la enfermedad B? **(1 punto)**

(III) Rosa ingresó en el hospital y se ha restablecido completamente. ¿Cuál es la probabilidad de que NO padeciera la enfermedad B? **(0.5 puntos)**

SOLUCIONES

Bloque 1. Álgebra y Programación lineal.

1.1.- Consideramos el sistema de ecuaciones lineales donde a es un número real

$$ay + az = 0$$

$$y + z = 0$$

$$4x - 2y + az = a$$

(I) ¿Existe algún valor de a para el que el sistema es compatible y determinado? **(0.75 puntos)**

(II) ¿Existe algún valor de a para el que el sistema no tenga soluciones? **(0.5 puntos)**

(III) Resuelve el sistema si $a = 0$. **(1.25 puntos)**

La matriz de coeficientes asociada al sistema es $A = \begin{pmatrix} 0 & a & a \\ 0 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & a \end{pmatrix}$

Con determinante $|A| = \begin{vmatrix} 0 & a & a \\ 0 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & a \end{vmatrix} = 4a - 4a = 0$

El rango de A no es 3.

Si tomamos el menor de orden 2 que resulta de quitar la fila 1ª y la columna 3ª $\rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ con

determinante $\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = -4 \neq 0$. El rango de A es 2, independientemente del valor de a .

La matriz ampliada es $A/B = \begin{pmatrix} 0 & a & a & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & a & a \end{pmatrix}$

Si quitamos la columna 3ª tenemos un menor de orden 3 $\rightarrow \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & a \end{pmatrix}$ con determinante

$\begin{vmatrix} 0 & a & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & a \end{vmatrix} = 0$, por lo que el rango de A/B no es 3.

El rango de A/B y el rango de A es 2 menor que el número de incógnitas, por lo que el sistema siempre es compatible indeterminado, independientemente del valor de a .

(I) Nunca es compatible y determinado.

(II) El sistema siempre tiene solución.

(III) Para $a = 0$ el sistema queda

$$\left. \begin{array}{l} 0 = 0 \\ y + z = 0 \\ 4x - 2y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y + z = 0 \\ 4x - 2y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = -z \\ 4x - 2y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 4x + 2z = 0 \Rightarrow 4x = -2z \Rightarrow x = \frac{-2z}{4} = -\frac{1}{2}z$$

La solución es $\boxed{x = -\frac{1}{2}t; \quad y = -t; \quad z = t}$

1.2.- Dada una matriz cuadrada A

(I) ¿Puede saberse si tiene inversa sin calcularla explícitamente? ¿Cómo? **(0.5 puntos)**

(II) Sea ahora A la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Halla, si existe, la inversa de A. **(0.75 puntos)**

(III) Si A es la matriz del apartado anterior, determina las matrices X e Y de orden 2 tales que:

$$3X + 2Y = A$$

$$X + Y = 2A$$

(1.25 puntos)

(I) Sí. Calculando su determinante. Si es distinto de cero la matriz tiene inversa.

(II) $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 3 - 2 = 1 \neq 0$. La matriz A tiene inversa.

La calculamos utilizando la fórmula:

$$A^{-1} = \frac{\text{Adj}(A^t)}{|A|} = \frac{\text{Adj} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}}{1} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(III) Despejamos primero los valores de X e Y en el sistema.

$$\left. \begin{array}{l} 3X + 2Y = A \\ X + Y = 2A \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3X + 2Y = A \\ X = 2A - Y \end{array} \right\} \Rightarrow 3(2A - Y) + 2Y = A \Rightarrow 6A - 3Y + 2Y = A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -Y = -5A \Rightarrow \boxed{Y = 5A} \Rightarrow \boxed{X = 2A - 5A = -3A}$$

Por lo que las matrices buscadas son $X = -3A = \begin{pmatrix} -3 & -6 \\ -3 & -9 \end{pmatrix}$; $Y = 5A = \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 5 & 15 \end{pmatrix}$

1.3.- Los beneficios de una empresa vienen dados por la función $f(x, y) = x + y + 1$ pero está sujeta a las siguientes restricciones:

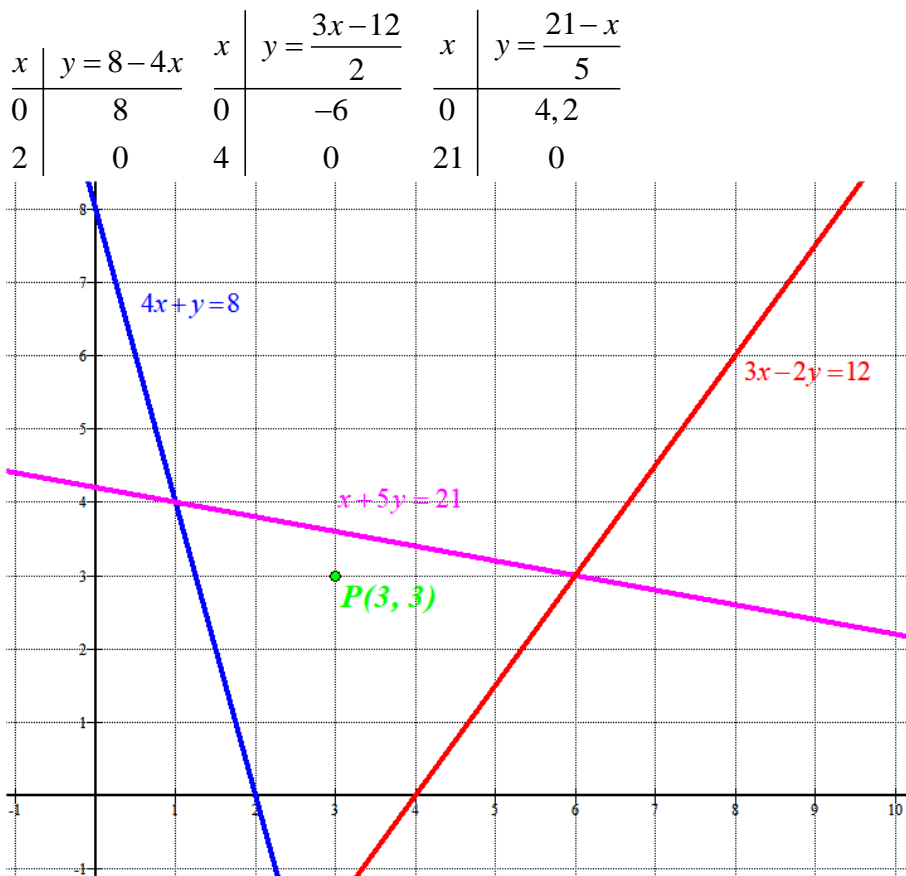
$$4x + y \geq 8 \quad 3x - 2y \leq 12 \quad x + 5y \leq 21 \quad x \geq 0 \quad y \geq 0$$

(I) Dibuja en el plano la región factible que representa estas restricciones. **(1.25 puntos)**

(II) Para qué valores de x e y obtiene la empresa el beneficio máximo. **(1.25 puntos)**

(I) Dibujamos las rectas que delimitan la región factible.

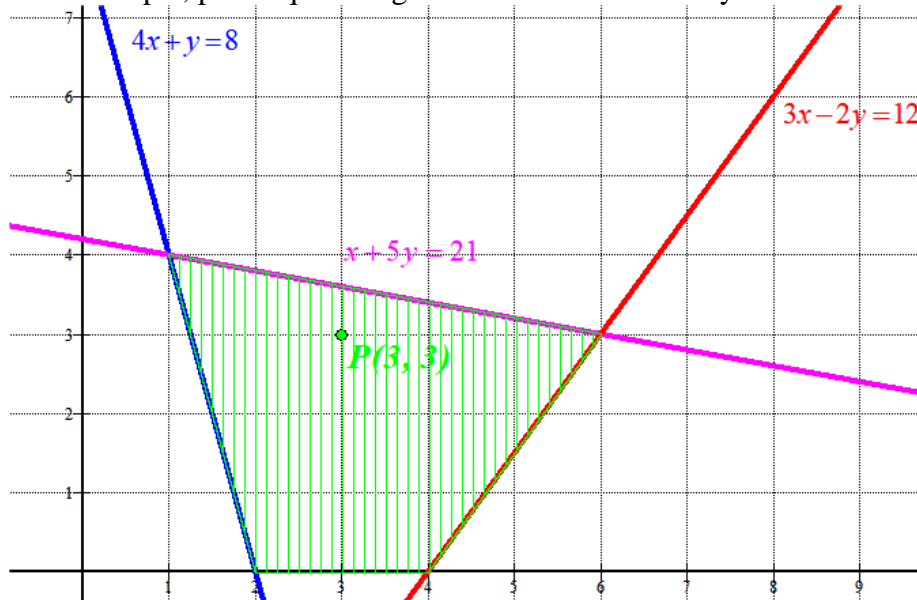
$$4x + y = 8 \quad 3x - 2y = 12 \quad x + 5y = 21 \quad \boxed{x \geq 0 \quad y \geq 0} \text{ Primer cuadrante}$$



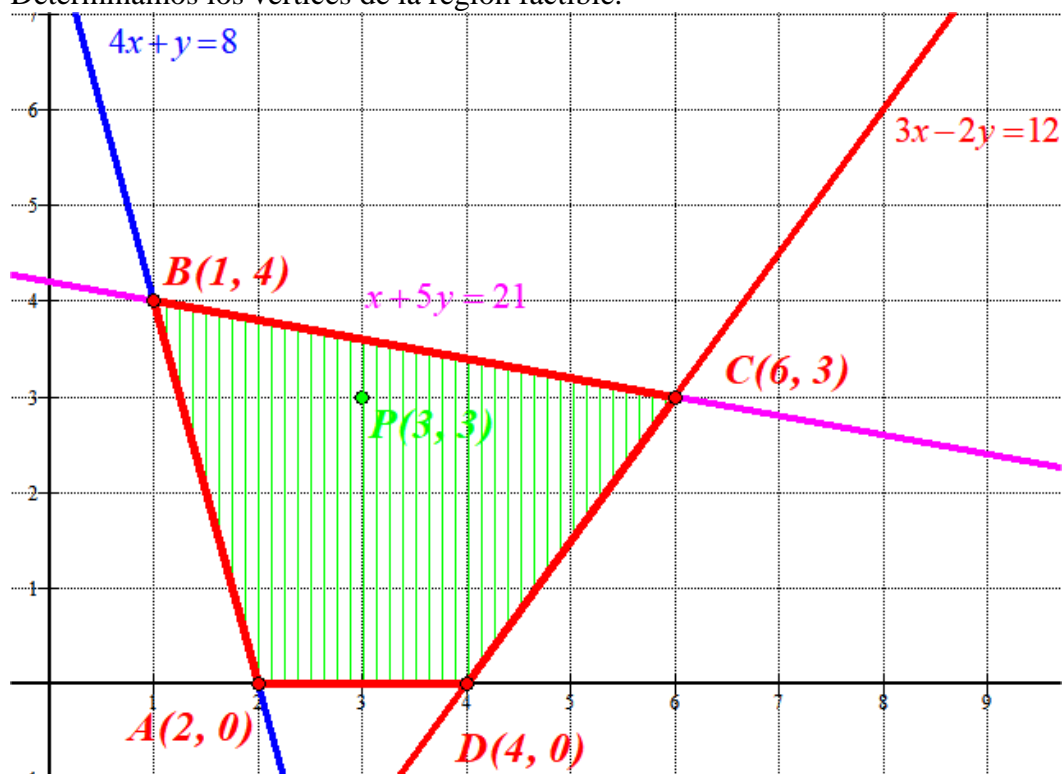
Probamos si el punto $P(3, 3)$ cumple todas las restricciones.

$$12 + 3 \geq 8 \quad 9 - 6 \leq 12 \quad 3 + 15 \leq 21 \quad 3 \geq 0 \quad 3 \geq 0$$

Si las cumple, por lo que la región factible es la zona rayada.



(II) Determinamos los vértices de la región factible.



En el dibujo se determinan los vértices, no es necesario resolver los sistemas de ecuaciones correspondientes.

Valoramos cada punto en la función $f(x, y) = x + y + 1$ buscando el valor máximo.

$$A(2, 0) \rightarrow f(2, 0) = 2 + 0 + 1 = 3$$

$$B(1, 4) \rightarrow f(1, 4) = 1 + 4 + 1 = 6$$

$$C(6, 3) \rightarrow f(6, 3) = 6 + 3 + 1 = 10$$

$$D(4, 0) \rightarrow f(4, 0) = 4 + 0 + 1 = 5$$

El máximo beneficio es 10 y se obtiene en el punto $C(6, 3)$, para $x = 6$ e $y = 3$.

Bloque 2. Análisis.

2.1.- Consideramos la función $f(x) = x^4 - ax^2 + b$

(I) ¿Qué valores deben tomar a y b para que la función tenga un mínimo en el punto $(1, 0)$?

(1 punto)

(II) Con los valores de a y b del apartado (I), calcula los puntos donde $f(x)$ tiene tangente paralela a la recta $y = 1$ **(1 punto)**

(III) Calcula la recta tangente a la función en el punto $x = 1$. **(0.5 puntos)**

NOTA: si no has conseguido determinar a y b en el apartado anterior, toma $a = 2$ y $b = 1$ en los apartados (II) y (III).

- (I) Si la función tiene un mínimo en $(1, 0)$ la derivada se anula en $x = 1$ y además la función vale 0 en $x = 1$.

$$f(x) = x^4 - ax^2 + b \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 2ax \Rightarrow f'(1) = 0 \Rightarrow 4 - 2a = 0 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow \boxed{a = 2}$$

La función queda como $f(x) = x^4 - 2x^2 + b$

$$f(1) = 0 \Rightarrow 1^4 - 2 \cdot 1^2 + b = 0 \Rightarrow 1 - 2 + b = 0 \Rightarrow \boxed{b = 1}$$

- (II) La función queda $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$.

Si la tangente es paralela a la recta horizontal $y = 1$ tiene pendiente cero, es decir, la derivada debe ser cero.

$$f(x) = x^4 - 2x^2 + 1 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 4x$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Rightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \sqrt{1} = \pm 1 \end{cases}$$

$$\text{Como } f(0) = 1; \quad f(-1) = 1 - 2 + 1 = 0; \quad f(1) = 1 - 2 + 1 = 0$$

Se cumple en los puntos $(0, 1)$; $(-1, 0)$ y en $(1, 0)$

- (III) En $x = 1$ la recta tangente es horizontal.

$$\left. \begin{array}{l} f(1) = 1^4 - 2 + 1 = 0 \\ f'(x) = 4 - 4 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow y - 0 = 0(x - 1) \Rightarrow \boxed{y = 0}$$

2.2.- Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x < 1 \\ ax - 2, & 1 \leq x \end{cases}$$

- (I) ¿Para qué valor de a la función es continua? **(0.75 puntos)**
 (II) Utilizando el valor de a del apartado (I), esboza una gráfica de la función f . **(0.75 puntos)**
 (III) Con el valor de a del apartado (I), calcula el área encerrada por la gráfica de la función f , el eje OX y la recta $x = 3$. **(1 punto)**

NOTA: Si no has conseguido determinar a , toma $a = 3$ en los apartados (II) y (III).

- (I) La función es continua en $x = 0$ cuando los límites laterales coincide con el valor de la función.

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} 0 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 = 0^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 = f(0)$$

La función es continua en $x = 1$ cuando los límites laterales coincide con el valor de la función.

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} x^2 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} ax - 2 = a - 2 \end{cases} \Rightarrow 1 = a - 2 \Rightarrow \boxed{a = 3}$$

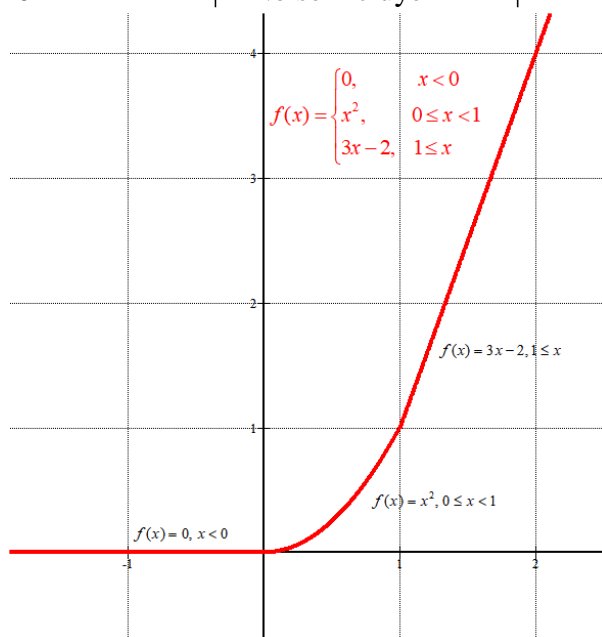
- (II) Para $a = 3$ la función es

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x < 1 \\ 3x - 2, & 1 \leq x \end{cases}$$

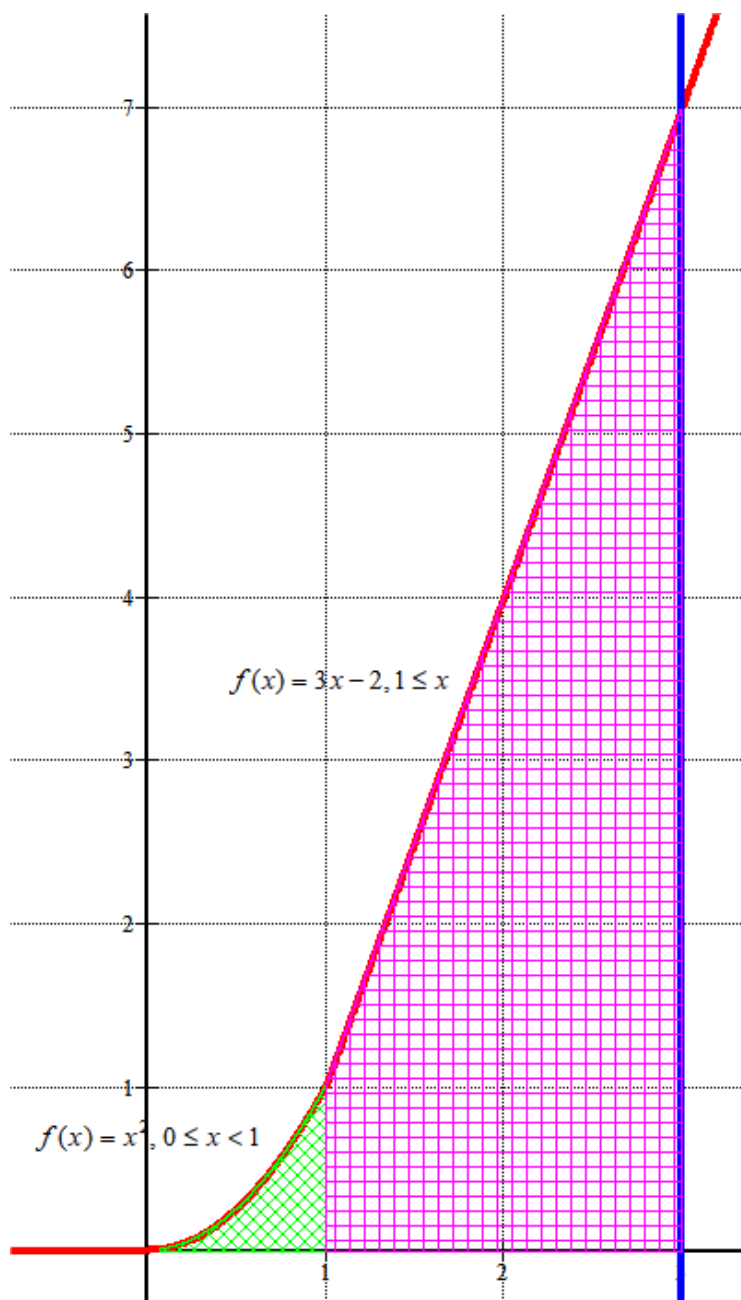
Es una función definida a trozos, un trozo de línea horizontal, un trozo de parábola y un trozo de recta oblicua. Hacemos una tabla de valores para cada trozo.

$$f(x) = 0, x < 0 \quad f(x) = x^2, 0 \leq x < 1 \quad f(x) = 3x - 2, 1 \leq x$$

x	$y = 0$	x	$y = x^2$	x	$y = 3x - 2$
-1	0	0	0	1	1
-2	0	1	1	2	4



(III) El recinto del que nos piden calcular el área aparece rayado en el dibujo. Lo separamos en dos partes.



El área de la zona verde es pequeña y la calculamos con una integral definida entre 0 y 1 de $f(x) = x^2$.

$$\int_0^1 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^1 = \left[\frac{1^3}{3} \right] - \left[\frac{0^3}{3} \right] = \frac{1}{3}$$

El área de la zona rosa es grande (entre 8 y 9 unidades cuadradas) y la podemos calcular como una integral definida entre 1 y 3 de la función $f(x) = 3x - 2$.

$$\int_1^3 3x - 2 dx = \left[3 \frac{x^2}{2} - 2x \right]_1^3 = \left[3 \frac{3^2}{2} - 6 \right] - \left[3 \frac{1^2}{2} - 2 \right] = \frac{27}{2} - 6 - \frac{3}{2} + 2 = 8$$

El área total es $8 + \frac{1}{3} = \boxed{\frac{25}{3} = 8,33 u^2}$

2.3.- La parte positiva de la función $f(t) = -2t^2 + 16t$ indica la gravedad de un enfermo desde que contrae una determinada enfermedad hasta que vuelve a estar sano.

(I) Haz un esbozo de la gráfica de la función. **(0.5 puntos)**

(II) Si la variable t se mide en días, ¿cuántos días dura la enfermedad? **(1 punto)**

(III) ¿En qué día del proceso está más grave el enfermo? **(1 punto)**

(I) La función $f(t) = -2t^2 + 16t$ es una parábola. Determinamos su punto crítico y con una tabla de valores podemos esbozar su gráfica.

$$f(t) = -2t^2 + 16t \Rightarrow f'(t) = -4t + 16$$

$$f'(t) = 0 \Rightarrow -4t + 16 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4t = 16 \Rightarrow t = 4$$

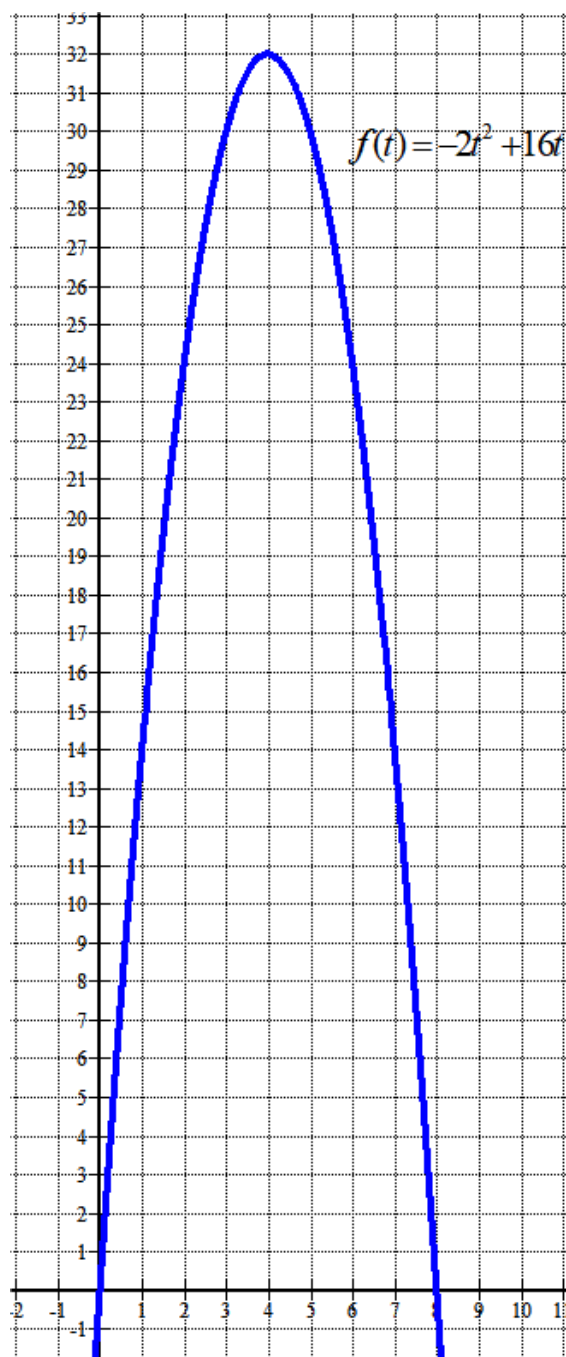
$$f(4) = -2 \cdot 4^2 + 64 = 32$$

$P(4, 32)$ es el máximo

x	$f(x) = -2x^2 + 16x$
0	0
2	$-8 + 32 = 24$
4	32
6	24
8	0

(II) 8 días.

(III) En el día 4 que la función toma el valor más alto.



Bloque 3. Estadística y Probabilidad.

3.1.- El número de usuarios del transporte metropolitano sigue una distribución normal con desviación típica 108.

(I) Si la media de usuarios diarios fuese 1700, ¿cuál sería la probabilidad de que la media de usuarios de 36 días fuese más de 1678? **(1.25 puntos)**

(II) En los 100 primeros días del año, la media diaria de usuarios ha sido 1750, determina un intervalo de confianza del 95% para la media de viajeros. **(1.25 puntos)**

X = Número de usuarios del transporte metropolitano.

$X = N(\mu, 108)$

(I)

Si X = Número de usuarios del transporte metropolitano.

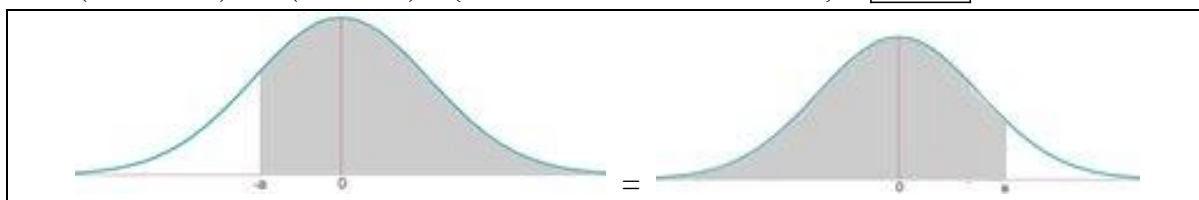
$X = N(1700, 108)$

La media de usuarios en 36 días sigue una distribución normal:

$$\overline{X}_{36} = N\left(1700, \frac{108}{\sqrt{36}}\right) \Rightarrow \overline{X}_{36} = N(1700, 18)$$

$$P(\overline{X}_{36} > 1678) = \{\text{Tipificamos}\} = P\left(Z > \frac{1678 - 1700}{18}\right) =$$

$$= P(Z > -1,22) = P(Z < 1,22) = \{\text{Buscamos en la tabla } N(0,1)\} = \boxed{0,8888}$$



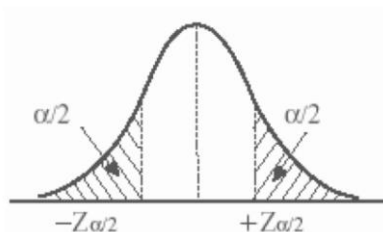
(II)

$$n = 100$$

$$\bar{x} = 1750$$

Con un nivel de confianza del 95%

$$1 - \alpha = 0,95 \rightarrow \alpha = 0,05 \rightarrow \alpha/2 = 0,025 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{1,96}$$



$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \cdot \frac{108}{\sqrt{100}} = 21,168$$

El intervalo de confianza es

$$(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error) = (1750 - 21,168, 1750 + 21,168) = (1728,832, 1771,168)$$

3.2.- En una clase hay 24 estudiantes, 12 de ellos han aprobado inglés, 16 han aprobado matemáticas y 4 han suspendido las dos asignaturas.

(I) ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir al azar un alumno de esa clase resulte que haya aprobado matemáticas y haya suspendido inglés? **(0.75 puntos)**

(II) ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir al azar un alumno de esa clase resulte que haya aprobado las dos asignaturas? **(0.75 puntos)**

(III) ¿Son independientes los sucesos aprobar matemáticas y aprobar inglés? **(1 punto)**

Realizamos una tabla de contingencia para completar los datos que no nos proporciona el enunciado.

	Aprueba inglés	No aprueba inglés	
Aprueba matemáticas			16
No aprueba matemáticas		4	
	12		24

Completamos la tabla.

	Aprueba inglés	No aprueba inglés	
Aprueba matemáticas	8	8	16
No aprueba matemáticas	4	4	8
	12	12	24

(I) De los 24 alumnos hay 8 que aprueban matemáticas y suspenden inglés. Aplicando la regla de Laplace:

$$P(\text{Apruebe matemáticas y suspenda inglés}) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3} = 0.33$$

(II) De los 24 alumnos hay 8 que han aprobado las dos asignaturas. Aplico Laplace:

$$P(\text{Apruebe matemáticas y aprueba inglés}) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3} = 0.33$$

(III)

$$P(\text{Apruebe matemáticas y aprueba inglés}) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3} = 0.33$$

$$P(\text{Apruebe matemáticas})P(\text{Apruebe inglés}) = \frac{16}{24} \cdot \frac{12}{24} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} = 0.33$$

Son independientes pues:

$$P(\text{Apruebe matemáticas y aprueba inglés}) = P(\text{Apruebe matemáticas})P(\text{Apruebe inglés})$$

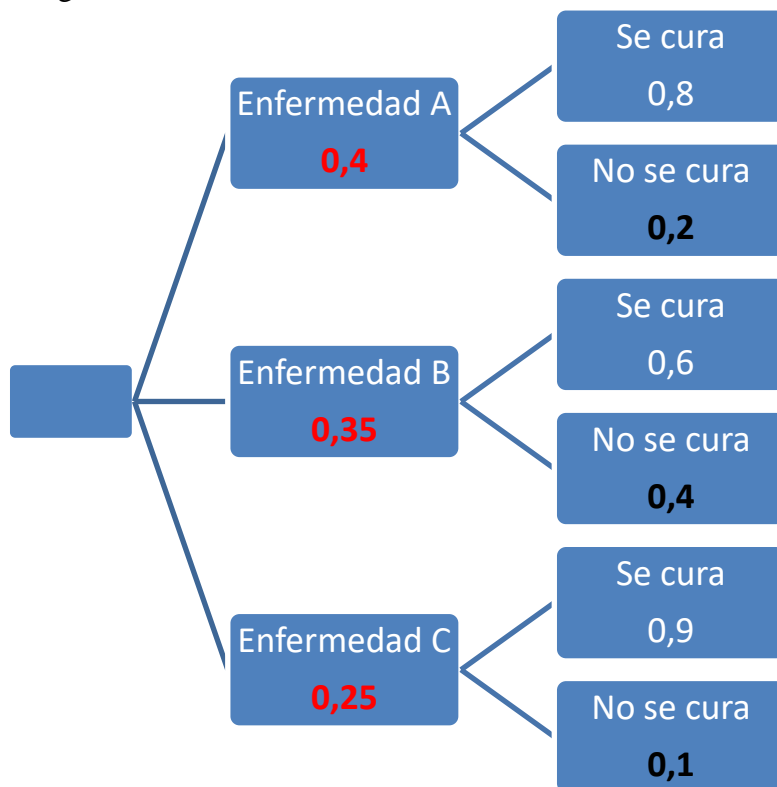
3.3.- Un hospital está especializado en el tratamiento de 3 enfermedades A, B, C. El 40% de los pacientes ingresan con la enfermedad A, el 35% con la enfermedad B y el 25% con la enfermedad C. La probabilidad de curación de la enfermedad A es el 80%, de la B el 60% y de la C el 90%.

(I) José ingresa en el hospital (no sabemos cual de las tres enfermedades padece). ¿Cuál es la probabilidad de que se cure? **(1 punto)**

(II) Miguel ingresó en el hospital y se ha restablecido completamente. ¿Cuál es la probabilidad de que ingresara padeciendo la enfermedad B? **(1 punto)**

(III) Rosa ingresó en el hospital y se ha restablecido completamente. ¿Cuál es la probabilidad de que NO padeciera la enfermedad B? **(0.5 puntos)**

Realizamos un diagrama de árbol.



$$(I) \quad P(\text{Se cura}) = 0,4 \cdot 0,8 + 0,35 \cdot 0,6 + 0,25 \cdot 0,9 = 0,32 + 0,21 + 0,225 = \boxed{0,755}$$

(II) Es una probabilidad a posteriori.

$$P(\text{Padecía la enfermedad B} / \text{Se cura}) = \frac{P(\text{Padecía la enfermedad B} \cap \text{Se cura})}{P(\text{Se cura})} =$$

$$= \frac{0,35 \cdot 0,6}{0,755} = \frac{0,210}{0,755} = \frac{210}{755} = \boxed{0,278}$$

(III) Es el contrario del suceso anterior, por lo que:

$$P(\text{No padecía la enfermedad B} / \text{Se cura}) = 1 - P(\text{Padecía la enfermedad B} / \text{Se cura}) =$$

$$= 1 - 0,278 = \boxed{0,722}$$