



## MATEMÁTICAS II

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente cuatro preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen.

TIEMPO Y CALIFICACIÓN: 90 minutos. Cada ejercicio se calificará sobre 2,5 puntos.

El estudiante deberá indicar la agrupación de preguntas que responderá. La selección de preguntas deberá realizarse conforme a las instrucciones planteadas, no siendo válido seleccionar preguntas que sumen más de 10 puntos, ni agrupaciones de preguntas que no coincidan con las indicadas, lo que puede conllevar la anulación de alguna pregunta que se salga de las instrucciones.

**Bloque 1.A** Dado el sistema 
$$\begin{cases} x + y = a \\ (2-a)x + 2y = 1 \\ ax = a \end{cases} \quad a \in \mathbb{R}$$

- a) Estudia su compatibilidad según los valores de  $a$ . (1.5 puntos)  
b) Resuélvelo cuando sea posible. (1 punto)

**Bloque 1.B** Dada la matriz 
$$A = \begin{pmatrix} x+1 & x+1 & x-2 \\ x & x & 2-x \\ x & x-1 & x \end{pmatrix} \quad x \in \mathbb{R}$$

- a) Calcula su determinante aplicando sus propiedades y estudia cuándo es invertible la matriz. (1.5 puntos)  
b) Para  $x = 1$ , calcula su inversa. (1 punto)

**Bloque 2.A** Dada la función 
$$f(x) = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$$

- a) Estudia y calcula su dominio de definición y sus asíntotas. (1.25 puntos)  
b) Halla, si existen: máximos y mínimos relativos y calcula sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. (0.75 puntos)  
c) Haz un esbozo de su gráfica. (0.5 puntos)

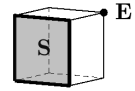
**Bloque 2.B** Calcula:

- a) 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x) - x e^x}{x^2 - 2 \cos(x) + 2}$$
 (1.25 puntos)  
b) Una primitiva de la función  $f(x) = x \cos(x) - e^{-x}$  cuya gráfica pase por el punto  $(0, 3)$ . (1.25 puntos)



**Bloque 3.A** Sean  $A(2, 1, 0)$ ,  $B(5, 5, 0)$  y  $C(2, 1, 5)$  tres vértices de la cara  $S$  de un cubo (cuadrados iguales) y  $E(-2, 4, 0)$  un vértice de la cara opuesta. Se pide:

- a) El cuarto vértice  $D$  de la cara  $S$ . (1 punto)  
b) La ecuación del plano  $\pi$  que contiene la cara opuesta de  $S$ . (1 punto)  
c) ¿Cuál es el vértice de la cara  $S$  adyacente a  $E$ ? (0.5 puntos)



**Bloque 3.B** Dados dos planos  $\begin{cases} \pi : x + y - 2z = 3 \\ \pi' : x - z = 5 \end{cases}$ . Sea  $P$  un punto de  $\pi$  cuya proyección ortogonal sobre  $\pi'$  es el punto  $A(5, 1, 0)$

- a) Calcula las ecuaciones implícitas de la recta  $r$  que une  $P$  y  $A$ . (1.5 puntos)  
b) Calcula el punto  $P$ . (1 punto)

**Bloque 4.A** En un curso de un instituto hay tres clases: la clase A con 50 alumnos, la clase B con 30 y la clase C con 20. Cada clase tiene un profesor distinto de matemáticas. Con el profesor de la clase A aprueban el 40% de los alumnos, con el de la clase B el 50% y con el de la clase C el 75% de los alumnos. Se coge al azar un alumno del curso. Calcula:

- a) La probabilidad de que el alumno haya aprobado matemáticas. (1.25 puntos)  
b) Sabiendo que ha aprobado, cuál es la probabilidad de que sea de la clase B. (1.25 puntos)

**Bloque 4.B** En una pumarada la producción en kilogramos de cada manzano sigue una distribución normal de media  $\mu = 50$  y desviación típica  $\sigma = 10$ . Calcula:

- a) La proporción de árboles que dan entre 30 y 60 kilogramos. (1.25 puntos)  
b) El número de kilogramos por árbol a los que no llegan o igualan el 60% de los árboles. (1.25 puntos)

(Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1:  $F(x) = P(Z \leq x)$ ,  $F(2) = 0.9772$ ,  $F(1) = 0.8413$ ,  $F(1.5) = 0.9332$ ,  $F(0.5) = 0.6915$ ,  $F(0.2533) = 0.6$ ,  $F(0.5244) = 0.7$ ,  $F(0.8416) = 0.8$ )