



Model 3

Contestau de manera clara i raonada quatre qüestions qualssevol, escollides d'entre totes les proposades en les opcions A i B conjuntament. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1 En Bernat va quedar ahir amb uns amics en un bar i van prendre 4 cerveses, 3 panets i 5 cafès amb llet. Tot plegat els va costar 19,50 euros. Dies enrere, havia anat al mateix bar amb el seu cosí Martí, i per 2 cerveses, 1 panet i 2 cafès amb llet havien pagat 8,10 euros. En aquest bar totes les cerveses valen el mateix i tots els panets tenen el mateix preu.

a) Identifiqueu les variables i interpreteu l'enunciat com un conjunt d'equacions lineals. (2 punts)

b) Avui en Bernat hi ha tornat amb uns altres amics i han pres 2 cerveses, 2 panets i 3 cafès amb llet. Combineu les equacions de l'apartat a) per deduir quant han pagat en total. (3 punts)

c) Si 1 cervesa, 1 panet i 1 cafè amb llet costen 5,10 euros, quant valen la cervesa, el panet i el cafè amb llet separatament? (5 punts)

2 D'una funció $y = f(x)$ sabem que la seva derivada és $f'(x) = 2x^3 - 18x$.

a) Determineu els intervals de creixement i de decreixement de la funció $y = f(x)$. (5 punts)

b) Determineu les abscisses dels seus extrems relatius i classifiqueu-los. (5 punts)

3 Sigui A i B dos successos tals que $p(A \cup B) = 0.8$, $p(A^c) = 0.5$, on A^c denota el succés complementari del succés A , i $P(A \cap B) = 0.3$.

a) Calculeu les probabilitats $p(B)$ i $p(A/B)$. (5 punts)

b) Calculeu les probabilitats $p(A \cap B^c)$ i $p(A^c \cup B^c)$. (4 punts)

c) Són A i B successos independents? Justifiqueu la vostra resposta. (1 punt)

4 En una població una variable aleatòria segueix una llei normal amb desviació típica 8. S'ha elegit, a l'atzar, una mostra de mida 100 i la seva mitjana ha estat 67.

a) Calculeu l'interval de confiança del 93 %, per a la mitjana de la població. (5 punts)

b) Quina ha de ser la mida mínima de la mostra que s'ha de prendre per estimar, amb un nivell de confiança del 99%, la mitjana de la població amb un error no superior a 2? (5 punts)



Model 3

OPCIÓ B

1 Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calculeu A^2 , A^3 . (2 punts)

b) Proposeu una fórmula per a A^n i utilitzau-la per calcular A^{14} . (4 punts)

c) Resoleu l'equació matricial $A \cdot X + \frac{1}{5}B^t \cdot B = 2A$, on B^t denota la matriu transposada de B. (4 punts)

2 Un taller de joieria disposa de 150 grams de plata i de 180 hores de feina per produir dos models d'anells. Per fer un anell del model A calen 6 grams de plata i 3 hores de feina, mentre que per fer-ne un del model B calen 2 grams de plata i 6 hores de feina. Els anells dels models A i B proporcionen, respectivament, 35 i 55 euros de benefici per unitat.

a) Plantejau la maximització del benefici de la joieria com un problema de programació lineal. (4 punts)

b) Dibuixau la regió factible per a la solució, indicant les rectes i vèrtexs que la delimiten. (4 punts)

c) Sabent que es vendrà tota la producció, determineu quants anells de cada model cal produir per obtenir el màxim benefici i indiqueu quin és aquest benefici. (2 punts)

3 Els beneficis setmanals d'una empresa expressats en euros, quan fabrica i ven x objectes, s'ajusten a la funció

$$B(x) = -0,75x^2 + 75x - 1200, \text{ en que } 20 \leq x \leq 80.$$

a) Calculeu el benefici que obté en fabricar i vendre 20 objectes. (2 punts)

b) Cercueu el nombre d'objectes que ha de fabricar i vendre per obtenir el benefici màxim, així com aquest benefici màxim. (4 punts)

c) El benefici mitjà per x objectes és $M(x) = B(x)/x$. Digau quants objectes ha de fabricar i vendre perquè el benefici mitjà sigui màxim, i quin és aquest benefici. (4 punts)

4 En una població, el tant per cent de persones que miren un cert programa de televisió és del 40%. Se sap que el 60% de les persones que el miren tenen estudis superiors i que el 30% de les persones que no el miren no tenen estudis superiors.

a) Interpreta les dades proporcionades en termes de successos, probabilitats i probabilitats condicionades. (2 punts)

b) Quina és la probabilitat que una persona tengui estudis superiors? (4 punts)

c) Cercueu la probabilitat que una persona que tengui estudis superiors, miri el citat programa. (4 punts)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Taula de la distribuci3 normal $N(0, 1)$.