

- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.**
  - Este examen consta de 8 ejercicios.**
  - Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.
  - Se realizarán únicamente **cuatro** ejercicios de los **ocho** ejercicios propuestos. Si se realizan más de cuatro ejercicios, solo se evaluarán los primeros cuatro ejercicios que aparezcan físicamente en el papel de examen.
  - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
  - En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**EJERCICIO 1 (2.5 puntos)**

Considera la función  $f$  definida por  $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$  para  $x \neq 1, -1$ .

- Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de  $f$ . (1.25 puntos)
- Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ . (1.25 puntos)

**EJERCICIO 2 (2.5 puntos)**

Calcula  $a > 0$  sabiendo que el área de la región determinada por la gráfica de la función  $f(x) = xe^{3x}$ , el eje de abscisas y la recta  $x = a$  vale  $\frac{1}{9}$ .

**EJERCICIO 3 (2.5 puntos)**

Considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & m+2 \\ 0 & 1 & m+1 \\ m & 0 & 5 \end{pmatrix}$ .

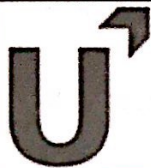
- Estudia el rango de  $A$  según los valores de  $m$ . (1.5 puntos)
- Para  $m = 2$ , calcula la inversa de  $2020A$ . (1 punto)

**EJERCICIO 4 (2.5 puntos)**

Siendo  $a \neq 0$ , considera las rectas

$$r \equiv x - 1 = y - 2 = \frac{z - 1}{a} \quad \text{y} \quad s \equiv \frac{x - 3}{-a} = \frac{y - 3}{-1} = \frac{z + 1}{2}$$

- Estudia la posición relativa de ambas rectas según los valores de  $a$ . (1.25 puntos)
- Para  $a = 2$ , determina las ecuaciones de la recta que pasa por el punto de corte de  $r$  y  $s$  y es perpendicular a ambas. (1.25 puntos)



---

**EJERCICIO 5 (2.5 puntos)**

Sea  $f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{2 - \cos x}$ .

- Halla los extremos absolutos de  $f$  (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan). **(2 puntos)**
- Determina la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = \frac{\pi}{3}$ . **(0.5 puntos)**

---

**EJERCICIO 6 (2.5 puntos)**

Sea  $f$  la función dada por  $f(x) = \frac{3x^2 + 4}{(x - 2)^2}$  para  $x \neq 2$ .

- Calcula  $\int f(x) dx$ . **(2 puntos)**
- Calcula la primitiva de  $f$  cuya gráfica pasa por el punto  $(3, 5)$ . **(0.5 puntos)**

---

**EJERCICIO 7 (2.5 puntos)**

Considera  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} a \\ 2a \\ 3a \end{pmatrix}$  y  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ .

- Discute el sistema dado por  $AX = B$ , según los valores de  $a$ . **(1.25 puntos)**
- Para  $a = 0$ , resuelve el sistema dado por  $AX = B$ . Calcula, si es posible, una solución en la que  $y + z = 4$ . **(1.25 puntos)**

---

**EJERCICIO 8 (2.5 puntos)**

Se considera el punto  $A(1, -2, 0)$  y la recta  $r \equiv \begin{cases} x + y = 0 \\ y - 3z + 2 = 0 \end{cases}$

- Calcula la ecuación del plano que pasa por  $A$  y es perpendicular a  $r$ . **(1.25 puntos)**
  - Calcula la ecuación del plano que pasa por  $A$  y contiene a  $r$ . **(1.25 puntos)**
-