

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA 2020 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

O exame consta de 6 preguntas, **todas coa mesma puntuación (3,33)**, das que pode responder un **MÁXIMO DE 3**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só se corruxirán as 3 primeiras respondidas**.

PREGUNTA 1. Álgebra. Dispoñemos de tres granxas A, B e C para a cría ecolóxica de polos. A granxa A ten capacidade para criar un 20% máis de polos que a granxa B, e a granxa B ten capacidade para criar o dobre de polos que a granxa C. Sábese ademais que entre as tres granxas pódense criar un total de 405 polos.

- Formule o sistema de ecuacións asociado a este problema.
- Resolva o sistema de ecuacións anterior. Cantos polos se poden criar en cada unha das tres granxas?

PREGUNTA 2. Álgebra. O Comité Organizador dun Congreso conta con dous tipos de habitacións, A e B, para ofrecer como aloxamento ós seus participantes. Para realizar a contratación, decidiron que o número de habitacións de tipo B non debe ser maior que o número de habitacións de tipo A, e que o número de habitacións de tipo A non debe ser maior que 160. Ademais, sábese que en total serán necesarias como máximo 200 habitacións.

- Formule o sistema de inecuacións asociado a este problema.
- Represente graficamente a rexión factible e calcule os seus vértices.
- Se os custos son de 80 € por cada habitación de tipo A e de 50 € por cada habitación de tipo B, cal é o custo máximo de aloxamento que afrontaría o Comité Organizador?

PREGUNTA 3. Análise. Os gastos financeiros dunha organización, en centos de miles de euros, seguen a

función:
$$G(t) = \begin{cases} 4 - \left(\frac{t}{3}\right), & 0 \leq t \leq 3 \\ (5t - 3) / (t + 1), & t > 3 \end{cases}$$
 sendo t o tempo en anos transcorridos.

- En que momento os gastos son iguais a 400.000 euros? Razo a resposta.
- Cando crece $G(t)$? Cando decrece $G(t)$? Cando os gastos alcanzan o seu valor mínimo e canto valen?
- Que ocorre cos gastos cando o número de anos crece indefinidamente?

PREGUNTA 4. Análise. Unha pequena empresa comercializa paraugas a 60 euros a unidade. O custo de produción diario de "x" paraugas vén dado pola función $C(x) = x^2 - 10x$, estando limitada a súa capacidade de produción a un máximo de 70 paraugas ao día ($0 \leq x \leq 70$)

- Obteña as expresións das funcións que determinan os ingresos e os beneficios diarios obtidos pola empresa en función do número de paraugas producidos "x".
- Determine o número de paraugas que debe producir diariamente para obter o máximo beneficio. A canto ascenden os ingresos, os custos e os beneficios diarios neste caso? Razoe a resposta.

PREGUNTA 5. Estatística e Probabilidade. Unha empresa de transporte decide renovar a súa flota de vehículos. Para iso encarga 240 vehículos ao distribuidor A, 600 ao distribuidor B e 360 ao distribuidor C. Sábese que o 10% dos vehículos subministrados polo distribuidor A teñen algún defecto, sendo estas proporcións do 20% e 15% para os distribuidores B e C respectivamente.

Para aceptar ou rexeitar o pedido a empresa revisa un vehículo elixido ao azar do total de vehículos, rexeitando todo o pedido si o vehículo ten algún defecto.

- Determine a porcentaxe de pedidos rexeitados.
- Se o vehículo revisado resulta ser **NON** defectuoso, calcule a probabilidade de que proveña do distribuidor A.

PREGUNTA 6. Estatística e Probabilidade. Unha editorial desexa coñecer o impacto que terá a publicación dunha nova obra dun recoñecido novelista. Tras entrevistar a 100 persoas afeccionadas á lectura, 80 delas recoñecen que adquirirán esa nova obra.

- ¿Con que nivel de confianza se pode afirmar que a proporción de afeccionados á lectura que adquirirán a obra está entre o 69,7% e o 90,3%?
- Se se sabe que 8 de cada 10 persoas afeccionadas á lectura adquirirán a obra e eliximos unha mostra de $n = 144$ desas persoas, calcule a probabilidade de que a proporción de afeccionados á lectura que adquirirán a obra sexa superior ó 75%.

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA 2020 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

PREGUNTA 1. Álgebra.

x = capacidade da granxa A

y = capacidade da granxa B

z = capacidade da granxa C

a) Sistema de ecuacións

$$x + y + z = 405 \rightarrow x + y + z = 405$$

$$x = y + 0,2y \rightarrow 5x - 6y = 0$$

$$y = 2z \rightarrow y - 2z = 0$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & -6 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 405 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 405 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} \cdot A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 405 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 405 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 405 \\ 5 & -6 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{-F_2 + 5F_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 405 \\ 0 & 11 & 5 & 2025 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{11F_3 - F_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 405 \\ 0 & 11 & 5 & 2025 \\ 0 & 0 & -27 & -2025 \end{pmatrix}$$

$$x + y + z = 405$$

$$11y + 5z = 2025$$

$$-27z = -2025 \Rightarrow z = 75 ; y = 150 ; z = 180$$

Solución: Pódense criar 180 polos na granxa A

150 polos na granxa B

75 polos na granxa C

(Tamén se podería resolver o sistema por calquera outro método)

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA 2020 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

PREGUNTA 2. Álgebra.

x = nº de habitacións tipo A

y = nº de habitacións tipo B

a) Sistema de inecuacións

$$\left. \begin{array}{l} y \leq x \\ x \leq 160 \\ x + y \leq 200 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{array} \right\}$$

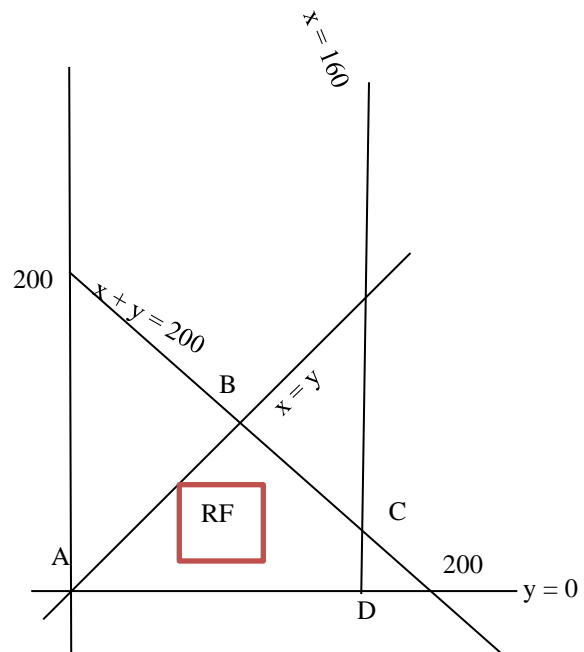
b) Vértices

$$A: \left. \begin{array}{l} y = 0 \\ x = y \end{array} \right\} A(0,0)$$

$$B: \left. \begin{array}{l} x + y = 200 \\ y = x \end{array} \right\} B(100,100)$$

$$C: \left. \begin{array}{l} x = 160 \\ x + y = 200 \end{array} \right\} C(160,40)$$

$$D: \left. \begin{array}{l} x = 160 \\ y = 0 \end{array} \right\} D(160,0)$$



c) Función obxectivo **Max $f(x, y) = 80x + 50y$**

Avaliamos a función obxectivo nos vértices

$$f(A) = f(0,0) = 0$$

$$f(B) = f(100, 100) = 13000$$

$$f(C) = f(160, 40) = \mathbf{14800} \rightarrow \text{Máximo, solución óptima}$$

$$f(D) = f(160,0) = 12800$$

Solución: O coste máximo que podería afrontar o comité organizador serían **14800 euros** que se corresponden coa contratación de **160 habitacións tipo A** e **40 habitacións tipo B**.

Exemplos de resposta / Soluções

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA 2020 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

PREGUNTA 3. Análise.

$$G(t) = \begin{cases} 4 - \left(\frac{t}{3}\right), & 0 \leq t \leq 3 \\ (5t - 3)/(t + 1), & t > 3 \end{cases} \text{ sendo } t \text{ o tempo em anos transcorridos.}$$

a)

$$G(t) = 4 \rightarrow \begin{cases} 4 - \left(\frac{t}{3}\right) = 4 \Rightarrow t = 0 \\ (5t - 3)/(t + 1) = 4 \Rightarrow 5t - 3 = 4t + 4 \Rightarrow t = 7 \end{cases}$$

Solución: Os gastos son iguais a 400000 euros a o inicio ($t=0$) e transcorridos 7 anos.

b)

- En $(0, 3)$, $G(t) = 4 - \left(\frac{t}{3}\right)$

$$G'(t) = -1/3 < 0 \Rightarrow G \text{ decrecente en } (0, 3)$$

- En $(3, \infty)$, $G(t) = (5t - 3)/(t + 1)$

$$G'(t) = 8/(t+1)^2 > 0 \Rightarrow G \text{ crecente en } (3, \infty)$$

$$G(3) = G(3^+) = 3$$

$$G(0) = 4$$

G ten un mínimo en $t=3$

Solución:

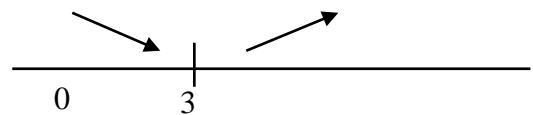
G decrece ata transcorridos 3 anos e a partir de ese momento e crecente.

O gasto mínimo alcanzase transcorridos 3 anos e vale 300000 euros

c) $\lim_{t \rightarrow \infty} G(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{5t-3}{t+1}\right) = 5$

Solución:

Co paso do tempo os gastos irán crecendo, tendendo o seu valor a 500000 euros.



Exemplos de resposta / Soluciones

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA 2020 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

PREGUNTA 4. Análise.

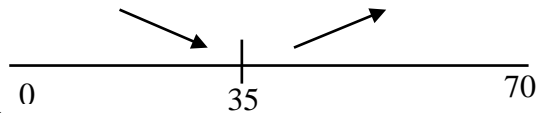
a) Ingresos $I(x) = 60x, 0 \leq x \leq 70$

Beneficios $B(x) = I(x) - C(x) = 60x - x^2 + 10x = 70x - x^2, 0 \leq x \leq 70$

b) $B'(x) = -2x + 70$

$B'(x) = 0 = -2x + 70 \rightarrow x = 35$, punto crítico

- En $(0, 35)$, $B'(x) > 0 \rightarrow B$ creciente
- En $(35, 70)$, $B'(x) < 0 \rightarrow B$ decreciente



En $x=35$ hai un máximo

$I(35) = 60 \times 35 = 2100$ euros

$C(35) = 35^2 - 10 \times 35 = 875$ euros

$B(35) = 70 \times 35 - 35^2 = 1225$ euros

Solución:

Para obter os máximos beneficios debe producir 35 paraugas diarios.

Neste caso os ingresos diarios ascenden a 2100 euros, os costes a 875 euros e os beneficios a 1225.

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA ORDINARIA 2020 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

PREGUNTA 5. Estatística e Probabilidade.

Consideramos os sucesos :

A “ vehículo suministrado polo distribuidor A “

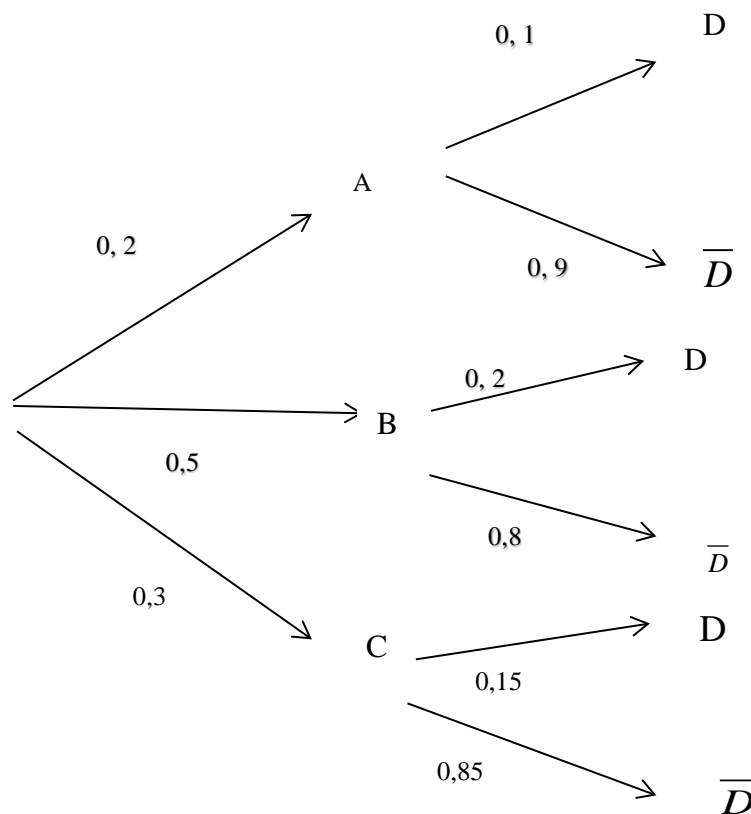
B “ vehículo suministrado polo distribuidor B “

C “ vehículo suministrado polo distribuidor C “

D “ vehículo con algún defecto”

Coñecemos as probabilidades: $P(A)=\frac{240}{1200} = 0,2$; $P(B)=\frac{600}{1200} = 0,5$; $P(C)=\frac{360}{1200} = 0,3$;

$P(D|A) = 0,1$; $P(D|B) = 0,2$; $P(D|C) = 0,15$



a) Prob. Pedida= P(rexeitar pedido)= $P(D) = P(D|A) \times P(A)+ P(D|B) \times P(B) +P(D|C) \times P(C) = 0,2 \times 0,1 + 0,5 \times 0,2 + 0,3 \times 0,15 = 0,165 \rightarrow 16,5\%$

Solución: A porcentaxe de pedidos rexeitados e do 16,5%

b) $P(A|\bar{D})=P(A \cap \bar{D})/P(\bar{D})= ((1-0,1) \times 0,2)/(1-0,165)=36/167=0,2155..$

A probabilidade de que proveña do distribuidor A tendo en conta que non e defectuoso e 0,2155

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA ORDINARIA 2020 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

PREGUNTA 6. Estatística e Probabilidade.

p = proporción de afeccionados a lectura que adquirirán a obra

a) O intervalo de confianza para p e da forma $(\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}})_{1-\alpha} = (0,697, 0,903)$

$$\hat{p} = \frac{80}{100} = 0,8$$

$$0,8 + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{0,8 \times 0,2}{100}} = 0,903 \rightarrow z_{\alpha/2} \times 0,04 = 0,103 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2,575$$

$$\Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,9950 \text{ (táboas)} \rightarrow 1 - \alpha = 0,99$$

Solución: Pódese afirmar cun nivel de confianza do 99%

b) $p = 0,8$ $n = 144$

$$\hat{p} = \text{proporción mostral} \in N(\mu = p, \sigma = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}})$$

$$\hat{p} \in N(0,8, 0,03)$$

$$P(\hat{p} > 0,75) = P\left(Z > \frac{0,75 - 0,8}{0,03}\right) = P(Z > -1,67) = P(Z < 1,67) = 0,9525$$

Solución: A probabilidade de que a proporción de afeccionados a lectura que adquirirán a obra sexa superior o 75%, para mostras de $n = 144$ persoas, e 0,9525