CONVOCATORIA ORDINARIA 2020
MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

O exame consta de 6 preguntas, **todas coa mesma puntuación (3,33)**, das que pode responder un **MÁXIMO DE 3**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só se corrixirán as 3 primeiras respondidas.**

PREGUNTA 1. Álxebra. Consideramos as matrices

$$A=\begin{pmatrix} a & a & 1 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} b & -b & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad C=\begin{pmatrix} c & -3 & 1 \\ c & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Calcule as matrices A+B e 3C-B.
b) Exprese en forma matricial o sistema de ecuacións que se obtén ao formular A+B = 3C-B e resólvao.

PREGUNTA 2. Álxebra. Un fabricante de sistemas de iluminación quere producir focos de tecnoloxía *led* en dous modelos distintos: A e B. Para deseñar a estratexia de produción diaria terá en conta que se producirán polo menos 50 focos do modelo A, que o número de focos do modelo B non superará as 300 unidades e que se producirán polo menos tantos focos do modelo B como do modelo A. Ademais, a produción total non superará as 500 unidades diarias.
a) Formule o sistema de inecuacións asociado ao problema.
b) Represente graficamente a rexión factible e calcule os seus vértices.
c) Se o beneficio obtido por cada foco do modelo A é de 60 euros e por cada foco do modelo B é de 40 euros, cantos focos de cada modelo debe producir diariamente para maximizar o beneficio? A canto ascende o beneficio máximo?

PREGUNTA 3. Análise. O número de persoas (**en miles**) que visitan cada ano un parque temático vén dado pola función

$$P(t)=\frac{180t}{t^2+9},\ t\geq 0 \text{ onde t } \acute{e} \text{ o tempo transcorrido en anos desde a súa apertura no ano 2010 } (t=0).$$

a) Determine os períodos de crecemento e decrecemento do número de visitantes.
b) En que ano recibiu o maior número de visitantes? A canto ascenden? Razoe as respostas.
c) A partir de que ano o número de visitantes será inferior a 18000 persoas? Que ocorrerá co número de visitantes co paso do tempo? Razoe as respostas.

PREGUNTA 4. Análise. Dada a función $f(x)=-4x^2+12x-5$

a) Realice a súa representación gráfica estudando os seus puntos de corte cos eixes, monotonía e extremo relativo.

b) Calcule a área do recinto limitado pola gráfica da función f(x), o eixe OX e as rectas x=1, x=2 .

PREGUNTA 5. Estatística e Probabilidade. Sexan A e B dous sucesos dun experimento aleatorio tales que P(A)=0,4 e P ($\bar{B}$)=0,7 e P($\bar{B}$|A) =0,75. Calcule as seguintes probabilidades:

a) P (A∩ $\bar{B}$); **b)** P (A∪ B); **c)** P (A∩ B); **d)** Son A e B sucesos independentes? Xustifique a resposta.

PREGUNTA 6. Estatística e Probabilidade. A produción diaria de leite, medida en litros, dunha granxa pódese aproximar por unha variable normal de media μ descoñecida e desviación típica σ=50 litros.
a) Determine o tamaño mínimo de mostra para que o correspondente intervalo de confianza para μ ao 95% teña unha amplitude como máximo de 8 litros.
b) Tómanse os datos de produción de 25 días, calcule a probabilidade de que a media das producións obtidas sexa menor ou igual a 930 litros se sabemos que μ=950 litros.

CONVOCATORIA ORDINARIA 2020

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

PREGUNTA 1. Álxebra.

$$A=\begin{pmatrix} a & a & 1 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} b & -b & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad C=\begin{pmatrix} c & -3 & 1 \\ c & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) $A+B=\begin{pmatrix} a & a & 1 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} b & -b & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a+b & a-b & 2 \\ a+3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$3C-B = 3\cdot\begin{pmatrix} c & -3 & 1 \\ c & 0 & 0 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} b & -b & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3c-b & b-9 & 2 \\ 3c-3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

b) $A+B=3C-B \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a+b = 3c-b \\ a-b = b-9 \\ a+3 = 3c-3 \end{array}\right| \qquad \left.\begin{array}{l} a+2b-3c=0 \\ a-2b \qquad = -9 \\ a \qquad -3c=-6 \end{array}\right|$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ -9 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Resolución

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & -9 \\ 1 & 0 & -3 & -6 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2-F_1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & -4 & 3 & -9 \\ 1 & 0 & -3 & -6 \end{pmatrix} \xrightarrow[F_3-F_1]{} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & -4 & 3 & -9 \\ 0 & -2 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

a+2b-3c= 0

-4b+3c= -9

-2b = -6 ⇒ **b= 3 ; c= 1; a= -3**

Solución: a=-3; b =3; c=1

(Podese resolver o sistema por calquer outro método)

CONVOCATORIA ORDINARIA 2020

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

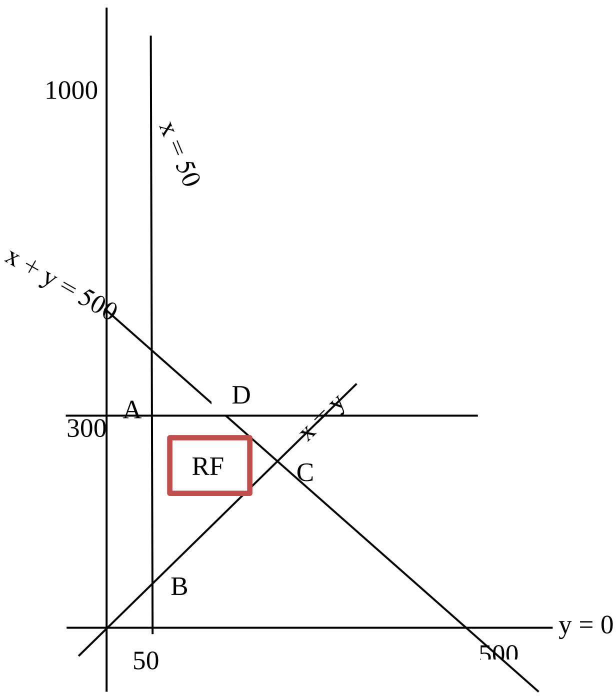
PREGUNTA 2. Álxebra.

x = nº de focos do modelo A

y = nº de focos do modelo B

a) Función obxectivo **Max f(x, y) = 60x + 40 y** s.a restriccións

$$\left.\begin{array}{l} x \ \ \geq 50 \\ y \ \leq 300 \\ y \geq x \\ x + y \leq 500 \end{array}\right\}$$



b) **Vértices**

A: $\left.\begin{array}{r} y = 300 \\ x = 50 \end{array}\right\} A(50, 300)$

B: $\left.\begin{array}{r} x = 50 \\ y = x \end{array}\right\} B(50, 50)$

C: $\left.\begin{array}{r} y = x \\ x + y = 500 \end{array}\right\} C(250, 250)$

D: $\left.\begin{array}{r} x + y = 500 \\ y = 300 \end{array}\right\} D(200, 300)$

c) Beneficio: **f(x, y) = 60x + 40 y**

Avaliamos a función obxectivo nos vértices

f(A) =f (50, 300)= 15000

f(B) = f (50, 50)= 5000

f(C) = f (250, 250) = **25000** $\rightarrow$ Máximo, **solución óptima**

f(D) = f (200, 300) =24000

Debe producir **250 focos de cada modelo** para maximizar os beneficios que ascenderían a **25000 euros**

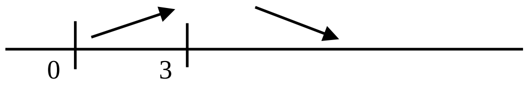
CONVOCATORIA ORDINARIA 2020

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

PREGUNTA 3.Análise.

a) P(t) = $\frac{180t}{t^2+9}$

P'(t)= $\frac{180(9-t^2\ )}{(t^2+9)}$ $\rightarrow$ P'(t)=0$\underset{t>0}{\Longleftrightarrow}$ t=+3 (punto crítico)



En (0, 3) P'(t)>0 ⇒ P e crecente en (0,3)

En (3, ∞) P'(t)<0 ⇒ P e de crecente en (3, ∞)

$\boldsymbol{t_0}$ **=3 máximo relativo** → P(3)= 30 (e un máximo absoluto xa que P(0)= 0)

O número de visitantes crece ata transcorridos tres anos (2013) desde a súa apertura (2010). A partir de 2013 o número de visitantes vai decrecendo.

b) t=0 → ano 2010

t=3 → ano 2013

O maior número de visitantes rexistrouse no ano 2013 con 30000 persoas.

c) Calculamos **t** tal que P(t)<18

$\frac{180t}{t^2+9}$ <18 ⇒ 180t< 18t^2+18x9 ⇒ t^2 -10t+ 9>0⇒ t>9 y t<1

Solución: (0,1)∪(9,∞)

t=9 →ano 2019

A partir do ano 2019 o número de visitantes será inferior a 18000 persoas.

Calculamos o $\lim_{t\to\infty} P(t) = \lim_{t\to\infty} \frac{180t}{t^2+9}$ = 0

Co paso do tempo o número de visitantes irá diminuíndo, tendendo a 0 persoas.

CONVOCATORIA ORDINARIA 2020

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

PREGUNTA 4. Análise.

$f(x) = -4x^2 + 12x - 5$

a) Puntos de corte cos eixes:

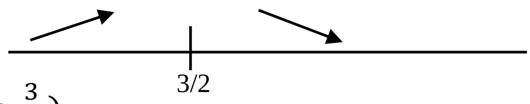
eixe OY : x=0 → f(0)= -5 → Corta a OY en **(0,-5)**

eixe OX: $-4x^2 + 12x - 5 = 0$ $\quad x = \dfrac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 80}}{-8} =$ $\nearrow$ 1/2, $\searrow$ 5/2

Corta a OX en **(1/2,0), e (5/2,0)**

Monotonía

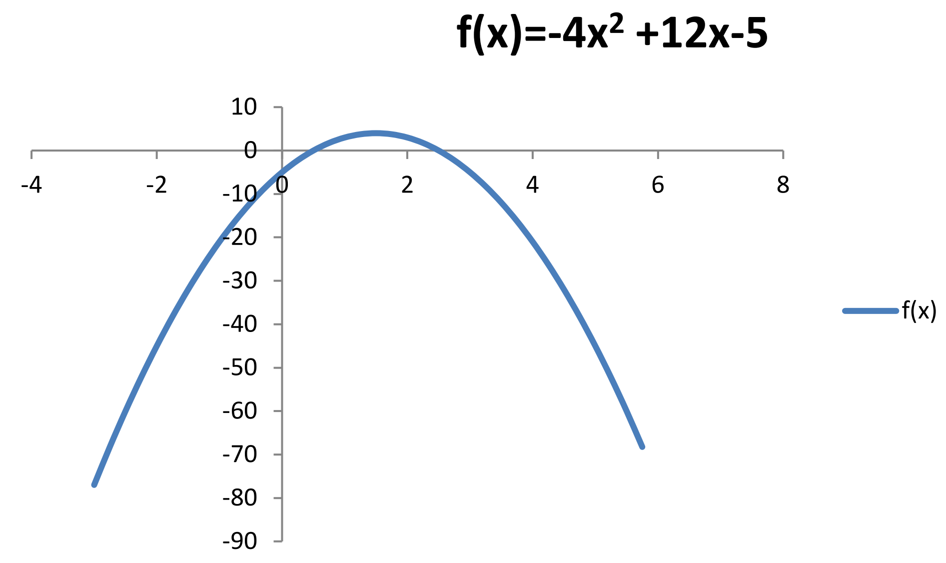
f'(x) = -8x+12; f'(x)=0 ⇒ x= $\frac{3}{2}$ punto crítico



En $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$, f'(x) >0 ⇒ f crecente en $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$

En $\left(\frac{3}{2}, \infty\right)$, f'(x) < 0 ⇒ f decrecente en $\left(\frac{3}{2}, \infty\right)$

$X_0 = \frac{3}{2}$ → máximo relativo (e absoluto) → $f\left(\frac{3}{2}\right) = 4$ **Vértice da parábola (3/2,4)**



CONVOCATORIA ORDINARIA 2020

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

b) Area pedida:

g(x)=y=0

Área=$\left|\int_1^2 (f(x)-g(x))dx\right|=\left|\int_1^2 (-4x^2+12x-5)dx\right| = -4\frac{x^3}{3}+6x^2-5x\Big]_1^2$

Aplicamos a regra de Barrow:

Area= $\left(-\frac{32}{3}+24-10\right)-\left(-\frac{4}{3}+6-5\right)=\mathbf{\frac{11}{3}}$**u²**

PREGUNTA 5. Estatística e Probabilidade.

A e B sucesos. Datos P(A) = 0,4

P($\overline{B}$) = 0,7$\Rightarrow$P(B)= 0,3

P($\overline{B}$|A) = 0,75 $\Rightarrow$ P(B|A) = 1-0,75=0,25

a) P($A\cap\overline{B}$) = P(A)· P($\overline{B}$|A) = 0,4· 0,75= **0,3**

b) P(A $\cup$B) = [P(A) + P(B) – P($A\cap B$)] = 0,4 +0,3 -0,25·0,4=**0,6**

xa que P($A\cap B$)= P(A)· P(B|A)=0,25·0,4

c) P($A\cap B$)= P(A)· P(B|A)=0,4 ·0,25= 0,1

d) A e B son sucesos independentes se P($A\cap B$)= P(A)· P(B)

P($A\cap B$)= P(A)· P(B|A)=0,25·0,4= **0,1**

P(A)·P(B)=0,4·0,3 =**0,12.** Son distintos P($A\cap B$) e P(A)· P(B), por o tanto A e B **non** son sucesos **independentes**

Tamén podemos resolver a pregunta a través de unha táboa:

	A	$\overline{A}$	
B	0,1	0,2	0,3
$\overline{B}$	0,3	0,4	0,7
	0,4	0,6	1

CONVOCATORIA ORDINARIA 2020
MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

PREGUNTA 6. Estatística e Probabilidade.

Produción diaria de leite (en litros)= $X \sim N(\mu, \sigma=50)$

a) para calcular n

Intervalo de Confianza para μ : $\left(\bar{x} - Z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ;\ \bar{x} + Z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

Amplitude ao sumo 8 litros: $2Z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2E \leq 8$

$1-\alpha=0{,}95 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}025 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}975 \Rightarrow Z_{\alpha/2} = 1{,}96$

$Z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = E = 1{,}96.\cdot\frac{50}{\sqrt{n}} \leq 4$

$n \geq \left(\frac{98}{4}\right)^2 = 600{,}25 \Rightarrow$ **Tamaño mínimo da mostra 601 dias**

b) n=25

$X \sim N(\mu=950, \sigma=50)$

$\bar{X} \sim N\left(\mu=950, \sigma=\frac{50}{\sqrt{25}}\right)=N(950, 10)$

$$P(\bar{X} \leq 930) = P\left(Z \leq \frac{930-950}{10}\right) = P(Z \leq -2) = 1 - P(Z \leq 2) = 1 - 0{,}9772 = 0{,}0228$$

Solución: A Probabilidade pedida, que a media das producións obtidas sexa menor ou igual a 930 litros, e **0,0228**