**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD**
**ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA Y CENTROS en MARRUECOS**
CURSO 2019-2020

**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**

**Instrucciones:**
**a)** Duración: 1 hora y 30 minutos
**b)** Elija cuatro de los ocho ejercicios propuestos de al menos tres bloques distintos. Se corregirán los cuatro primeros ejercicios que aparezcan en el examen y que cumplan el requisito anterior.
**c)** En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada.
**d)** Todos los resultados deben estar suficientemente justificados.
**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma.

**Este examen consta de 4 Bloques (A, B, C y D)**

Deberá responder a cuatro ejercicios de entre los ocho propuestos con la condición de que pertenezcan al menos a 3 bloques distintos. En caso de responder a más ejercicios de los requeridos, serán tenidos en cuenta los respondidos en primer lugar.

# BLOQUE A

EJERCICIO 1

Se consideran las matrices $A=\begin{pmatrix}-1 & 11\\ 5 & -4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}5 & 0\\ -3 & 9\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}4 & 6\\ m & 3\end{pmatrix}$

a) **(1.25 puntos)** Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones matriciales:

$$\begin{cases}3X+2Y=A\\ -4X+Y=B\end{cases}$$

b) **(0.5 puntos)** ¿Para qué valores de *m* tiene inversa la matriz C?

c) **(0.75 puntos)** Para *m = 1*, calcule la matriz inversa de C.

EJERCICIO 2

a) **(1.5 puntos)** Represente gráficamente la región determinada por las siguientes restricciones y determine sus vértices:

$$2x+y\le 6 \qquad 4x+y\le 10 \qquad -x+y\le 3 \qquad x\ge 0 \qquad y\ge 0$$

b) **(1 punto)** Calcule el máximo de la función $f(x,y)=4x+2y-3$ en el recinto anterior e indique dónde se alcanza.

# BLOQUE B

EJERCICIO 3

Sea la función definida de la forma $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x}{x-1} & si \quad x<2\\ 2x^2-10x & si \quad x\ge 2\end{cases}$

a) **(0.5 puntos)** Halle el dominio de *f*.
b) **(1 punto)** Estudie la derivabilidad de *f* en *x = 2*.
c) **(1 punto)** Calcule la integral indefinida de la función $f(x)=2x^2-10x$.

EJERCICIO 4

Sea *C(x)* la función de costes de una empresa, expresada en miles de euros, donde mide, en toneladas, la cantidad producida. De esta función se sabe que $C´(x)=7x^2-8x+1$

a) **(0.5 puntos)** Determine la cantidad a producir por la empresa para minimizar el coste.

b) **(1 punto)** Sabiendo que si no hay producción el coste asciende a 30000 euros, obtenga *C(x)*. ¿Cuál es el mínimo coste de producción para la empresa?
c) **(1 punto)** Si la cantidad a producir está entre *0* y *1.2* toneladas, ¿cuál sería la producción que supondría un mayor coste a la empresa?

# BLOQUE C

<u>EJERCICIO 5</u>

a) **(1.25 puntos)** Sean A y B dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que $P(A)=0.5, P(B)=0.4$ *y* $P(A\cup B)=0.8$ determine $P(A/B)$

b) **(1.25 puntos)** Sean C y D dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que $P(C) = 0.3$, $P(D) = 0.8$ y que C y D son independientes, determine $P(C\cup D)$.

<u>EJERCICIO 6</u>

Se sabe que el 30% de los individuos de una población tiene estudios superiores; también se sabe que, de ellos, el 95% tiene empleo. Además, de la parte de la población que no tiene estudios superiores, el 60% tiene empleo.
a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar, tenga empleo.
b) **(1.5 puntos)** Se ha elegido un individuo aleatoriamente y tiene empleo; calcule la probabilidad de que tenga estudios superiores.

# BLOQUE D

<u>EJERCICIO 7</u>

El número de días de permanencia de los enfermos en un hospital sigue una ley Normal de media μ días y desviación típica 3 días.
a) **(1.25 puntos)** Determine un intervalo de confianza para estimar μ, a un nivel del 97%, con una muestra aleatoria de 100 enfermos cuya media es 8.1 días.
b) **(1.25 puntos)** ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria para poder estimar μ con un error inferior a 1 día y un nivel de confianza del 92%.

<u>EJERCICIO 8</u>

Sea la población {1, 2, 3, 4}.
a) **(1 punto)** Construya todas las muestras posibles de tamaño 2, mediante muestreo aleatorio simple.
b) **(1.5 puntos)** Calcule la varianza de las medias muestrales.

## SOLUCIONES

# BLOQUE A

EJERCICIO 1

Se consideran las matrices $A=\begin{pmatrix}-1 & 11\\ 5 & -4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}5 & 0\\ -3 & 9\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}4 & 6\\ m & 3\end{pmatrix}$

a) **(1.25 puntos)** Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones matriciales:

$$\begin{cases}3X+2Y=A\\ -4X+Y=B\end{cases}$$

b) **(0.5 puntos)** ¿Para qué valores de *m* tiene inversa la matriz C?

c) **(0.75 puntos)** Para *m = 1*, calcule la matriz inversa de C.

a) Obtenemos X e Y resolviendo el sistema.

$$\begin{cases}3X+2Y=A\\ -4X+Y=B\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3X+2Y=A\\ Y=B+4X\end{cases}\Rightarrow 3X+2\left(B+4X\right)=A\Rightarrow 3X+2B+8X=A\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 11X=A-2B\Rightarrow \boxed{X=\frac{1}{11}\left(A-2B\right)}\Rightarrow Y=B+4\frac{1}{11}\left(A-2B\right)=B+\frac{4}{11}A-\frac{8}{11}B\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{Y=\frac{4}{11}A+\frac{3}{11}B}$$

Sustituimos el valor de A y B.

$$X=\frac{1}{11}\left(A-2B\right)=\frac{1}{11}\left(\begin{pmatrix}-1 & 11\\ 5 & -4\end{pmatrix}-2\begin{pmatrix}5 & 0\\ -3 & 9\end{pmatrix}\right)=\frac{1}{11}\begin{pmatrix}-1-10 & 11\\ 5+6 & -4-18\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & -2\end{pmatrix}$$

$$Y=\frac{4}{11}\begin{pmatrix}-1 & 11\\ 5 & -4\end{pmatrix}+\frac{3}{11}\begin{pmatrix}5 & 0\\ -3 & 9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4/11+15/11 & 4\\ 20/11-9/11 & -16/11+27/11\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 1 & 1\end{pmatrix}$$

b) Para que tenga inversa su determinante debe ser no nulo.

$$C=\begin{pmatrix}4 & 6\\ m & 3\end{pmatrix}\Rightarrow|C|=\begin{vmatrix}4 & 6\\ m & 3\end{vmatrix}=12-6m$$

$$|C|=0\Rightarrow 12-6m=0\Rightarrow \boxed{m=2}$$

La matriz C tiene inversa para cualquier valor de *m* distinto de 2.

c) Para *m = 1* la matriz queda $C=\begin{pmatrix}4 & 6\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ con determinante $|C|=\begin{vmatrix}4 & 6\\ 1 & 3\end{vmatrix}=12-6=6\neq 0$

Tiene inversa y la calculamos.

$$C^{-1}=\frac{Adj\left(C^T\right)}{|C|}=\frac{Adj\begin{pmatrix}4 & 1\\ 6 & 3\end{pmatrix}}{6}=\frac{1}{6}\begin{pmatrix}3 & -6\\ -1 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1/2 & -1\\ -1/6 & 2/3\end{pmatrix}$$

EJERCICIO 2

a) **(1.5 puntos)** Represente gráficamente la región determinada por las siguientes restricciones y determine sus vértices:

$$2x+y\le 6 \qquad 4x+y\le 10 \qquad -x+y\le 3 \qquad x\ge 0 \qquad y\ge 0$$

b) **(1 punto)** Calcule el máximo de la función $f(x,y)=4x+2y-3$ en el recinto anterior e indique dónde se alcanza.

a) Representamos primero las rectas que delimitan la región.

$2x+y=6$

| $x$ | $y=6-2x$ |
|---|---|
| 0 | 6 |
| 2 | 2 |
| 3 | 0 |

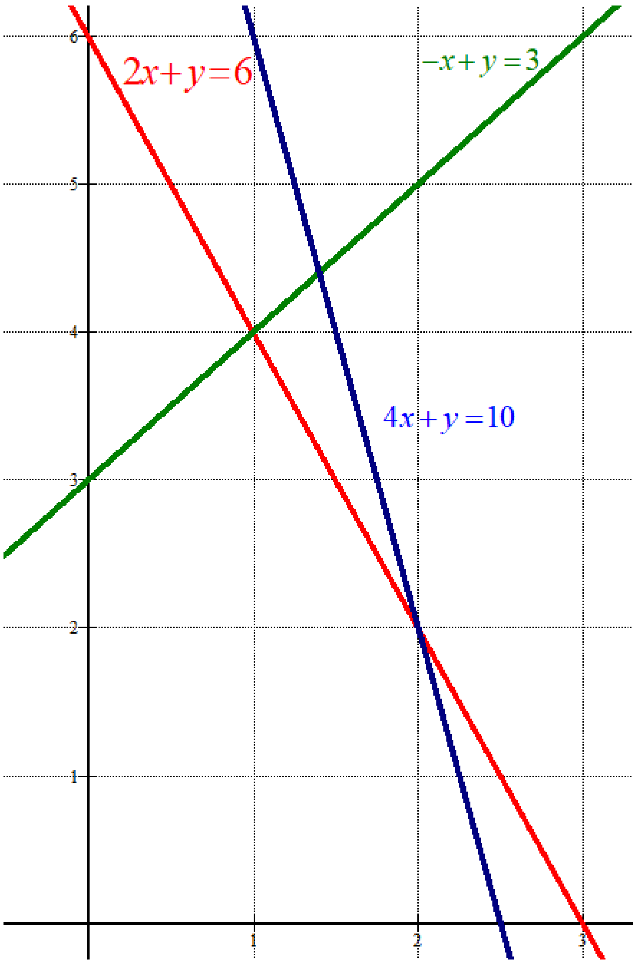
$4x+y=10$

| $x$ | $y=10-4x$ |
|---|---|
| 0 | 10 |
| 2 | 2 |
| 2.5 | 0 |

$-x+y=3$

| $x$ | $y=3+x$ |
|---|---|
| 0 | 3 |
| –3 | 0 |
| 2 | 5 |

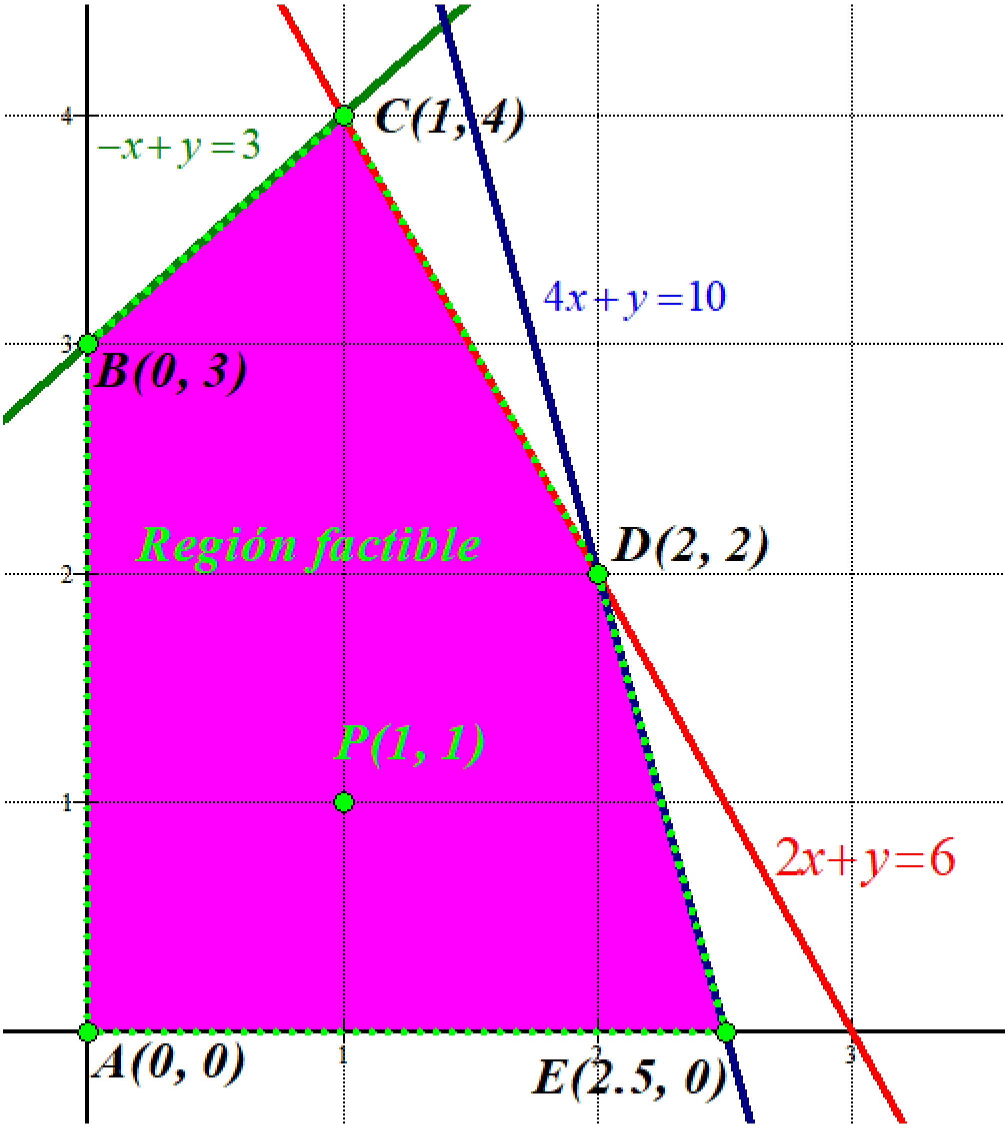
$x\ge 0;\quad y\ge 0$ El primer cuadrante




Como las restricciones son $2x+y\le 6 \qquad 4x+y\le 10 \qquad -x+y\le 3 \qquad x\ge 0 \qquad y\ge 0$ entonces nuestra región está en el primer cuadrante y por debajo de las líneas roja, azul y verde. Coloreamos la región de rosa. Para asegurarnos comprobamos si el punto P(1, 1) cumple todas las restricciones

$$\left.\begin{array}{l} 2x+y\le 6 \\ 4x+y\le 10 \\ -x+y\le 3 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \\ P(1,1) \end{array}\right\} \Rightarrow ¿\left.\begin{array}{l} 2+1\le 6 \\ 4+1\le 10 \\ -1+1\le 3 \\ 1\ge 0 \\ 1\ge 0 \end{array}\right\}?\text{¡SE CUMPLEN TODAS!}$$

Las coordenadas de los vértices son: A(0, 0), B(0, 3), C(1, 4), D(2, 2) y E(2.5, 0)




El máximo de la función $f(x, y) = 4x + 2y - 3$ sometida a las restricciones dadas inicialmente es un vértice de la región factible. Valoramos la función en cada uno y decidimos.

A(0, 0) → $f(0,0) = -3$

B(0, 3) → $f(0,3) = 0 + 6 - 3 = 3$

C(1, 4) → $f(1,4) = 4 + 8 - 3 = 9$

D(2, 2) → $f(2,2) = 8 + 4 - 3 = 9$

E(2.5, 0) → $f(2.5,0) = 10 + 0 - 3 = 7$

El máximo de la función es 9 y se encuentra en cualquiera de los puntos que están en el segmento que une los vértices D(2, 2) y C(1,4).

# BLOQUE B

<u>EJERCICIO 3</u>

Sea la función definida de la forma $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x}{x-1} & si \quad x<2\\ 2x^2-10x & si \quad x\geq 2\end{cases}$

a) **(0.5 puntos)** Halle el dominio de *f*.
b) **(1 punto)** Estudie la derivabilidad de *f* en *x = 2*.
c) **(1 punto)** Calcule la integral indefinida de la función $f(x)=2x^2-10x$.

a) La función es $f(x)=\dfrac{2x}{x-1}$ en el intervalo $(-\infty,2)$ y no existe para *x = 1*, pues se anula el denominador, en el intervalo $[2,+\infty)$ es un polinomio "$f(x)=2x^2-10x$" y no presenta ningún problema de definición.

*Dominio f(x) =* $\mathbb{R}-\{1\}$

b) Para estudiar la derivabilidad en *x = 2* estudiamos previamente la continuidad. Deben coincidir los limites laterales en dicho valor.

$$\left.\begin{array}{l} f(2)=8-20=-12\\ \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{2x}{x-1}=\dfrac{4}{1}=4\\ \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}2x^2-10x=-12\\ \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=f(2)\end{array}\right\}\Rightarrow \lim_{x\to 2^-} f(x)=4\neq -12=\lim_{x\to 2^+} f(x)$$

La función no es continua y por tanto **no** es derivable en *x = 2*.
Como curiosidad si estudiáis directamente las derivadas laterales en x = 2 si saldrían iguales y parecería derivable, pero no lo es, pues primero debe ser continua.

c)

$$\int 2x^2-10x\,dx=2\frac{x^3}{3}-10\frac{x^2}{2}+K=\boxed{\frac{2}{3}x^3-5x^2+K}$$

EJERCICIO 4

Sea *C(x)* la función de costes de una empresa, expresada en miles de euros, donde *x* mide, en toneladas, la cantidad producida. De esta función se sabe que $C'(x) = 7x^2 - 8x + 1$

a) **(0.5 puntos)** Determine la cantidad a producir por la empresa para minimizar el coste.

b) **(1 punto)** Sabiendo que si no hay producción el coste asciende a 30000 euros, obtenga *C(x)*. ¿Cuál es el mínimo coste de producción para la empresa?

c) **(1 punto)** Si la cantidad a producir está entre *0* y *1.2* toneladas, ¿cuál sería la producción que supondría un mayor coste a la empresa?

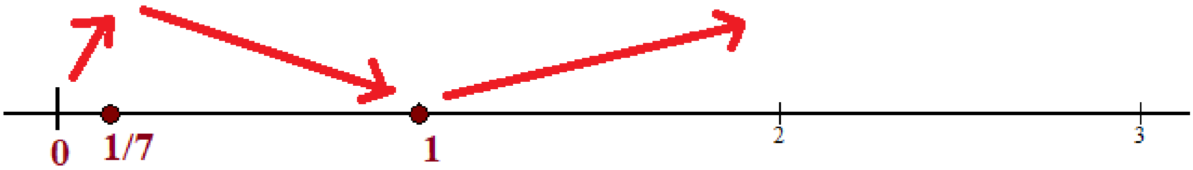
a) Para determinar el mínimo usamos la derivada para obtener los puntos críticos.

$$C'(x) = 0 \Rightarrow 7x^2 - 8x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(7)(1)}}{2(7)} = \frac{8 \pm \sqrt{36}}{14} = \begin{cases} \frac{8-6}{14} = \frac{1}{7} = x \\ \frac{8+6}{14} = 1 = x \end{cases}$$

Estudiamos la variación del coste antes, entre y después de los valores críticos obtenidos.

- En $(0, 1/7)$ tomamos *x = 0.01* y la derivada vale $C'(0.01) = 7 \cdot 0.01^2 - 8 \cdot 0.01 + 1 > 0$. La función crece en $(0, 1/7)$.
- En $(1/7, 1)$ tomamos *x = 0.5* y la derivada vale $C'(0.5) = 7 \cdot 0.5^2 - 8 \cdot 0.5 + 1 = -5/4 < 0$. La función decrece en $(1/7, 1)$.
- En $(1, +\infty)$ tomamos *x = 2* y la derivada vale $C'(x) = 7 \cdot 2^2 - 16 + 1 = 13 > 0$. La función crece en $(1, +\infty)$.

La función sigue el siguiente esquema.




Por lo tanto el mínimo coste se produce en *x = 1,* salvo que sin producción el coste sea más bajo (C(0)). Se deben producir 1 tonelada.

b) Si no hay producción el coste asciende a 30000 euros significa que C(0) = 30.

Calculamos la función coste haciendo la integral de su derivada.

$$C'(x) = 7x^2 - 8x + 1 \Rightarrow C(x) = \int 7x^2 - 8x + 1dx = 7\frac{x^3}{3} - 8\frac{x^2}{2} + x = \frac{7}{3}x^3 - 4x^2 + x + K$$

$$\left.\begin{array}{l} C(x) = \frac{7}{3}x^3 - 4x^2 + x + K \\ C(0) = 30 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{7}{3}0^3 - 4 \cdot 0^2 + 0 + K = 30 \Rightarrow K = 30$$

$$\boxed{C(x) = \frac{7}{3}x^3 - 4x^2 + x + 30}$$

Para averiguar el menor coste de producción para la empresa hay que averiguar el coste de producción de 1 tonelada $C(1)=\frac{7}{3}1^3-4\cdot 1^2+1+30=29.333$. Siendo inferior a 30000 €, por lo que el mínimo coste es 29333 €.

c) Por el esquema de evolución del coste que aparece arriba el coste aumenta en el intervalo $(0,1/7)$ y luego disminuye en $(1/7,1)$ por lo que el máximo coste en el intervalo (0, 1) es el coste producido en el máximo $x$ = 1/7.

Para saber dónde se produce un coste máximo en el intervalo (0, 1.2) basta comparar el coste en 1/7 de tonelada y en 1.2 toneladas.

$$\left.\begin{array}{l} C\left(\frac{1}{7}\right)=\frac{7}{3}\left(\frac{1}{7}\right)^3-4\left(\frac{1}{7}\right)^2+\frac{1}{7}+30=29.578 \\ C(1.2)=\frac{7}{3}1.2^3-4\cdot 1.2^2+1.2+30=29.472 \end{array}\right\}$$

El máximo coste se consigue con la producción de 1/7 toneladas.

## BLOQUE C

EJERCICIO 5

a) **(1.25 puntos)** Sean A y B dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que $P(A)=0.5,\ P(B)=0.4\ y\ P(A\cup B)=0.8$ determine $P(A/B)$

b) **(1.25 puntos)** Sean C y D dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que *P(C) = 0.3*, *P(D) = 0.8* y que C y D son independientes, determine $P(C\cup D)$.

a) Como

$$\left.\begin{array}{r} P(A)=0.5 \\ P(B)=0.4 \\ P(A\cup B)=0.8 \\ P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B) \end{array}\right\} \Rightarrow 0.8=0.5+0.4-P(A\cap B)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(A\cap B)=0.5+0.4-0.8=0.1$$

Una vez conocida la probabilidad de la intersección:

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0.1}{0.4}=\boxed{0.25}$$

b) Si C y D son independientes entonces $P(C\cap D)=P(C)P(D)=0.3\cdot 0.8=0.24$.

$$P(C\cup D)=P(C)+P(D)-P(C\cap D)=0.3+0.8-0.24=\boxed{0.86}$$

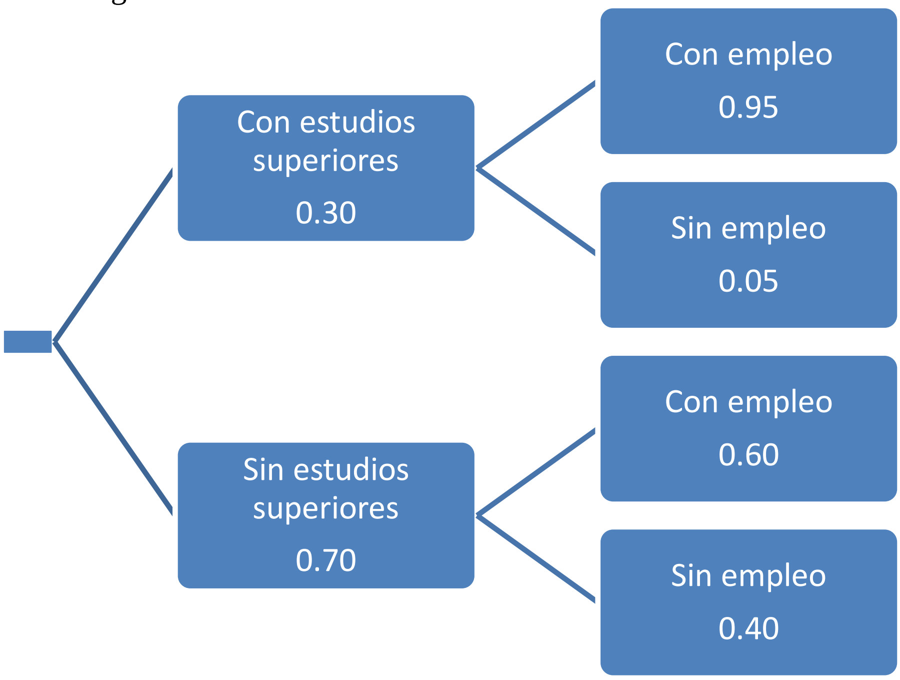
EJERCICIO 6

Se sabe que el 30% de los individuos de una población tiene estudios superiores; también se sabe que, de ellos, el 95% tiene empleo. Además, de la parte de la población que no tiene estudios superiores, el 60% tiene empleo.

a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar, tenga empleo.

b) **(1.5 puntos)** Se ha elegido un individuo aleatoriamente y tiene empleo; calcule la probabilidad de que tenga estudios superiores.

Realizamos un diagrama de árbol.




a) Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(\text{Con empleo}) = P(\text{Con estudios superiores})P(\text{Con empleo / Con estudios superiores}) +$$
$$+P(\text{Sin estudios superiores})P(\text{Con empleo / Sin estudios superiores}) =$$
$$= 0.3 \cdot 0.95 + 0.7 \cdot 0.6 = \boxed{0.705}$$

b)

$$P(\text{Con estudios superiores / Tiene empleo}) = \frac{P(\text{Con estudios superiores } \cap \text{Tiene empleo})}{P(\text{Tiene empleo})} =$$
$$= \frac{0.3 \cdot 0.95}{0.705} = \boxed{0.404}$$

# BLOQUE D

EJERCICIO 7

El número de días de permanencia de los enfermos en un hospital sigue una ley Normal de media μ días y desviación típica 3 días.

a) **(1.25 puntos)** Determine un intervalo de confianza para estimar μ, a un nivel del 97%, con una muestra aleatoria de 100 enfermos cuya media es 8.1 días.

b) **(1.25 puntos)** ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria para poder estimar μ con un error inferior a 1 día y un nivel de confianza del 92%.

X = Días de permanencia de un enfermo en un hospital

$\sigma = 3$

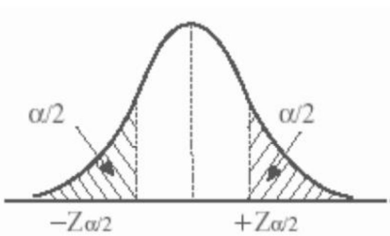
X = N(μ, 3)

n = 100. $\bar{x} = 8.1$

a) Con un nivel de confianza del 97 % tenemos

$$1 - \alpha = 0{,}97 \rightarrow \alpha = 0{,}03 \rightarrow \alpha/2 = 0'015 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0{,}985 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{2{,}17}$$

| z | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | $\boxed{0{,}9850}$ |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 |




$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.17 \cdot \frac{3}{\sqrt{100}} = 0.651$$

El intervalo de confianza para la media de la población es:

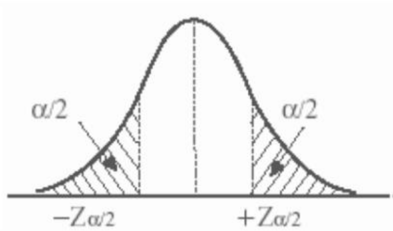
$$\left(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error\right) = (8.1 - 0.651, 8.1 + 0.651) = (7.449, 8.751)$$

b) ¿n?

Con un nivel de confianza del 92% tenemos

$$1-\alpha = 0{,}92 \rightarrow \alpha = 0{,}08 \rightarrow \alpha/2 = 0'04 \rightarrow 1-\alpha/2 = 0{,}96 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{1{,}75}$$

| z | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | $\boxed{0{,}9599}$ |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 |




$$Error = z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.75\cdot\frac{3}{\sqrt{n}} = 1 \Rightarrow 5.25 = \sqrt{n} \Rightarrow n = (5.25)^2 = 27.56$$

El tamaño mínimo de la muestra debe ser entero y superior al hallado, es decir, de 28 enfermos.

EJERCICIO 8
Sea la población {1, 2, 3, 4}.
a) **(1 punto)** Construya todas las muestras posibles de tamaño 2, mediante muestreo aleatorio simple.
b) **(1.5 puntos)** Calcule la varianza de las medias muestrales.

a) Como se supone que las muestras son con reemplazamiento el conjunto de todas las muestras de tamaño es:
{1- 1; 1 - 2; 1 – 3; 1 – 4; 2 – 1; 2 - 2; 2 - 3; 2 – 4; 3 - 1; 3 - 2; 3 - 3; 3 - 4; 4 – 1; 4 – 2; 4 – 3; 4 – 4}

b) Por el teorema del límite central la media de las medias muestrales es μ y su varianza es $\frac{\sigma^2}{n}$ siendo μ la media poblacional, σ la desviación típica poblacional y n el tamaño muestral, en nuestro caso 2.
Calculamos la media y desviación típica poblacional.

$$\mu = \frac{1+2+3+4}{4} = \frac{10}{4} = 2.5$$

$$Varianza = \sigma^2 = \frac{(1-2.5)^2 + (2-2.5)^2 + (3-2.5)^2 + (4-2.5)^2}{4}$$

$$\sigma^2 = \frac{2.25+0.25+0.25+2.25}{4} = \frac{5}{4} = 1.25$$

Y aplicando la fórmula anterior obtenemos la varianza de las medias muestrales:

$$\text{varianza de las medias muestrales} = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{1.25}{2} = \boxed{0.625}$$