	Evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad **Castilla y León**	**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES**	**EXAMEN** **Nº Páginas: 2 (tabla adicional)**

OPTATIVIDAD: CADA ESTUDIANTE DEBERÁ ESCOGER **TRES** PROBLEMAS Y **UNA** CUESTIÓN Y DESARROLLARLOS COMPLETOS.

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN

Cada problema se puntuará sobre un máximo de 3 puntos. Cada cuestión se puntuará sobre un máximo de 1 punto. Salvo que se especifique lo contrario, los apartados que figuran en los distintos problemas son equipuntuables. La calificación final se obtiene sumando las puntuaciones de los tres problemas y la cuestión realizados. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos efectuados.

Problemas (a elegir tres)

P1. (Números y álgebra)

En un almacén de frutas disponen de 800 kg de manzanas, 800 kg de naranjas y 500 kg de plátanos. Con estas existencias van a poner a la venta dos tipos de lotes de frutas, A y B. El lote A consta de 1 kg de manzanas, 2 kg de naranjas y 1 kg de plátanos; mientras que el lote B consta de 2 kg de manzanas, 1 kg de naranjas y 1 kg de plátanos. Si los lotes A se venden a 12 euros cada uno y los lotes B a 14 euros cada uno, determinar, mediante técnicas de programación lineal, el número de lotes de cada tipo que ha de vender el almacén para maximizar sus ingresos. ¿A cuánto asciende ese ingreso máximo?

P2. (Números y álgebra)

Dadas las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 1\end{pmatrix}\ y\ B=\begin{pmatrix}1\\ -2\end{pmatrix}$$

a) Calcular la matriz $Y=A^2+BB^t$ donde B^t es la matriz traspuesta de *B*.
b) Determinar la matriz *X* para que se verifique la ecuación $2AX=B$.

P3. (Análisis)

El número de zancadas por minuto que realiza un corredor en su entrenamiento diario de 60 minutos viene dado por la función:

$$f(x)=\begin{cases}70 & si\ \ 0\le x\le 40\\ \dfrac{1}{10}x^2-11x+350 & si\ \ 40<x\le 60\end{cases}$$

donde *x* representa el tiempo de entrenamiento transcurrido, medido en minutos.

a) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función y calcular el momento en el que alcanza el número de zancadas mínimo. ¿Cuál es el número de zancadas mínimo? (**hasta 2 puntos**).
b) Representar gráficamente la función $f(x)$, justificando brevemente la representación gráfica obtenida (**hasta 1 punto**).

P4. (Análisis)

El beneficio neto anual B (en miles de euros) que las ventas de un producto generan a una empresa en función del gasto anual en publicidad x (en miles de euros) viene dado por la función $B(x) = -20x^2 + 1200x + a$, donde $x \in [0, \infty)$.

a) Hallar el valor de a sabiendo que un gasto en publicidad de 10000 euros proporciona un beneficio neto de 10 millones de euros.

b) Para a = 2000, calcular el área delimitada por $B(x)$ y el eje OX en el intervalo [0, 1].

P5. (Estadística y probabilidad)

Una empresa destinada a la comercialización de cápsulas de café realiza un estudio de mercado entre un grupo de personas donde el 60 % son hombres y el 40 % restante son mujeres. La empresa comprueba que el 55 % de los hombres prefieren cápsulas de café capuchino, porcentaje que se eleva al 80 % en el caso de las mujeres.

a) Calcular la probabilidad de elegir una persona de ese grupo que resulte ser hombre y que prefiera cápsulas de café capuchino.

b) ¿Con qué probabilidad una persona elegida al azar de ese grupo prefiere cápsulas de café capuchino?

P6. (Estadística y probabilidad)

El tiempo que tarda un auditor en revisar un expediente se ajusta a una distribución normal con media 30 minutos y desviación típica de 10 minutos. Si al principio de una semana se le entregan 75 expedientes:

a) Calcular la probabilidad de que le dé tiempo a revisar los 75 expedientes si en esa semana el auditor trabaja 35 horas (2100 minutos).

b) Calcular la probabilidad de que el tiempo medio dedicado a revisar los 75 expedientes esté entre 28 y 33 minutos.

Cuestiones (a elegir una)

C1. (Números y álgebra)

Añadir una ecuación al sistema $\begin{cases} x+y+z=2 \\ x-y-z=0 \end{cases}$, de forma que el sistema resultante sea incompatible.

C2. (Análisis)

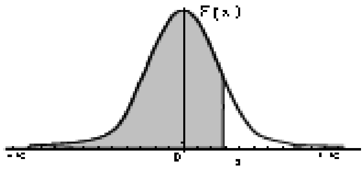
¿Cuál es el dominio de definición de la función $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2-4}$?

C3. (Estadística y probabilidad)

Sabiendo que la probabilidad de que un hombre llegue a los 70 años es 0.78 y la probabilidad de que una mujer llegue a los 70 años es 0.83, calcular razonadamente la probabilidad de que ambos lleguen a los 70 años.

Distribución Normal

$$F(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2}\,dt$$



	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9014
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9318
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

SOLUCIONES

P1. (Números y álgebra)
En un almacén de frutas disponen de 800 kg de manzanas, 800 kg de naranjas y 500 kg de plátanos. Con estas existencias van a poner a la venta dos tipos de lotes de frutas, A y B. El lote A consta de 1 kg de manzanas, 2 kg de naranjas y 1 kg de plátanos; mientras que el lote B consta de 2 kg de manzanas, 1 kg de naranjas y 1 kg de plátanos. Si los lotes A se venden a 12 euros cada uno y los lotes B a 14 euros cada uno, determinar, mediante técnicas de programación lineal, el número de lotes de cada tipo que ha de vender el almacén para maximizar sus ingresos. ¿A cuánto asciende ese ingreso máximo?

Llamamos x = número de lotes A, y = número de lotes B.

	Kg de manzanas	Kg de naranjas	Kg de plátanos	Ingresos
Nº lotes A (x)	x	2x	x	12x
Nº lotes B (y)	2y	y	y	14y
TOTAL	$x+2y$	$2x+y$	$x+y$	$12x+14y$

La función a maximizar son los ingresos $f(x,y)=12x+14y$.

Las restricciones son:

"*En un almacén de frutas disponen de 800 kg de manzanas*" → $x+2y\le 800$

"*En un almacén de frutas disponen de 800 kg de naranjas*" → $2x+y\le 800$

"*En un almacén de frutas disponen de 500 kg de plátanos*" → $x+y\le 500$

Las cantidades deben ser positivas → $x\ge 0;\ y\ge 0$

Las restricciones forman un sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} x+2y\le 800 \\ 2x+y\le 800 \\ x+y\le 500 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

Dibujamos las rectas que delimitan la región factible.

$x+2y=800$

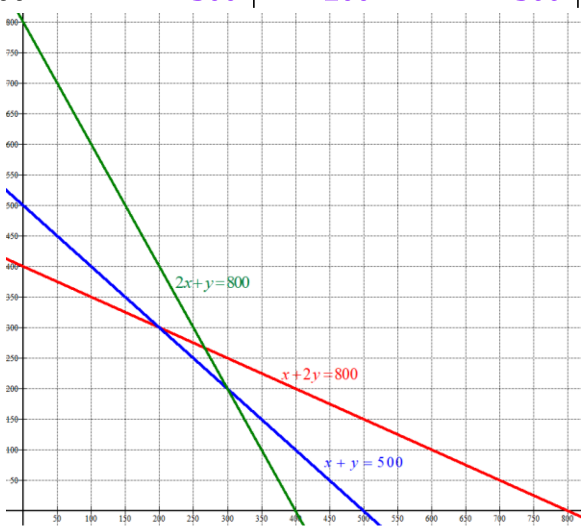
x	$y=\frac{800-x}{2}$
200	300
400	200

$2x+y=800$

x	$y=800-2x$
0	800
300	200

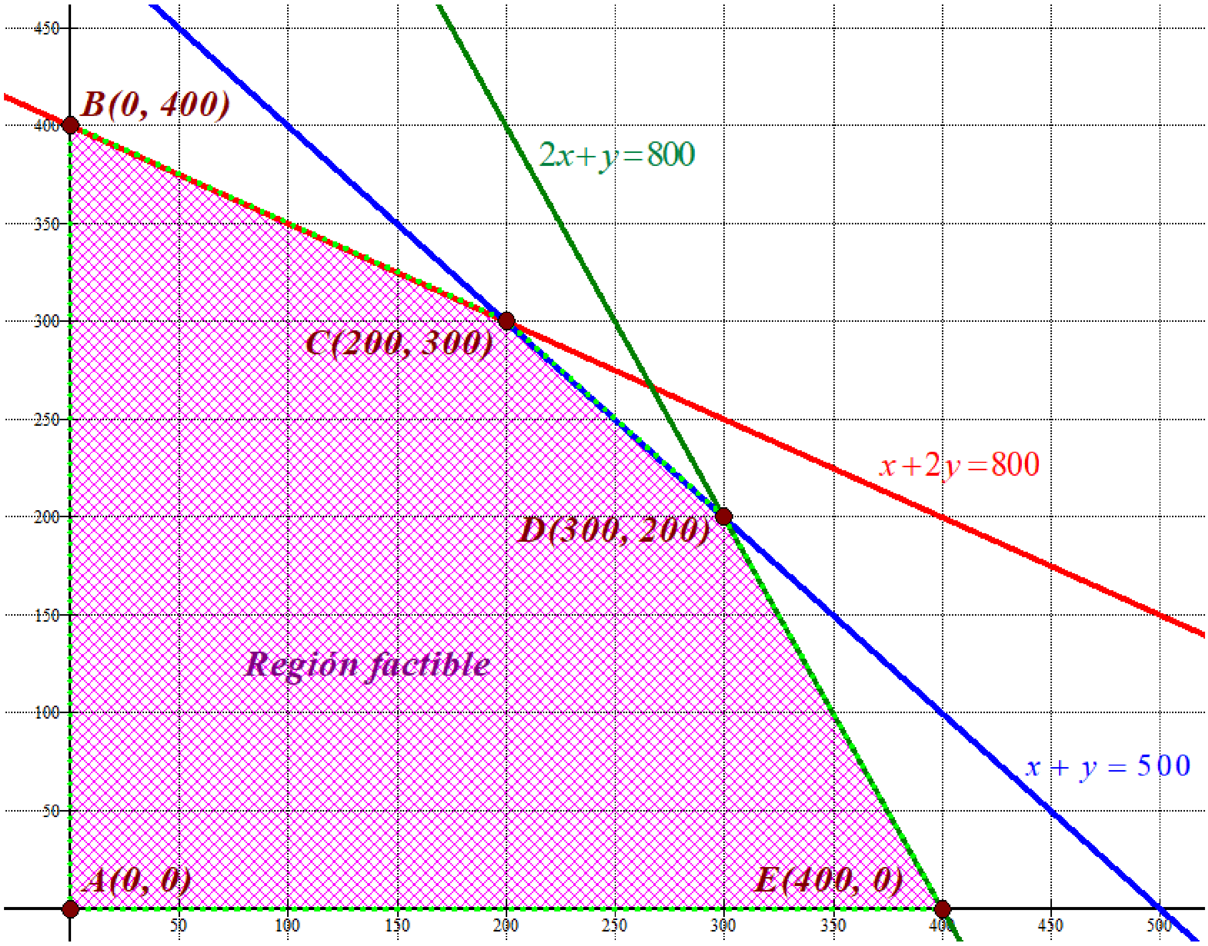
$x+y=500$

x	$y=500-x$
200	300
300	200



Como las restricciones son $\left.\begin{array}{l} x+2y\leq 800 \\ 2x+y\leq 800 \\ x+y\leq 500 \\ x\geq 0;\ y\geq 0 \end{array}\right\}$ es la región del primer cuadrante que está por debajo de las rectas azul, verde y roja.

Coloreamos de rosa la región factible.



Valoramos cada vértice en la función ingresos $f(x,y)=12x+14y$, en busca del valor máximo.

A(0, 0) → $f(0,0)=0$

B(0, 400) → $f(0,400)=0+14\cdot 400=5600$

C(200, 300) → $f(200,300)=12\cdot 200+14\cdot 300=2400+4200=6600$

D(300, 200) → $f(300,200)=12\cdot 300+14\cdot 200=3600+2800=6400$

E(400, 0) → $f(400,0)=12\cdot 400+0=4800$

Los máximos ingresos son 6600 € que se obtienen en el vértice D(200, 300). Significa que se maximizan los ingresos con 200 lotes A y 300 lotes B.

P2. (Números y álgebra)

Dadas las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 1\end{pmatrix}\ y\ B=\begin{pmatrix}1\\ -2\end{pmatrix}$$

a) Calcular la matriz $Y=A^2+BB^t$ donde B^t es la matriz traspuesta de *B*.

b) Determinar la matriz *X* para que se verifique la ecuación $2AX=B$.

a)

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow A^2=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-2 & 2+2\\ -1-1 & -2+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 4\\ -2 & -1\end{pmatrix}$$

$$B=\begin{pmatrix}1\\ -2\end{pmatrix}\Rightarrow B^t=\begin{pmatrix}1 & -2\end{pmatrix}\Rightarrow BB^t=\begin{pmatrix}1\\ -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -2\\ -2 & 4\end{pmatrix}$$

$$Y=A^2+BB^t=\begin{pmatrix}-1 & 4\\ -2 & -1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & -2\\ -2 & 4\end{pmatrix}$$

$$\boxed{Y=\begin{pmatrix}0 & 2\\ -4 & 3\end{pmatrix}}$$

b)

$$2AX=B\Rightarrow AX=\frac{1}{2}B\Rightarrow X=\frac{1}{2}A^{-1}B$$

Comprobamos que la matriz A tiene inversa y la calculamos.

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow |A|=\begin{vmatrix}1 & 2\\ -1 & 1\end{vmatrix}=1+2=3\neq 0.\text{ Existe } A^{-1}.$$

$$A^{-1}=\frac{Adj\left(A^t\right)}{|A|}=\frac{Adj\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 1\end{pmatrix}}{3}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & -2\\ 1 & 1\end{pmatrix}$$

Sustituimos en la expresión obtenida inicialmente.

$$X=\frac{1}{2}A^{-1}B=\frac{1}{2}\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & -2\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ -2\end{pmatrix}=\frac{1}{6}\begin{pmatrix}1+4\\ 1-2\end{pmatrix}=\frac{1}{6}\begin{pmatrix}5\\ -1\end{pmatrix}$$

$$\boxed{X=\begin{pmatrix}5/6\\ -1/6\end{pmatrix}}$$

P3. (Análisis)
El número de zancadas por minuto que realiza un corredor en su entrenamiento diario de 60 minutos viene dado por la función:

$$f(x)=\begin{cases} 70 & si \;\; 0\le x\le 40 \\ \dfrac{1}{10}x^2-11x+350 & si \;\; 40<x\le 60 \end{cases}$$

donde x representa el tiempo de entrenamiento transcurrido, medido en minutos.
a) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función y calcular el momento en el que alcanza el número de zancadas mínimo. ¿Cuál es el número de zancadas mínimo? (**hasta 2 puntos**).
b) Representar gráficamente la función $f(x)$, justificando brevemente la representación gráfica obtenida (**hasta 1 punto**).

a) Comprobamos que la función es continua, para ello solo falta ver que lo es en $x = 40$.

$$\left.\begin{array}{l} f(40)=70 \\ \lim\limits_{x\to 40^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 40^-} 70=70 \\ \lim\limits_{x\to 40^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 40^+} \dfrac{1}{10}x^2-11x+350=\dfrac{1}{10}\cdot 40^2-11\cdot 40+350=70 \end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(40)=\lim_{x\to 40^-} f(x)=\lim_{x\to 40^+} f(x)=70$$

La función es continua en todo su dominio.

En el intervalo [0, 40] la función es constantemente igual a 70.
En el intervalo (40, 60] es una parábola. Calculamos su derivada y buscamos su punto crítico.

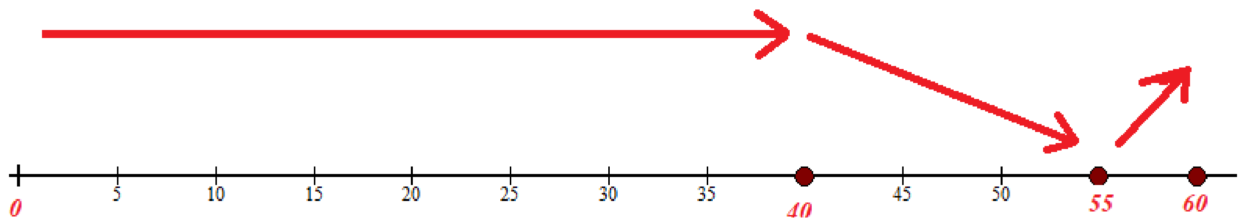
$$f(x)=\frac{1}{10}x^2-11x+350 \Rightarrow f\,'(x)=\frac{2}{10}x-11=\frac{1}{5}x-11$$

$$f\,'(x)=0\Rightarrow \frac{1}{5}x-11=0\Rightarrow x-55=0\Rightarrow x=55$$

Vemos como evoluciona la función antes y después del vértice de la parábola.

- En (40, 55) tomamos $x = 50$ y la derivada vale $f\,'(50)=\frac{1}{5}\cdot 50-11=-1<0$. La función decrece en (40, 55).
- En (55, 60) tomamos $x = 58$ y la derivada vale $f\,'(58)=\frac{1}{5}\cdot 58-11=0.6>0$. La función crece en (55, 60).

La función en el intervalo (0, 60] sigue el esquema siguiente:



La función es constante en (0, 40), decrece en (40, 55) y crece en (55, 60).

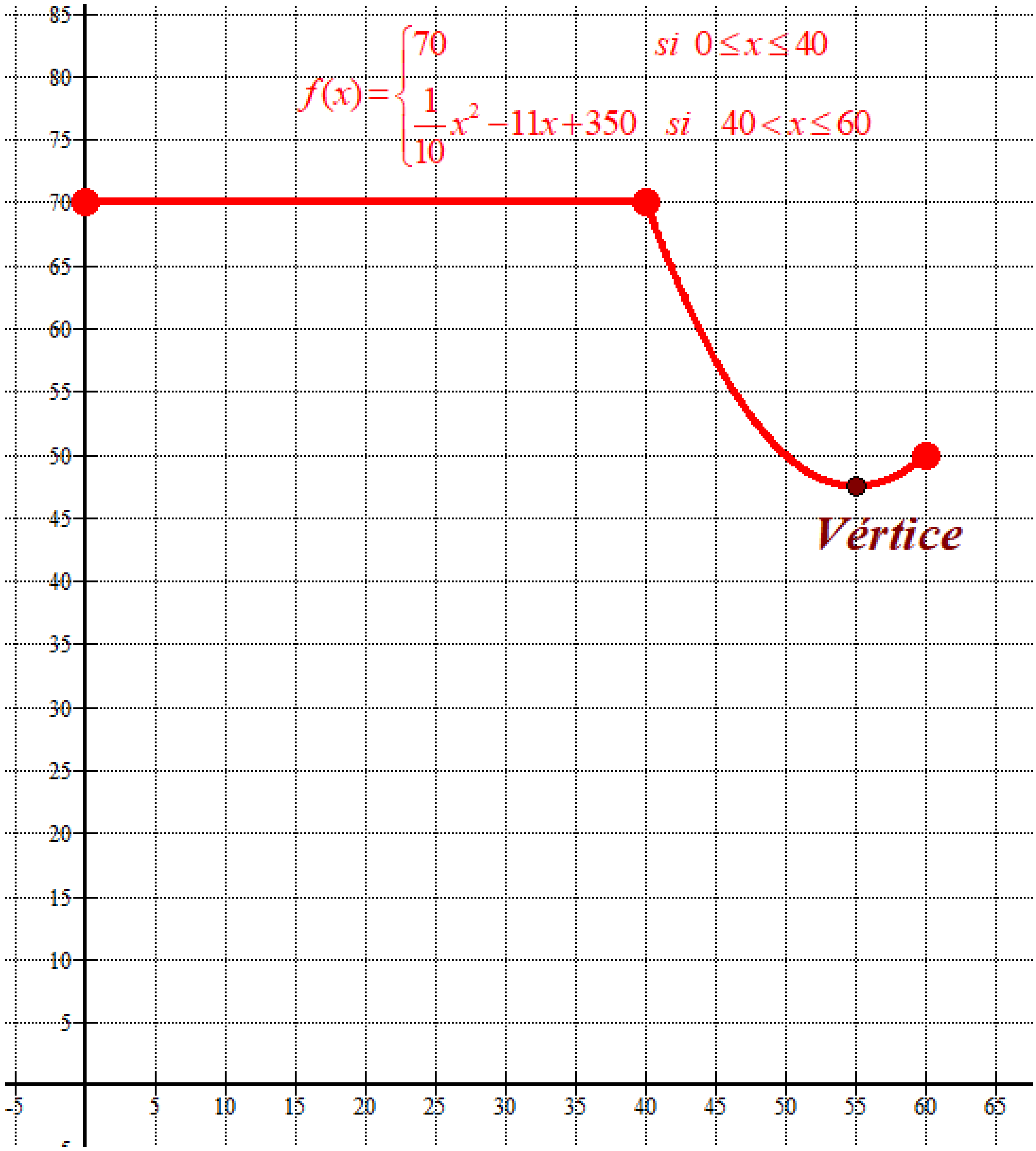
Por el esquema y dada la continuidad de la función el mínimo absoluto se produce a los 55 minutos. Siendo el mínimo de zancadas de $f(55)=\frac{1}{10}\cdot 55^2-11\cdot 55+350=47.5$ por minuto.

b) En el esquema tenemos una aproximación de la función.
Para precisar un poco más su gráfica obtenemos una tabla de valores.

$f(x)=70 \ (0\le x\le 40)$ $\qquad$ $f(x)=\frac{1}{10}x^2-11x+350 \quad (40<x\le 60)$

x	$y=70$
0	70
40	70

x	$y=\frac{1}{10}x^2-11x+350$
50	50
55	47.5
60	50



P4. (Análisis)
El beneficio neto anual *B* (en miles de euros) que las ventas de un producto generan a una empresa en función del gasto anual en publicidad *x* (en miles de euros) viene dado por la función $B(x) = -20x^2 + 1200x + a$, donde $x \in [0, \infty)$.

a) Hallar el valor de *a* sabiendo que un gasto en publicidad de 10000 euros proporciona un beneficio neto de 10 millones de euros.
b) Para *a* = 2000, calcular el área delimitada por *B*(*x*) y el eje OX en el intervalo [0, 1].

a) Nos dicen que para *x = 10* el beneficio es *B(10) = 10000*.

$$\left.\begin{array}{r} B(x) = -20x^2 + 1200x + a \\ B(10) = 10000 \end{array}\right\} \Rightarrow -20 \cdot 10^2 + 1200 \cdot 10 + a = 10000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2000 + 12000 + a = 10000 \Rightarrow \boxed{a = 0}$$

b) Para *a* = 2000 la función queda $B(x) = -20x^2 + 1200x + 2000$

Averiguamos los puntos de corte con el eje OX, si los hay.

$$\left.\begin{array}{r} B(x) = -20x^2 + 1200x + 2000 \\ B(x) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow -20x^2 + 1200x + 2000 = 0 \Rightarrow x^2 - 60x - 100 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{60 \pm \sqrt{(-60)^2 - 4(-100)}}{2} = \frac{60 \pm \sqrt{4000}}{2} = \begin{cases} \frac{60 - 63.24}{2} = -1.62 \text{ No válido, pues } \notin [0, +\infty) \\ \frac{60 + 63.24}{2} = 61.62 \end{cases}$$

La gráfica de la función corta el eje OX después del intervalo [0, 1], por lo que el área pedida es el valor absoluto de la integral definida entre 0 y 1 de la función *B(x)*.

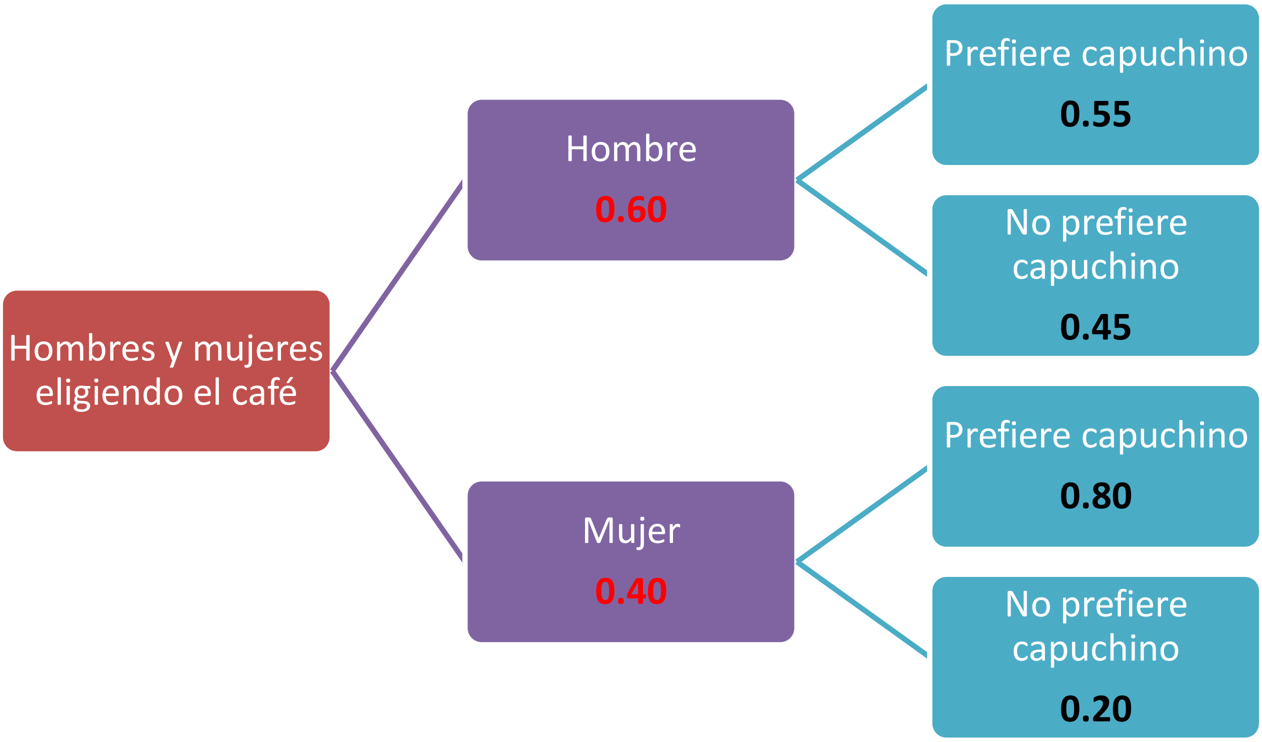
$$Área = \int_0^1 B(x)\,dx = \int_0^1 -20x^2 + 1200x + 2000dx = \left[-\frac{20}{3}x^3 + 600x^2 + 2000x \right]_0^1 =$$

$$= \left[-\frac{20}{3} \cdot 1^3 + 600 \cdot 1^2 + 2000 \cdot 1 \right] - \left[-\frac{20}{3} \cdot 0^3 + 600 \cdot 0^2 + 2000 \cdot 0 \right] =$$

$$= -\frac{20}{3} + 600 + 2000 = \boxed{\frac{7780}{3} = 2593,33\, u^2}$$

P5. (Estadística y probabilidad)
Una empresa destinada a la comercialización de cápsulas de café realiza un estudio de mercado entre un grupo de personas donde el 60 % son hombres y el 40 % restante son mujeres. La empresa comprueba que el 55 % de los hombres prefieren cápsulas de café capuchino, porcentaje que se eleva al 80 % en el caso de las mujeres.
a) Calcular la probabilidad de elegir una persona de ese grupo que resulte ser hombre y que prefiera cápsulas de café capuchino.
b) ¿Con qué probabilidad una persona elegida al azar de ese grupo prefiere cápsulas de café capuchino?

Realizamos un diagrama de árbol.



Llamemos H = “Ser hombre”, por lo que $\overline{H}$ = ”Ser mujer”.
C = “Prefiere capsulas de café capuchino”, por lo que $\overline{C}$ = “No prefiere café capuchino”.

a)

$$P(\text{Sea hombre y prefiera capsulas de café capuchino}) = P(H \cap C) =$$

$$= P(H)P(C/H) = \{\text{Mirando en el diagrama de árbol}\} = 0.6 \cdot 0.55 = \boxed{0.33}$$

b) Utilizamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(C) = P(H \cap C) + P(\overline{H} \cap C) = P(H)P(C/H) + P(\overline{H})P(C/\overline{H}) =$$
$$= \{\text{Mirando en el diagrama de árbol}\} = 0.6 \cdot 0.55 + 0.4 \cdot 0.8 = \boxed{0.65}$$

P6. (Estadística y probabilidad)
El tiempo que tarda un auditor en revisar un expediente se ajusta a una distribución normal con media 30 minutos y desviación típica de 10 minutos. Si al principio de una semana se le entregan 75 expedientes:
a) Calcular la probabilidad de que le dé tiempo a revisar los 75 expedientes si en esa semana el auditor trabaja 35 horas (2100 minutos).
b) Calcular la probabilidad de que el tiempo medio dedicado a revisar los 75 expedientes esté entre 28 y 33 minutos.

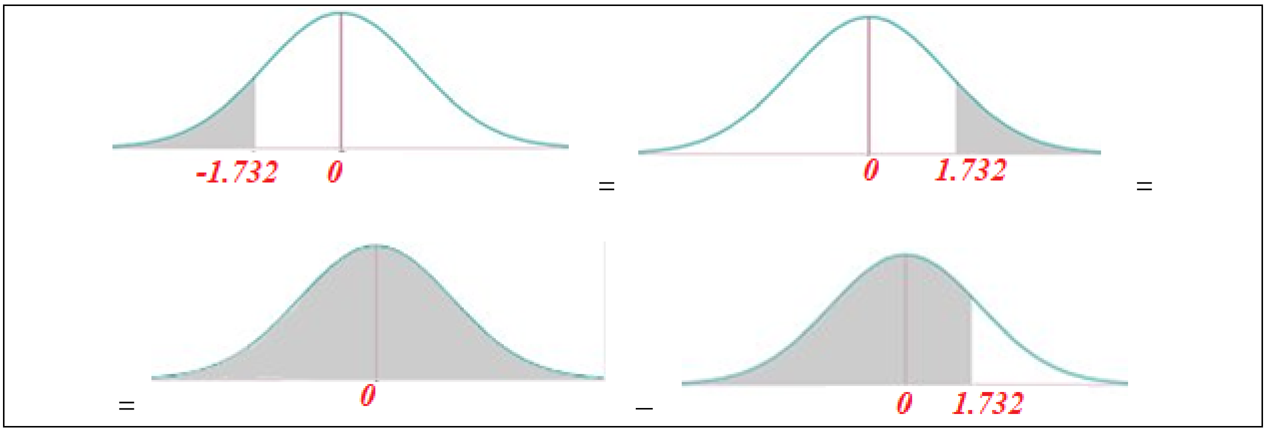
X = Tiempo (en minutos) que tarda un auditor en revisar un expediente
X = N(30, 10)

a) X = N(30, 10). Si tomamos una muestra de 75 expedientes la distribución de la media sigue una normal $\overline{X_{75}} = N\left(30, \frac{10}{\sqrt{75}}\right) \Rightarrow \overline{X_{75}} = N\left(30, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$

Como nos piden la probabilidad de que los revise en menos de 2100 minutos, eso da una media de $\frac{2100}{75} = 28$ minutos por expediente o menos.

Nos piden $P\left(\overline{X_{75}} \leq 28\right)$

$$P\left(\overline{X_{75}} \leq 28\right) = \{Tipificamos\} = P\left(Z \leq \frac{28-30}{\frac{2\sqrt{3}}{3}}\right) = P\left(Z \leq -\sqrt{3}\right) = P\left(Z \leq -1.732\right) = \ldots$$



$$\ldots = P\left(Z \geq 1.732\right) = 1 - P\left(Z \leq 1.732\right) =$$

$$= \{\text{Miro en la tabla N(0,1)}\} = 1 - 0.9582 = \boxed{0.0418}$$

	0,00	0,01	0,02	0,03
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,[illegible]120
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,[illegible]517
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,[illegible]910
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,[illegible]293
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,[illegible]664
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,[illegible]019
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,[illegible]357
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,[illegible]673
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,[illegible]967
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,[illegible]238
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,[illegible]485
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,[illegible]708
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,[illegible]907
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,[illegible]082
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,[illegible]236
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,[illegible]370
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,[illegible]484
1,7	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0,9582

b)

$$P\left(28 \le \overline{X}_{75} \le 33\right) = \{Tipificamos\} = P\left(\frac{28-30}{\frac{2\sqrt{3}}{3}} \le Z \le \frac{33-30}{\frac{2\sqrt{3}}{3}}\right) =$$

$$= P\left(-\sqrt{3} \le Z \le \frac{3\sqrt{3}}{2}\right) = P\left(Z \le \frac{3\sqrt{3}}{2}\right) - P\left(Z \le -\sqrt{3}\right) =$$

$$= P\left(Z \le 2.6\right) - P\left(Z \le -1,732\right) =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{Miro en la tabla de la N(0, 1)} \\ \text{y en el resultado del apartado a)} \end{array} \right\} =$$

$$= 0.9953 - 0.0418 = \boxed{0,9535}$$

	0,00
0,0	0,5000
0,1	0,5398
0,2	0,5793
0,3	0,6179
0,4	0,6554
0,5	0,6915
0,6	0,7257
0,7	0,7580
0,8	0,7881
0,9	0,8159
1,0	0,8413
1,1	0,8643
1,2	0,8849
1,3	0,9032
1,4	0,9192
1,5	0,9332
1,6	0,9452
1,7	0,9554
1,8	0,9641
1,9	0,9713
2,0	0,9772
2,1	0,9821
2,2	0,9861
2,3	0,9893
2,4	0,9918
2,5	0,9938
2,6	0,9953

Cuestiones (a elegir una)

C1. (Números y álgebra)

Añadir una ecuación al sistema $\begin{cases} x+y+z=2 \\ x-y-z=0 \end{cases}$, de forma que el sistema resultante sea incompatible.

Para que sea incompatible hay muchas opciones, la más sencilla es añadir una ecuación imposible como *10 = 3*.

$$\begin{cases} x+y+z=2 \\ x-y-z=0 \\ 10=3 \end{cases}$$

O añadir una de las ecuaciones con el término independiente cambiado por otro. Por ejemplo añadimos la segunda ecuación terminando en 1.

$$\begin{cases} x+y+z=2 \\ x-y-z=0 \\ x-y-z=1 \end{cases}$$

C2. (Análisis)

¿Cuál es el dominio de definición de la función $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-4}$?

El dominio son todos los números reales a excepción de los que anulan el denominador.

$$x^2-4=0 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\sqrt{4}=\pm 2$$

El dominio es $\mathbb{R}-\{-2,2\}$

C3. (Estadística y probabilidad)

Sabiendo que la probabilidad de que un hombre llegue a los 70 años es 0.78 y la probabilidad de que una mujer llegue a los 70 años es 0.83, calcular razonadamente la probabilidad de que ambos lleguen a los 70 años.

Suponemos independientes las probabilidades de que hombre o mujer lleguen a los 70 años.

Bajo esta hipótesis la probabilidad de que ambos lleguen a los 70 años sería el producto de las probabilidades de que hombre llegue a los 70 por el de que la mujer llegue a los 70.

$$P(\text{Hombre y mujer lleguen a los 70 años}) =$$
$$= P(\text{Hombre llegue a los 70 años})P(\text{Mujer llegue a los 70 años}) = 0.78 \cdot 0.83 = \boxed{0.6474}$$