UNIVERSIDAD DE MURCIA Región de Murcia Universidad Politécnica de Cartagena

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

207 MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES.

EBAU2021 - **JUNIO**

OBSERVACIONES IMPORTANTES: Debes responder a un máximo de 4 preguntas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 preguntas, sólo se corregirán las cuatro primeras que haya respondido el estudiante. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

CUESTIÓN 1. (2,5 puntos) Discutir el sistema lineal de ecuaciones en función de los valores del parámetro **a**:

$$\left.\begin{array}{l} x+3y+z=5 \\ ax+2z=0 \\ ay-z=a \end{array}\right\}$$

Resolverlo para a = 1.

CUESTIÓN 2. (2,5 puntos) En un terreno en la huerta de Beniel se quieren plantar dos tipos distintos de naranjos: A y B. No se puede cultivar más de 8 hectáreas con naranjos de tipo A ni más de 10 hectáreas con naranjos de tipo B. Cada hectárea de naranjos de tipo A necesita 4 m^3 de agua anuales y cada una de tipo B, 3 m^3. Se dispone anualmente de 45 m^3 de agua. Cada hectárea de tipo A requiere una inversión de 500 € y cada una de tipo B, 225 €. Se dispone de 4575 € para realizar dicha inversión. Si cada hectárea de naranjos de tipo A y B producen, respectivamente, 500 y 300 kilos anuales de naranjas:

a) Calcular las hectáreas de cada tipo de naranjo que se deben planta para maximizar la producción de naranjas. Razone la respuesta.
b) Obtener la producción máxima.

CUESTIÓN 3. (2,5 puntos) El coste de producción de x unidades de un determinado producto viene dado por la función $C(x)=\frac{1}{4}x^2+35x+25$ y su precio de venta es: $p=50-\frac{x}{4}$ euros. Hallar:

a) El número de unidades que debe venderse diariamente para que el beneficio sea máximo.
b) El precio al que deben venderse las unidades obtenidas en el apartado a).
c) El beneficio máximo.

CUESTIÓN 4. (2,5 puntos) Dada la función $f(x)=ax^3+bx+c$, calculara el valor de a, b y c para que:

a) La función pase por el origen de coordenadas y tenga en el punto (1, –1) un mínimo local.
b) Para los valores obtenidos en el apartado anterior, determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

CUESTIÓN 5. (2,5 puntos) Representar gráficamente el recinto del plano limitado por la parábola $f(x)=-x^2+4x+3$ y la recta $g(x)=3+x$. Calcular su área.

CUESTIÓN 6. Dada la función $f(x)=\frac{2x}{x^2+1}$:

a) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f(x) en el punto x = 0 (1 punto).

b) Calcular $\int \frac{2x}{x^2+1}dx$ (1 punto).

c) Calcular $\int_1^2 \frac{2x}{x^2+1}dx$ (0,5 puntos)

CUESTIÓN 7. (2,5 puntos) En un viaje de estudios el 52 % de los jóvenes son hombres. De ellos el 35 % son rubios, así como el 40 % de las mujeres. Si elegimos a un estudiante al azar:

a) Calcule la probabilidad de que sea rubio. (1 punto)

b) Sabiendo que NO es rubio, ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer? (1,5 puntos)

CUESTIÓN 8. (2,5 puntos) Alex y Fran son dos amigos que practican asiduamente en las pistas el baloncesto. La probabilidad de que Alex enceste un tiro libre es del 65 % y de que lo haga Fran es del 48 %. Dado que los dos sucesos son independientes, calcule la probabilidad de los siguientes sucesos al lanzar un tiro libre:

a) Ambos encesten un tiro libre. (1 punto)

b) Solo Alex encesta la pelota. (1 punto)

c) Al menos uno de ellos encesta la pelota. (0,5 puntos)

SOLUCIONES

CUESTIÓN 1. (2,5 puntos) Discutir el sistema lineal de ecuaciones en función de los valores del parámetro **a**:

$$\left.\begin{array}{l} x+3y+z=5 \\ ax+2z=0 \\ ay-z=a \end{array}\right\}$$

Resolverlo para a = 1.

La matriz de coeficientes A asociada al sistema es $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ a & 0 & 2 \\ 0 & a & -1 \end{pmatrix}$ y la matriz ampliada es $A/B=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 1 & 5 \\ a & 0 & 2 & 0 \\ 0 & a & -1 & a \end{array}\right)$.

El determinante de A es $|A|=\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ a & 0 & 2 \\ 0 & a & -1 \end{vmatrix}=0+0+a^2-0+3a-2a=a^2+a$.

Veamos cuando se anula.

$$|A|=0 \Rightarrow a^2+a=0 \Rightarrow a(a+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{a=0} \\ o \\ a+1=0 \to \boxed{a=-1} \end{cases}$$

Analizamos tres casos diferentes.

CASO 1. $a \neq 0 \quad y \quad a \neq -1$

En este caso el determinante de A es no nulo y su rango es 3, así como el de la matriz ampliada y el número de incógnitas. El sistema es COMPATIBLE DETERMINADO (tiene una única solución).

CASO 2. $a=0$

En este caso el sistema queda muy sencillo, lo resolvemos.

$$\left.\begin{array}{l} x+3y+z=5 \\ 2z=0 \\ z=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+3y+z=5 \\ \boxed{z=0} \end{array}\right\} \Rightarrow x+3y=5 \Rightarrow \boxed{x=5-3y}$$

El sistema es COMPATIBLE INDETERMINADO (tiene infinitas soluciones):
$x=5-3t; \quad y=t; \quad z=0; \quad t \in \mathbb{R}$

CASO 3. $a=-1$

En este caso el sistema queda:

$$\left.\begin{array}{r} x+3y+z=5 \\ -x \quad +2z=0 \\ -y \ -z=-1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \text{Ecuación 2ª + Ecuación 1ª} \\ \begin{array}{rrrl} -x & & +2z & =0 \\ x & +3y & +z & =5 \\ \hline & 3y & +3z & =5 \rightarrow \text{Nueva ecuación 2ª} \end{array} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+3y+z=5 \\ 3y+3z=5 \\ -y \ -z=-1 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Ecuación 2ª + 3 · Ecuación 3ª} \\ \begin{array}{rrl} 3y & +3z & =5 \\ -3y & -3z & =-3 \\ \hline & 0 & =2 \rightarrow \text{Nueva ecuación 3ª} \end{array} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+3y+z=5 \\ 3y+3z=5 \\ 0=2 \end{array}\right\} \text{¡IMPOSIBLE!}$$

El sistema es INCOMPATIBLE (no tiene solución).

Lo resolvemos para *a = 1*. Sabemos que es compatible determinado (CASO 1)

$$\left.\begin{array}{l} x+3y+z=5 \\ x+2z=0 \\ y-z=1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+3y+z=5 \\ x+2z=0 \\ y=1+z \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+3(1+z)+z=5 \\ x+2z=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+3+3z+z=5 \\ x+2z=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+4z=2 \\ x+2z=0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+4z=2 \\ x=-2z \end{array}\right\} \Rightarrow -2z+4z=2 \Rightarrow 2z=2 \Rightarrow \boxed{z=1} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \boxed{x=-2\cdot 1=-2} \\ \boxed{y=1+1=2} \end{array}\right.$$

La solución es *x = –2; y = 2; z = 1*.

CUESTIÓN 2. (2,5 puntos) En un terreno en la huerta de Beniel se quieren plantar dos tipos distintos de naranjos: A y B. No se puede cultivar más de 8 hectáreas con naranjos de tipo A ni más de 10 hectáreas con naranjos de tipo B. Cada hectárea de naranjos de tipo A necesita 4 m^3 de agua anuales y cada una de tipo B, 3 m^3. Se dispone anualmente de 45 m^3 de agua. Cada hectárea de tipo A requiere una inversión de 500 € y cada una de tipo B, 225 €. Se dispone de 4575 € para realizar dicha inversión. Si cada hectárea de naranjos de tipo A y B producen, respectivamente, 500 y 300 kilos anuales de naranjas:
a) Calcular las hectáreas de cada tipo de naranjo que se deben planta para maximizar la producción de naranjas. Razone la respuesta.
b) Obtener la producción máxima.

Es un problema de programación lineal. Llamamos x = número de hectáreas para los naranjos tipo A e y = número de hectáreas para los naranjos tipo B.

Hacemos una tabla para aclarar los datos.

	AGUA	INVERSIÓN	PRODUCCIÓN
Nº hectáreas A (x)	4x	500x	500x
Nº hectáreas B (y)	3y	225y	300y
TOTALES	$4x+3y$	$500x+225y$	$500x+300y$

Deseamos maximizar la producción $f(x,y)=500x+300y$.

Las restricciones nos dan las siguientes inecuaciones.

"*Se dispone anualmente de 45 m³ de agua*" → $4x+3y\leq 45$

"*Se dispone de 4575 € para realizar dicha inversión*" → $500x+225y\leq 4575$

"*No se puede cultivar más de 8 hectáreas con naranjos de tipo A*" → $0\leq x\leq 8$

"*No se puede cultivar más de 10 hectáreas con naranjos de tipo B*" → $0\leq y\leq 10$

La región factible es la zona del plano que cumple el sistema de inecuaciones siguientes:

$$\left.\begin{array}{l} 4x+3y\leq 45 \\ 500x+225y\leq 4575 \\ 0\leq x\leq 8 \\ 0\leq y\leq 10 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4x+3y\leq 45 \\ 20x+9y\leq 183 \\ 0\leq x\leq 8 \\ 0\leq y\leq 10 \end{array}\right\}$$

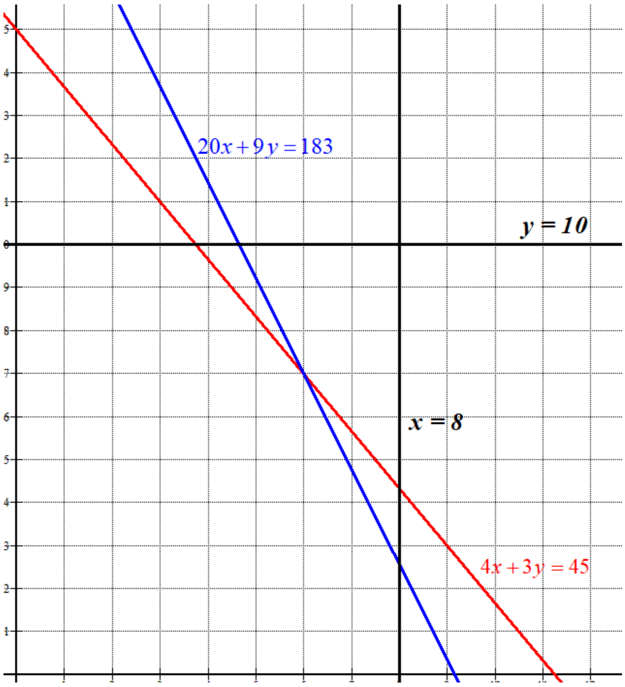
Dibujamos las rectas que delimitan la región factible.

$4x+3y=45$

x	$y=\dfrac{45-4x}{3}$
0	15
15	-5

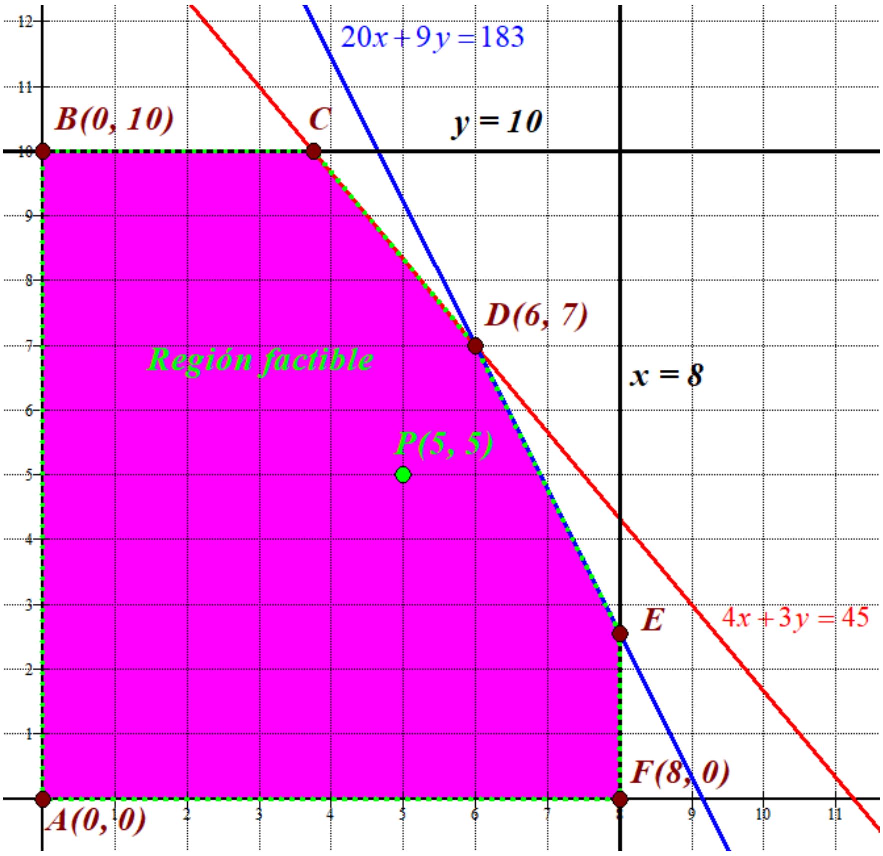
$20x+9y=183$

x	$y=\dfrac{183-20x}{9}$
6	7
0	$183/9=2,33$



Como las restricciones es una región del primer cuadrante que cumple $\left.\begin{array}{l} 4x+3y\leq 45 \\ 20x+9y\leq 183 \\ 0\leq x\leq 8 \\ 0\leq y\leq 10 \end{array}\right\}$

Entonces es la región del primer cuadrante que está por debajo de las rectas **azul**, roja y la recta horizontal $y = 10$ y a la izquierda de la recta vertical $x = 8$.
Coloreo de rosa la región factible.



Comprobamos que el punto P(5, 5) cumple todas las restricciones.

$$\left.\begin{array}{l} 4\cdot5+3\cdot5\le 45 \\ 20\cdot5+9\cdot5\le 183 \\ 0\le 5\le 8 \\ 0\le 5\le 10 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 20+15\le 45 \\ 100+40\le 183 \\ 0\le 5\le 8 \\ 0\le 5\le 10 \end{array}\right\}$$ Se cumplen todas y la región factible es correcta.

Conozco las coordenadas de los vértices A(0,0), B(0,10), D(6,7) y F(8, 0), determinamos las coordenadas del resto resolviendo los sistemas de ecuaciones correspondientes.

C → $\begin{cases} y=10 \\ 4x+3y=45 \end{cases} \Rightarrow 4x+30=45 \Rightarrow x=\dfrac{15}{4} \Rightarrow C\left(\dfrac{15}{4},10\right)$

E → $\begin{cases} x=8 \\ 20x+9y=183 \end{cases} \Rightarrow 160+9y=183 \Rightarrow y=\dfrac{23}{9} \Rightarrow E\left(8,\dfrac{23}{9}\right)$

Valoramos la función producción $f(x,y)=500x+300y$ en cada uno de los vértices en busca del máximo valor.

A(0, 0) → $f(0,0)=0$ kg

B(0, 10) → $f(0,10)=3000$ kg

$C\left(\dfrac{15}{4},10\right)$ → $f\left(\dfrac{15}{4},10\right)=500\dfrac{15}{4}+300\cdot10=4875$ kg

D(6, 7) → $f(6,7)=500\cdot6+300\cdot7=5100$ kg

$E\left(8,\dfrac{23}{9}\right)$ → $f\left(8,\dfrac{23}{9}\right)=500\cdot8+300\dfrac{23}{9}=\dfrac{14300}{3}\approx 4766$ kg

F(8, 0) → $f(8,0)=4000$ kg

La máxima producción que se puede obtener sometiéndose a las restricciones del ejercicio son 5100 kg de naranjas. Obteniéndose en el punto D(6, 7).
Se obtiene la máxima producción con 6 hectáreas del naranjo tipo A y 7 hectáreas del naranjo tipo B.

CUESTIÓN 3. (2,5 puntos) El coste de producción de x unidades de un determinado producto viene dado por la función $C(x)=\frac{1}{4}x^2+35x+25$ y su precio de venta es: $p=50-\frac{x}{4}$ euros. Hallar:

a) El número de unidades que debe venderse diariamente para que el beneficio sea máximo.
b) El precio al que deben venderse las unidades obtenidas en el apartado a).
c) El beneficio máximo.

El beneficio es la diferencia entre ingresos y costes. Al vender x unidades y cada una al precio de $p=50-\frac{x}{4}$ se obtienen unos ingresos de $I(x)=p\cdot x=\left(50-\frac{x}{4}\right)x=50x-\frac{x^2}{4}$

$$B(x)=I(x)-C(x)=50x-\frac{x^2}{4}-\left(\frac{1}{4}x^2+35x+25\right)=50x-\frac{x^2}{4}-\frac{1}{4}x^2-35x-25$$

$$B(x)=-\frac{2}{4}x^2+15x-25\Rightarrow B(x)=-\frac{1}{2}x^2+15x-25$$

Derivamos la función beneficio en busca de los puntos críticos.

$$B(x)=-\frac{1}{2}x^2+15x-25\Rightarrow B'(x)=-\frac{2}{2}x+15=-x+15$$

$$B'(x)=0\Rightarrow -x+15=0\Rightarrow \boxed{x=15}$$

Comprobamos con la derivada segunda si este valor corresponde a un máximo o a un mínimo local.

$$\left.\begin{array}{r} B'(x)=-x+15\Rightarrow B''(x)=-1 \\ x=15 \end{array}\right\}\Rightarrow B''(15)=-1<0$$

La función Beneficio tiene un máximo relativo en x = 15 unidades.

a) Deben venderse 15 unidades para obtener un beneficio máximo.

b) El precio es $p=50-\frac{x}{4}=50-\frac{15}{4}=\frac{185}{4}=46.25$ euros.

c) Si x = 15 → el beneficio es $B(15)=-\frac{1}{2}15^2+15\cdot 15-25=87.5$

CUESTIÓN 4. (2,5 puntos) Dada la función $f(x)=ax^3+bx+c$, calculara el valor de a, b y c para que:
a) La función pase por el origen de coordenadas y tenga en el punto (1, –1) un mínimo local.
b) Para los valores obtenidos en el apartado anterior, determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

a) La función pasa por el punto O(0, 0) y por (1,–1).

$$f(x)=ax^3+bx+c \Rightarrow \begin{cases} f(0)=0 \to 0+0+c=0 \Rightarrow \boxed{c=0} \\ f(1)=-1 \to a+b+c=-1 \end{cases} \Rightarrow \boxed{a+b=-1}$$

Si la función tiene un mínimo en x = 1 entonces la derivada se anula en dicho valor.

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=ax^3+bx+c \Rightarrow f'(x)=3ax^2+b \\ x=1 \text{ es mínimo } \Rightarrow f'(1)=0 \end{array}\right\} \Rightarrow 3a\cdot 1^2+b=0 \Rightarrow \boxed{3a+b=0}$$

Unimos las dos ecuaciones en un sistema y resolvemos.

$$\left.\begin{array}{l} a+b=-1 \\ 3a+b=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} b=-1-a \\ 3a+b=0 \end{array}\right\} \Rightarrow 3a-1-a=0 \Rightarrow 2a-1=0 \Rightarrow \boxed{a=\frac{1}{2}} \Rightarrow \boxed{b=-1-\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}}$$

Los valores buscados son $a=\frac{1}{2}$; $b=-\frac{3}{2}$ y $c=0$

b) Para $a=\frac{1}{2}$; $b=-\frac{3}{2}$ y $c=0$ la función queda $f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x$

Usamos la derivada para estudiar su crecimiento y decrecimiento.

$$f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x \Rightarrow f'(x)=\frac{3}{2}x^2-\frac{3}{2}$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow \frac{3}{2}x^2-\frac{3}{2}=0 \Rightarrow 3x^2-3=0 \Rightarrow 3x^2=3 \Rightarrow x^2=\frac{3}{3}=1 \Rightarrow x=\pm\sqrt{1}=\pm 1$$

Los puntos críticos son x = –1 y x = 1. Estudiamos lo que ocurre antes, entre y después de dichos valores.

- En el intervalo $(-\infty,-1)$ tomamos x = –2 y la derivada vale
  $f'(-2)=\frac{3}{2}(-2)^2-\frac{3}{2}=6-\frac{3}{2}=4.5>0$ y la función crece en $(-\infty,-1)$.
- En el intervalo $(-1,1)$ tomamos x = 0 y la derivada vale $f'(0)=\frac{3}{2}0^2-\frac{3}{2}=-\frac{3}{2}<0$ y la función decrece en $(-1,1)$.
- En el intervalo $(1,+\infty)$ tomamos x = 2 y la derivada vale $f'(2)=\frac{3}{2}2^2-\frac{3}{2}=4.5>0$ y la función crece en $(1,+\infty)$.

La función crece en $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$ y decrece en $(-1,1)$.

CUESTIÓN 5. (2,5 puntos) Representar gráficamente el recinto del plano limitado por la parábola $f(x)=-x^2+4x+3$ y la recta $g(x)=3+x$. Calcular su área.

Averiguamos donde coinciden las gráficas de las dos funciones.

$$\left.\begin{array}{r} f(x)=-x^2+4x+3 \\ g(x)=3+x \\ f(x)=g(x) \end{array}\right\} \Rightarrow 3+x=-x^2+4x+3 \Rightarrow -x^2+4x+3-3-x=0 \Rightarrow -x^2+3x=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x(-x+3)=0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{x=0} \\ o \\ -x+3=0 \rightarrow \boxed{x=3} \end{cases}$$

El recinto limitado por las dos gráficas está entre x = 0 y x = 3.

Para representar la parábola necesitamos el vértice y lo obtenemos con la derivada, pues es un punto crítico de la función.

$$f(x)=-x^2+4x+3 \Rightarrow f'(x)=-2x+4$$

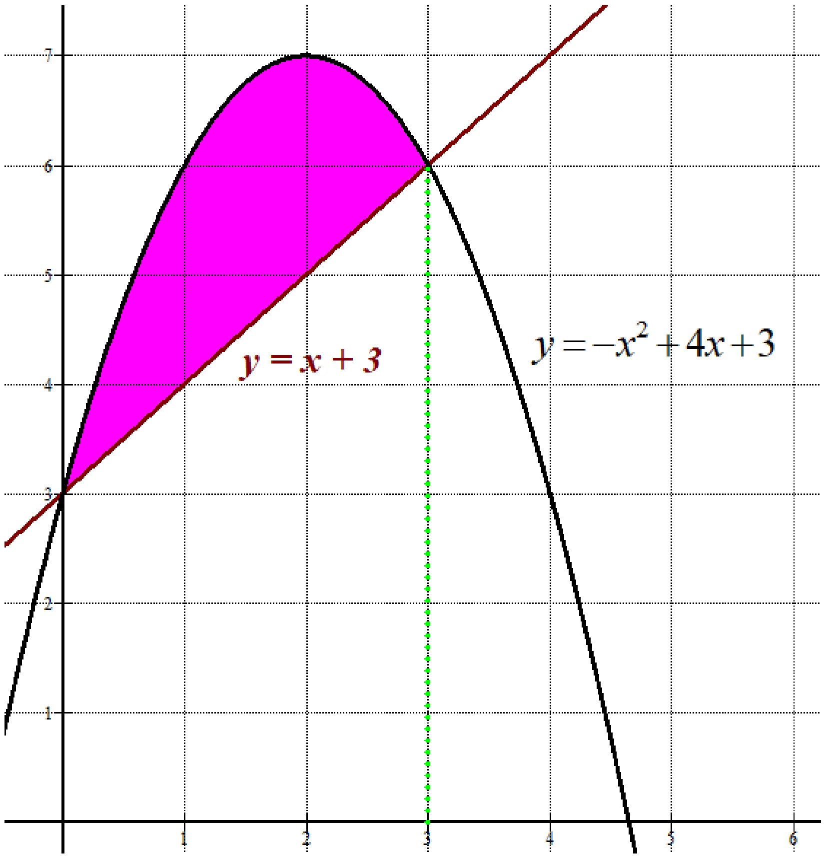
$$f'(x)=0 \Rightarrow -2x+4=0 \Rightarrow -2x=-4 \Rightarrow x=\frac{-4}{-2}=2$$

El vértice está en x = 2.

Hacemos una tabla de valores

x	$y=-x^2+4x+3$
0	3
1	$-1+4+3=6$
2	$-4+8+3=7$ Vértice
3	$-9+12+3=6$

x	$y=3+x$
0	3
3	6



El área se calcula con la integral definida entre x = 0 y x = 3 de la diferencia entre las dos funciones (superior – inferior).

$$Área=\int_0^3 -x^2+4x+3-(x+3)\,dx=\int_0^3 -x^2+3x\,dx=\left[-\frac{x^3}{3}+3\frac{x^2}{2}\right]_0^3=$$

$$=\left[-\frac{3^3}{3}+3\frac{3^2}{2}\right]-\left[-\frac{0^3}{3}+3\frac{0^2}{2}\right]=-9+\frac{27}{2}=\boxed{4.5\ u^2}$$

CUESTIÓN 6. Dada la función $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$:

a) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f(x) en el punto x = 0 (1 punto).

b) Calcular $\int \dfrac{2x}{x^2+1}dx$ (1 punto).

c) Calcular $\int_1^2 \dfrac{2x}{x^2+1}dx$ (0,5 puntos)

a) La ecuación de la recta tangente a la gráfica en x = 0 tiene ecuación $y-f(0)=f\,'(0)(x-0)$

$$f(0)=\frac{2\cdot 0}{0^2+1}=0$$

$$f(x)=\frac{2x}{x^2+1}\Rightarrow f\,'(x)=\frac{2\left(x^2+1\right)-2x\cdot 2x}{\left(x^2+1\right)^2}=\frac{2x^2+2-4x^2}{\left(x^2+1\right)^2}=\frac{-2x^2+2}{\left(x^2+1\right)^2}$$

$$f\,'(0)=\frac{-2\cdot 0^2+2}{\left(0^2+1\right)^2}=\frac{2}{1}=2$$

La recta tangente tiene ecuación:

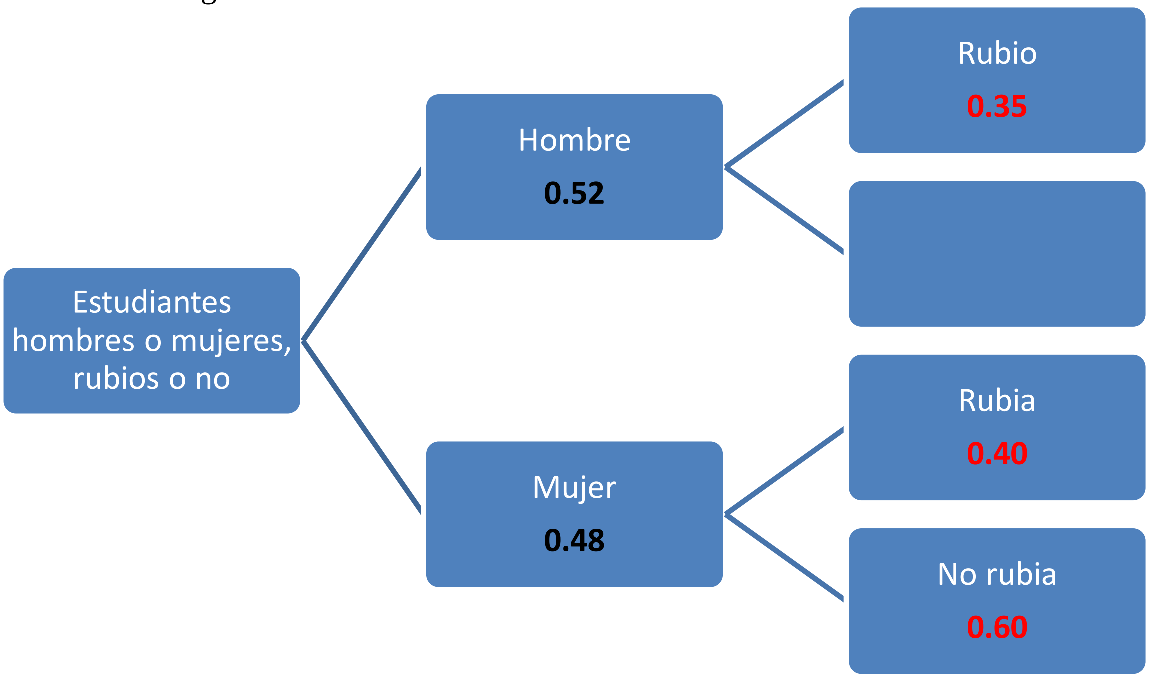
$$\left.\begin{array}{l} y-f(0)=f\,'(0)(x-0) \\ f(0)=0 \\ f\,'(0)=2 \end{array}\right\}\Rightarrow y-0=2(x-0)\Rightarrow \boxed{y=2x}$$

b) $$\int \frac{2x}{x^2+1}dx=\int\frac{1}{x^2+1}2xdx\left\{\begin{array}{l}\text{Cambio de variable} \\ x^2+1=t\Rightarrow 2xdx=dt\end{array}\right\}=\int\frac{1}{t}dt=\ln t=\boxed{\ln\left(x^2+1\right)+K}$$

c) $$\int_1^2 \frac{2x}{x^2+1}dx=\left[\ln\left(x^2+1\right)\right]_1^2=\left[\ln\left(2^2+1\right)\right]-\left[\ln\left(1^2+1\right)\right]=\boxed{\ln 5-\ln 2}$$

CUESTIÓN 7. (2,5 puntos) En un viaje de estudios el 52 % de los jóvenes son hombres. De ellos el 35 % son rubios así como el 40 % de las mujeres. Si elegimos a un estudiante al azar:
a) Calcule la probabilidad de que sea rubio. (1 punto)
b) Sabiendo que NO es rubio, ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer? (1,5 puntos)

Hacemos un diagrama de árbol.



Llamemos H = "Ser hombre" y R = "Ser rubio o rubia".
Los sucesos contrarios son $\overline{H}$ = "Ser mujer" y $\overline{R}$ = "No ser rubio, ni rubia"

a) Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(R) = P(H \cap R) + P(\overline{H} \cap R) = P(H)P(R/H) + P(\overline{H})P(R/\overline{H}) =$$
$$= 0.52 \cdot 0.35 + 0.48 \cdot 0.4 = \boxed{0.374}$$

b) Es una probabilidad a posteriori que resolvemos utilizando el teorema de Bayes.

$$P(\overline{H}/\overline{R}) = \frac{P(\overline{H} \cap \overline{R})}{P(\overline{R})} = \frac{P(\overline{H})P(\overline{R}/\overline{H})}{1 - P(R)} = \frac{0.48 \cdot 0.6}{1 - 0.374} = \boxed{\frac{144}{313} = 0.46}$$

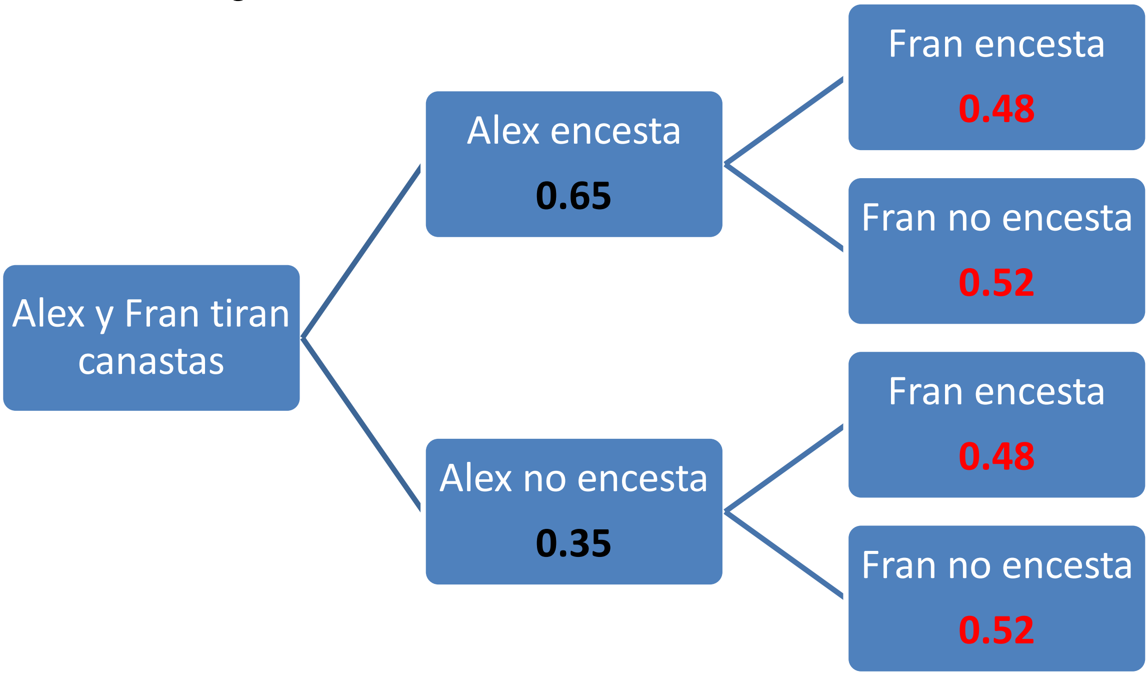
CUESTIÓN 8. (2,5 puntos) Alex y Fran son dos amigos que practican asiduamente en las pistas el baloncesto. La probabilidad de que Alex enceste un tiro libre es del 65 % y de que lo haga Fran es del 48 %. Dado que los dos sucesos son independientes, calcule la probabilidad de los siguientes sucesos al lanzar un tiro libre:

a) Ambos encesten un tiro libre. (1 punto)

b) Solo Alex encesta la pelota. (1 punto)

c) Al menos uno de ellos encesta la pelota. (0,5 puntos)

Realizamos un diagrama de árbol.



Al ser sucesos independientes la probabilidad de encestar de Fran es igual en las dos ramas.

a) Que ambos encesten solo ocurre en la rama superior del árbol, por lo que:

$$P(\text{Ambos encestan}) = P(\text{Encesta Alex})P(\text{Encesta Fran}) = 0.65 \cdot 0.48 = \boxed{0.312}$$

b) Que solo Alex encesta significa que enceste Alex y no enceste Fran. Esto solo ocurre en la rama segunda.

$$P(\text{Sólo encesta Alex}) = P(\text{Encesta Alex y no encesta Fran}) =$$

$$= P(\text{Encesta Alex})P(\text{No encesta Fran}) = 0.65 \cdot 0.52 = \boxed{0.338}$$

c) Que al menos uno de ellos enceste se cumple en todas las ramas menos en la inferior donde no encesta ninguno de los dos. Por ello lo hacemos con el suceso contrario que es más sencillo.

$$P(\text{Al menos uno de ellos encesta}) = 1 - P(\text{Ninguno de ellos encesta}) =$$

$$= 1 - P(\text{No encesta Alex})P(\text{No encesta Fran}) = 1 - 0.35 \cdot 0.52 = \boxed{0.818}$$