	Evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad **Castilla y León**	**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES**	**EXAMEN** **Nº Páginas: 2 (tabla adicional)**

OPTATIVIDAD: CADA ESTUDIANTE DEBERÁ ESCOGER **TRES** PROBLEMAS Y **UNA** CUESTIÓN Y DESARROLLARLOS COMPLETOS.

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN

Cada problema se puntuará sobre un máximo de 3 puntos. Cada cuestión se puntuará sobre un máximo de 1 punto. Salvo que se especifique lo contrario, los apartados que figuran en los distintos problemas son equipuntuables. La calificación final se obtiene sumando las puntuaciones de los tres problemas y la cuestión realizados. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos efectuados.

Problemas (a elegir tres)

P1. (Números y álgebra)

En una panadería hornean todos los días tartas y bizcochos que venden a 10 € y 6 €, respectivamente. Para fabricar una tarta se necesitan 400 gramos de harina y 200 de azúcar, mientras que para un bizcocho se utilizan 300 gramos de harina y 100 de azúcar. Los dueños de la panadería saben que diariamente tienen que hornear, al menos, 6 bizcochos. Para la producción de hoy de tartas y bizcochos se dispone de 6 kg de harina y 2.4 kg de azúcar.

Utilizando técnicas de programación lineal, determinar la cantidad de cada uno de los productos que hay que hornear hoy para obtener los máximos ingresos.

P2. (Números y álgebra)

Se considera el sistema de ecuaciones lineales, en función del parámetro a:

$$\begin{cases} x-2y+z=1 \\ x+y-az=1 \\ x+2y-2z=-2 \end{cases}$$

a) Clasificar el sistema según sus soluciones para los diferentes valores de a.

b) Resolver el sistema para $a = 1$.

P3. (Análisis)

Se considera la función:

$$f(x)=\begin{cases} 4-x^2 & si \;\; x\le 1 \\ \dfrac{b}{x} & si \;\; x>1 \end{cases}$$

a) Determinar el valor de b para que $f(x)$ sea continua.

b) Calcular el área delimitada por $f(x)$ y el eje OX en el intervalo (0, 1).

P4. (Análisis)

Los estatutos de una asociación ecologista establecen que la asociación debe disolverse cuando supere los 100 socios. Se sabe, además, que el número de sus socios varía con los años transcurridos desde su fundación, "*x*", de acuerdo con la función $N(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + 64$.

a) ¿Cuántos han sido los socios fundadores? Transcurridos 7 años, ¿cuántos socios habrá? ¿Se disolverá la sociedad en ese momento? (**hasta 1 punto**).

b) Estudiar el comportamiento (crecimiento, decrecimiento) del número de socios en el intervalo $[0,\ 7]$ ¿cuál será el número mínimo de socios y cuándo se alcanzará? (**hasta 2 puntos**).

P5. (Estadística y probabilidad)

En un gimnasio, el 52 % de los socios son hombres y el resto son mujeres. Entre los socios, el 35 % de los hombres practica "spinning" así como el 60 % de las mujeres. Si elegimos un socio al azar,

a) Calcular la probabilidad de que practique "spinning".

b) Si el socio elegido no practica "spinning", obtener la probabilidad de que sea una mujer.

P6. (Estadística y probabilidad)

El peso de la población adulta con sobrepeso sigue una distribución normal de media 120 kg y desviación típica de 20 kg. Además, a los individuos con un peso superior a 150 kg se les considera "individuos con riesgo de desarrollar la enfermedad coronaria A".

a) ¿Qué porcentaje de la población de adultos con sobrepeso son "individuos con riesgo de desarrollar la enfermedad coronaria A"?

b) Si se elige aleatoriamente una muestra de 20 adultos con sobrepeso, calcular la probabilidad de que la media del peso de la muestra esté entre 110 kg y 125 kg.

Cuestiones (a elegir una)

C1. (Números y álgebra)

Un hijo tiene 22 años menos que su padre y la suma de sus edades es 46 años ¿qué edad tiene el hijo?

C2. (Análisis)

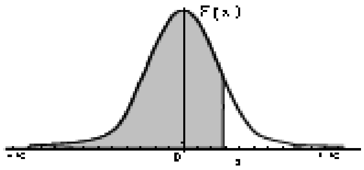
Dada la función $f(x) = ax - 33 + \dfrac{5}{x}$, determinar *a* para que se verifique *f ´(1) = 2*?

C3. (Estadística y probabilidad)

La nota media de los alumnos de segundo de bachillerato de cierto instituto sigue una distribución normal de media 6.8 y desviación típica 1.1. Calcular la probabilidad de que un alumno haya obtenido más de un 9.

Distribución Normal

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2}\, dt$$



	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9014
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9318
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

SOLUCIONES

P1. (Números y álgebra)
En una panadería hornean todos los días tartas y bizcochos que venden a 10 € y 6 €, respectivamente. Para fabricar una tarta se necesitan 400 gramos de harina y 200 de azúcar, mientras que para un bizcocho se utilizan 300 gramos de harina y 100 de azúcar. Los dueños de la panadería saben que diariamente tienen que hornear, al menos, 6 bizcochos. Para la producción de hoy de tartas y bizcochos se dispone de 6 kg de harina y 2.4 kg de azúcar.
Utilizando técnicas de programación lineal, determinar la cantidad de cada uno de los productos que hay que hornear hoy para obtener los máximos ingresos.

Llamamos “x” al número de tartas a hornear e “y” al número de bizcochos.

Hacemos una tabla para ordenar la información ofrecida en el ejercicio.

	Gramos de harina	**Gramos de azúcar**	**Ingresos**
Nº de tartas (x)	400x	200x	10x
Nº de bizcochos (y)	300y	100y	6y
TOTALES	$400x+300y$	$200x+100y$	$10x+6y$

La función a maximizar son los ingresos que vienen dados por la expresión $I(x,y)=10x+6y$

Convertimos en inecuaciones las restricciones del problema.

“*Se dispone de 6 kg de harina*” → $400x+300y\le 6000$
“*Se dispone de 2.4 kg de azúcar*” → $200x+100y\le 2400$
“*Saben que diariamente tienen que hornear, al menos, 6 bizcochos***”** → $y\ge 6$
Las cantidades deben ser positivas → $x\ge 0;\ \ y\ge 0$

Reunimos todas las inecuaciones en un sistema.

$$\left.\begin{array}{l} 400x+300y\le 6000 \\ 200x+100y\le 2400 \\ y\ge 6 \\ x\ge 0;\ \ y\ge 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4x+3y\le 60 \\ 2x+y\le 24 \\ y\ge 6 \\ x\ge 0;\ \ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

Dibujamos las rectas asociadas al sistema de inecuaciones.

$4x+3y=60$

x	$y=\dfrac{60-4x}{3}$
0	20
6	12

$2x+y=24$

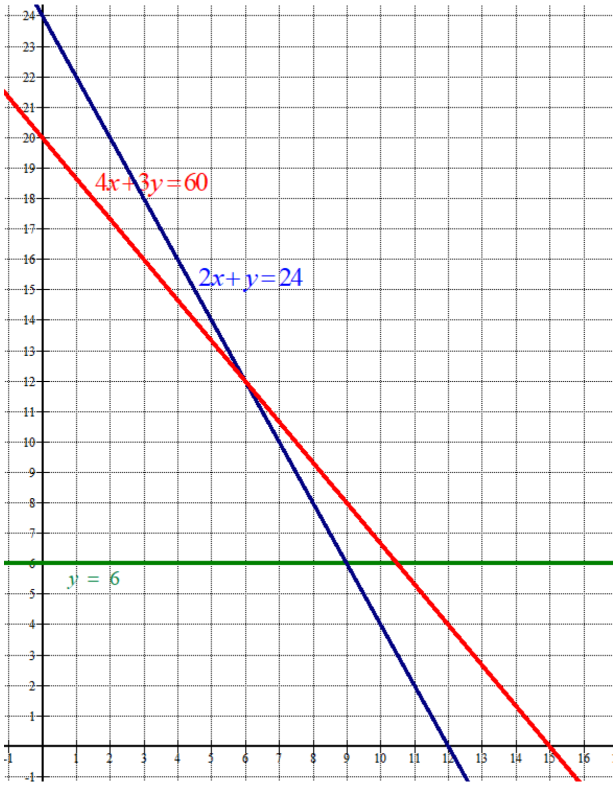
x	$y=24-2x$
6	12
9	6

$y=6$

x	$y=6$
9	6
10	6

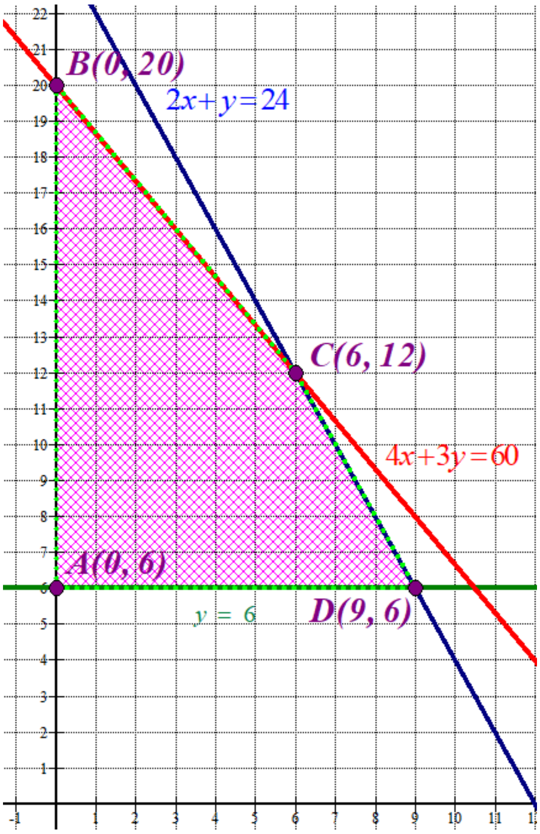
$x\ge 0;\ \ y\ge 0$

Primer cuadrante



Como las restricciones son $\left.\begin{array}{l} 4x+3y\leq 60 \rightarrow \text{ Por debajo} \\ 2x+y\leq 24 \rightarrow \text{ Por debajo} \\ y\geq 6 \rightarrow \text{ Por encima} \\ x\geq 0;\ \ y\geq 0 \rightarrow \text{ Primer cuadrante} \end{array}\right\}$ la región factible es la región del primer cuadrante situada por encima de la recta horizontal verde y por debajo de las rectas roja y azul.

Coloreamos de rosa la región factible e indicamos las coordenadas de sus vértices.



Valoramos la función $I(x,y)=10x+6y$ en cada uno de los vértices de la región factible en busca del valor máximo.

A(0,6) → $I(0,6)=36$

B(0, 20) → $I(0,20)=120$

C(6, 12) → $I(6,12)=60+72=132$

D(9, 6) → $I(9,6)=90+36=126$

Los máximos ingresos son 132 € y se consiguen con la preparación de 6 tartas y 12 bizcochos.

P2. (Números y álgebra)

Se considera el sistema de ecuaciones lineales, en función del parámetro a:

$$\begin{cases} x-2y+z=1 \\ x+y-az=1 \\ x+2y-2z=-2 \end{cases}$$

a) Clasificar el sistema según sus soluciones para los diferentes valores de a.

b) Resolver el sistema para a = 1.

a) La matriz de coeficientes es $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -a \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

Y la matriz ampliada es $A/B=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -a & 1 \\ 1 & 2 & -2 & -2 \end{array}\right)$

Calculamos el determinante de A y vemos cuando se anula.

$$|A|=\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -a \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix}=-2+2a+2-1-4+2a=4a-5$$

$$|A|=0 \Rightarrow 4a-5=0 \Rightarrow a=\frac{5}{4}=1.25$$

Nos planteamos dos situaciones diferentes que analizamos por separado.

CASO 1. $a \neq 1.25$

En este caso el determinante de A es no nulo y el rango de A es 3, al igual que el rango de A/B y el número de incógnitas.

El sistema es compatible determinado (una única solución).

CASO 2. $a=1.25$

En este caso el determinante de A es nulo y su rango no es 3. Para estudiar el rango de A y de A/B transformamos A/B en una matriz triangular equivalente.

$$A/B=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1.25 & 1 \\ 1 & 2 & -2 & -2 \end{array}\right) \Rightarrow \left\{\begin{array}{cccc} \multicolumn{4}{c}{Fila\ 2^a - \text{Fila } 1^a} \\ 1 & 1 & -1.25 & 1 \\ -1 & 2 & -1 & -1 \\ \hline 0 & 3 & -2.25 & 0 \\ \multicolumn{4}{c}{\text{Nueva Fila } 2^a} \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{cccc} \multicolumn{4}{c}{Fila\ 3^a - \text{Fila } 1^a} \\ 1 & 2 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -1 & -1 \\ \hline 0 & 4 & -3 & -3 \\ \multicolumn{4}{c}{\text{Nueva Fila } 3^a} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & -2.25 & 0 \\ 0 & 4 & -3 & -3 \end{array}\right) \Rightarrow \left\{\begin{array}{cccc} \multicolumn{4}{c}{3\cdot Fila\ 3^a - 4\cdot \text{Fila } 2^a} \\ 0 & 12 & -9 & -9 \\ 0 & -12 & 9 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & -9 \\ \multicolumn{4}{c}{\text{Nueva Fila } 3^a} \end{array}\right\} \Rightarrow (A/B)' = \left(\begin{array}{c|c} \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & -2.25 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} & \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ -9 \end{array} \\ \underbrace{\hphantom{0 \quad 0 \quad 0}}_{A} & \end{array}\right)$$

Observando la matriz obtenida tenemos que el rango de A es 2 y el de A/B es 3, por lo que el sistema es incompatible (sin solución)

b) Para *a = 1* el sistema es compatible determinado, hallamos su solución utilizando el método de Gauss.

$$A/B=\left(\begin{array}{ccc|c}1 & -2 & 1 & 1\\ 1 & 1 & -1 & 1\\ 1 & 2 & -2 & -2\end{array}\right)\Rightarrow\left\{\begin{array}{cccc}\multicolumn{4}{c}{Fila\ 2^a - \text{Fila } 1^a}\\ 1 & 1 & -1 & 1\\ -1 & 2 & -1 & -1\\ \hline 0 & 3 & -2 & 0\\ \multicolumn{4}{c}{\text{Nueva Fila } 2^a}\end{array}\right\}\left\{\begin{array}{cccc}\multicolumn{4}{c}{Fila\ 3^a - \text{Fila } 1^a}\\ 1 & 2 & -2 & -2\\ -1 & 2 & -1 & -1\\ \hline 0 & 4 & -3 & -3\\ \multicolumn{4}{c}{\text{Nueva Fila } 3^a}\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left(\begin{array}{ccc|c}1 & -2 & 1 & 1\\ 0 & 3 & -2 & 0\\ 0 & 4 & -3 & -3\end{array}\right)\Rightarrow\left\{\begin{array}{cccc}\multicolumn{4}{c}{3\cdot Fila\ 3^a - 4\cdot\text{Fila } 2^a}\\ 0 & 12 & -9 & -9\\ 0 & -12 & 8 & 0\\ \hline 0 & 0 & -1 & -9\\ \multicolumn{4}{c}{\text{Nueva Fila } 3^a}\end{array}\right\}\Rightarrow(A/B)'=\left(\begin{array}{ccc|c}1 & -2 & 1 & 1\\ 0 & 3 & -2 & 0\\ 0 & 0 & -1 & -9\end{array}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left.\begin{array}{r}x-2y+z=1\\ 3y-2z=0\\ -z=-9\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{r}x-2y+z=1\\ 3y-2z=0\\ \boxed{z=9}\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{r}x-2y+9=1\\ 3y-18=0\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{r}x-2y=-8\\ 3y=18\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left.\begin{array}{r}x-2y=-8\\ \boxed{y=\frac{18}{3}=6}\end{array}\right\}\Rightarrow x-12=-8\Rightarrow\boxed{x=4}$$

La solución es *x = 4, y = 6, z = 9.*

P3. (Análisis)

Se considera la función:

$$f(x)=\begin{cases} 4-x^2 & si \ \ x\leq 1 \\ \dfrac{b}{x} & si \ x>1 \end{cases}$$

a) Determinar el valor de b para que $f(x)$ sea continua.

b) Calcular el área delimitada por $f(x)$ y el eje OX en el intervalo (0, 1).

a) Para que *f(x)* sea continua debe serlo en *x = 1*.

$$\left.\begin{array}{l} f(1)=4-1^2=3 \\ \lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-} 4-x^2=3 \\ \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{b}{x}=b \\ f(1)=\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{b=3}$$

El valor de *b* que hace continua la función es *b = 3*.

b) En el intervalo (0, 1) la función es $f(x)=4-x^2$.

Vemos donde esta función corta el eje OX.

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=4-x^2 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow 4-x^2=0 \Rightarrow x=\sqrt{4}=\pm 2$$

Estos dos puntos de corte están situados fuera del intervalo (0, 1).

$$Área=\left|\int_0^1 4-x^2dx\right|=\left|\left[4x-\frac{x^3}{3}\right]_0^1\right|=\left|\left[4-\frac{1^3}{3}\right]-\left[0-\frac{0^3}{3}\right]\right|=\boxed{\frac{11}{3}u^2}$$

P4. (Análisis)
Los estatutos de una asociación ecologista establecen que la asociación debe disolverse cuando supere los 100 socios. Se sabe, además, que el número de sus socios varía con los años transcurridos desde su fundación, "*x*", de acuerdo con la función $N(x)=x^3-9x^2+24x+64$.

a) ¿Cuántos han sido los socios fundadores? Transcurridos 7 años, ¿cuántos socios habrá? ¿Se disolverá la sociedad en ese momento? (**hasta 1 punto**).
b) Estudiar el comportamiento (crecimiento, decrecimiento) del número de socios en el intervalo $[0,\ 7]$ ¿cuál será el número mínimo de socios y cuándo se alcanzará? (**hasta 2 puntos**).

a) Nos piden calcular N(0) → $N(0)=0^3-9\cdot 0^2+24\cdot 0+64=64$ socios fundadores.
Nos piden calcular N(7) → $N(7)=7^3-9\cdot 7^2+24\cdot 7+64=134$ socios.
Vemos cuántos socios hay en el sexto año → $N(6)=6^3-9\cdot 6^2+24\cdot 6+64=100$
Se supera por primera vez los 100 socios en el séptimo año y debe disolverse la sociedad en el año 7.

b)
$$N(x)=x^3-9x^2+24x+64 \Rightarrow N'(x)=3x^2-18x+24$$

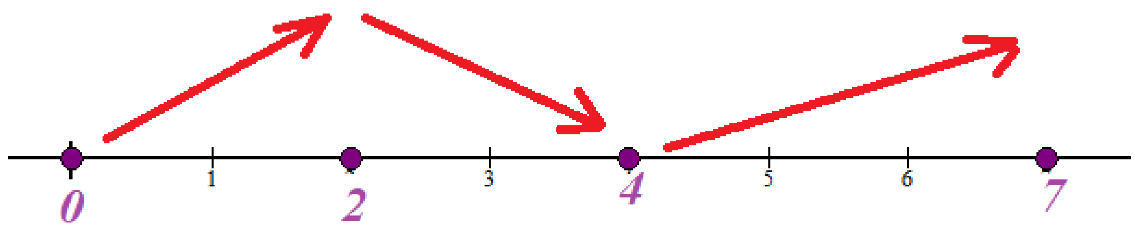
$$N'(x)=0 \Rightarrow 3x^2-18x+24=0 \Rightarrow x^2-6x+8=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{6\pm\sqrt{(-6)^2-32}}{2}=\frac{6\pm 2}{2}=\begin{cases}\dfrac{6+2}{2}=4\\[2mm] \dfrac{6-2}{2}=2\end{cases}$$

Estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de estos valores.

- En $[0,2)$ tomamos $x = 1$ y la derivada vale $N'(1)=3-18+24=9>0$. La función crece en $[0,2)$.
- En $(2,4)$ tomamos $x = 3$ y la derivada vale $N'(3)=3\cdot 3^2-18\cdot 3+24=-3<0$. La función decrece en $(2,4)$.
- En $(4,7]$ tomamos $x = 5$ y la derivada vale $N'(5)=3\cdot 5^2-18\cdot 5+24=9>0$. La función crece en $(4,7]$.

La función sigue el esquema.



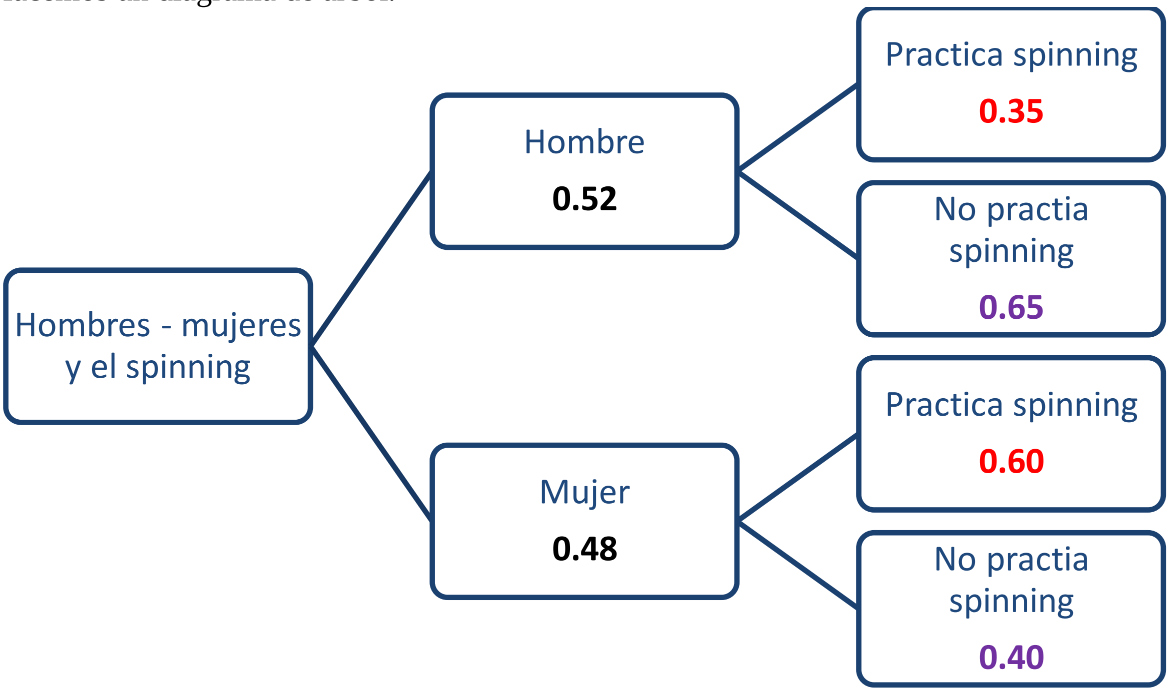
La función crece en $[0,2)\cup(4,7]$ y decrece en $(2,4)$.
La función presenta un mínimo relativo en $x = 4$. Valoramos el número de socios también en los extremos del intervalo y obtendremos el mínimo absoluto.

$$\left.\begin{array}{l} N(0)=0^3-9\cdot 0^2+24\cdot 0+64=64 \\ N(4)=4^3-9\cdot 4^2+24\cdot 4+64=80 \\ N(7)=7^3-9\cdot 7^2+24\cdot 7+64=134 \end{array}\right\}$$

El número mínimo de socios se tiene al comienzo de la sociedad, en el año 0 siendo 64 los socios fundadores.

P5. (Estadística y probabilidad)
En un gimnasio, el 52 % de los socios son hombres y el resto son mujeres. Entre los socios, el 35 % de los hombres practica "spinning" así como el 60 % de las mujeres. Si elegimos un socio al azar,
a) Calcular la probabilidad de que practique "spinning".
b) Si el socio elegido no practica "spinning", obtener la probabilidad de que sea una mujer.

Hacemos un diagrama de árbol.



Llamamos H = Ser hombre, $\overline{H}$ = Ser mujer. S = Practica spinning, $\overline{S}$ = No practica spinning.

a) Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(S)=P(H)P(S/H)+P(\overline{H})P(S/\overline{H})=0.52\cdot 0.35+0.48\cdot 0.60=\boxed{0.47}$$

b) Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(\overline{H}/\overline{S})=\frac{P(\overline{H}\cap\overline{S})}{P(\overline{S})}=\frac{P(\overline{H})P(\overline{S}/\overline{H})}{1-P(S)}=\frac{0.48\cdot 0.4}{1-0.47}=\boxed{\frac{96}{265}\simeq 0.362}$$

P6. (Estadística y probabilidad)
El peso de la población adulta con sobrepeso sigue una distribución normal de media 120 kg y desviación típica de 20 kg. Además, a los individuos con un peso superior a 150 kg se les considera "individuos con riesgo de desarrollar la enfermedad coronaria A".
a) ¿Qué porcentaje de la población de adultos con sobrepeso son "individuos con riesgo de desarrollar la enfermedad coronaria A"?
b) Si se elige aleatoriamente una muestra de 20 adultos con sobrepeso, calcular la probabilidad de que la media del peso de la muestra esté entre 110 kg y 125 kg**.**

X = Peso (en kg) de un adulto con sobrepeso.
X = N(120, 20)

a)

$$P(X > 150) = \{Tipificamos\} = P\left(Z > \frac{150-120}{20}\right) = P(Z > 1.5) = 1 - P(Z \leq 1.5) =$$

$$= \{\text{Miro en la tabla de la N(0, 1)}\} = 1 - 0.9332 = \boxed{0.0668}$$

El porcentaje de adultos con sobrepeso que son "individuos con riesgo de desarrollar la enfermedad coronaria A" es del 6.68 %

b) X = N(120, 20). Si tomamos una muestra de 20 adultos con sobrepeso la distribución de la media sigue una normal $\overline{X_{20}} = N\left(120, \frac{20}{\sqrt{20}}\right) \Rightarrow \overline{X_{20}} = N\left(120, \sqrt{20}\right)$

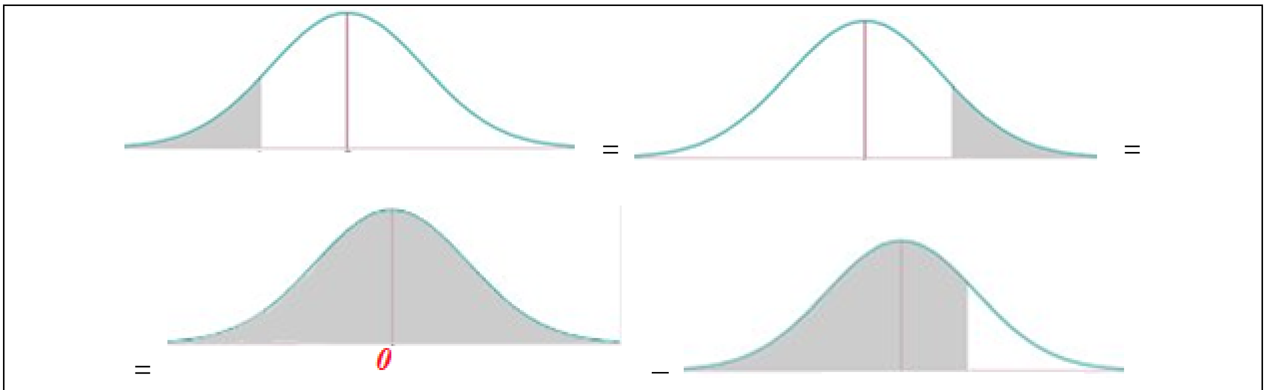
Nos piden $P\left(110 \leq \overline{X_{20}} \leq 125\right)$

$$P\left(110 \leq \overline{X_{20}} \leq 125\right) = \{Tipificamos\} = P\left(\frac{110-120}{\sqrt{20}} \leq Z \leq \frac{125-120}{\sqrt{20}}\right) = P\left(-\sqrt{5} \leq Z \leq \frac{\sqrt{5}}{2}\right) =$$

$$= P\left(Z \leq \frac{\sqrt{5}}{2}\right) - P\left(Z \leq -\sqrt{5}\right) = P\left(Z \leq \frac{\sqrt{5}}{2}\right) - P\left(Z \geq \sqrt{5}\right) =$$

$$= P\left(Z \leq \frac{\sqrt{5}}{2}\right) - \left[1 - P\left(Z \leq \sqrt{5}\right)\right] = P(Z \leq 1.12) - 1 + P(Z \leq 2.24) =$$

$$= \{\text{Miro en la tabla de la N(0, 1)}\} = 0.8686 - 1 + 0.9875 = \boxed{0,8561}$$



Cuestiones (a elegir una)

C1. (Números y álgebra)

Un hijo tiene 22 años menos que su padre y la suma de sus edades es 46 años ¿qué edad tiene el hijo?

El padre tiene "x" años y el hijo tiene "$x - 22$" y su suma es $x + x - 22 = 46 \rightarrow 2x = 68 \rightarrow x = 34$.
El padre tiene 34 años y el hijo tiene 12 años.

C2. (Análisis)

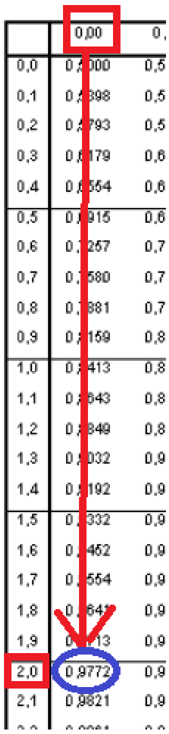
Dada la función $f(x) = ax - 33 + \frac{5}{x}$, determinar a para que se verifique $f'(1) = 2$?

$$f(x) = ax - 33 + \frac{5}{x} \Rightarrow f'(x) = a - \frac{5}{x^2} \Rightarrow \begin{cases} f'(1) = a - \frac{5}{1^2} = a - 5 \\ f'(1) = 2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{a = 7}$$

C3. (Estadística y probabilidad)
La nota media de los alumnos de segundo de bachillerato de cierto instituto sigue una distribución normal de media 6.8 y desviación típica 1.1. Calcular la probabilidad de que un alumno haya obtenido más de un 9.

X = Nota media de un alumno de bachillerato.
X = N(6.8, 1.1).

$$P(X > 9) = \{Tipificamos\} = P\left(Z > \frac{9 - 6.8}{1.1}\right) = P(Z > 2) = 1 - P(Z \le 2) = 1 - 0.9772 = \boxed{0.0228}$$



	0,00	0,
0,0	[illegible]	0,5
0,1	[illegible]	0,5
0,2	[illegible]	0,5
0,3	[illegible]	0,6
0,4	[illegible]	0,6
0,5	[illegible]	0,6
0,6	[illegible]	0,7
0,7	[illegible]	0,7
0,8	[illegible]	0,7
0,9	[illegible]	0,8
1,0	[illegible]	0,8
1,1	[illegible]	0,8
1,2	[illegible]	0,8
1,3	[illegible]	0,9
1,4	[illegible]	0,9
1,5	[illegible]	0,9
1,6	[illegible]	0,9
1,7	[illegible]	0,9
1,8	[illegible]	0,9
1,9	[illegible]	0,9
2,0	0,9772	0,9
2,1	0,9821	0,9